



Verständnis statt nur Rechenverfahren - Mathematische Bildung in und nach der Pandemie

Susanne Prediger

Wie oft hören wir, dass sich gelehrte und einflussreiche Personen brüsten: „In Mathe war ich immer schlecht“. Also scheint mathematische Bildung gar nicht notwendig zu sein für ein erfolgreiches Leben, oder? Doch! Spätestens seit Beginn der Pandemie begegnen uns mathematische Fragen jeden Tag in Zeitungen und Podcasts z. B.:

- Wieso kann man die Sterberate nicht bestimmen, wenn man die Infektionszahlen nicht kennt?
- Wieso wachsen die täglichen Neuinfektionen auch, wenn die prozentuale Infektionsrate gleichbleibt?
- Warum sind falsch positive Tests bei geringerer Infektionsverbreitung problematischer als bei höherer Verbreitung?

Keine der Fragen erfordert es, sich an schematische Rechenverfahren zu erinnern wie zum Beispiel „Mit einem Bruch wird dividiert, indem man mit dem Kehrwert multipliziert.“ Viele haben das als Jugendliche unverstanden auswendig gelernt und rein kalkülhaft angewandt, danach jedoch vergessen und nie wieder genutzt. Stattdessen braucht man zur Beantwortung aller drei Fragen ein Grundverständnis für das Konzept der Rate als Anteil: Ein Anteil ist immer das Verhältnis von einem Teil zu einem Ganzen. Wenn sich das Ganze verändert, dann verändert sich auch der Anteil.

Dieses *Grundverständnis* ist notwendig, um als mündige Bürgerinnen und Bürger die Argumentationen der Epidemiologie einschätzen zu können. Es scheint vielen Akademikerinnen und Akademikern, die mit ihren schlechten Mathematik-Kenntnissen kokettieren, gar nicht bewusst zu sein, wie selbstverständlich sie über ein solches Grundverständnis eben doch verfügen und davon regelmäßig Gebrauch machen.. Die komplizierten Rechenverfahren müssen sich eigentlich nur diejenigen dauerhaft merken, die Fächer im mathematisch-naturwissenschaftlich-technischen Bereich studieren (immerhin 37 % der deutschen Studierenden). Für alle anderen ist dagegen das Grundverständnis zentraler mathematischer Konzepte wichtiger als die Rechenverfahren (Prediger, 2009), selbst wenn es vielen als Teil ihrer mathematischen Bildung gar nicht bewusst ist.

Doch bei weitem nicht alle Schülerinnen und Schüler erwerben ein solches Grundverständnis für mathematische Konzepte: Laut IQB-Bildungstrend erreichte ein Viertel der Lernenden der Klasse 10 nicht die mathematischen Basiskompetenzen, die in den Mindeststandards der Kultusministerkonferenz festgeschrieben sind, zum Beispiel das Ablesen von Zahlen von einer Skala. Die Regelstandards erreichte sogar die Mehrheit der Jugendlichen nicht, nämlich 55,2% (Stanat et al., 2019, S. 230) – haben diese den Namen Regelstandards dann überhaupt verdient?

Die Ergebnisse aus Leistungsstudien belegen, dass der Mathematikunterricht für viele Jugendliche sein zentrales Ziel verpasst, nämlich diejenigen mathematischen Kompetenzen aufzubauen, die für eine Teilhabe am gesellschaftlichen und beruflichen Leben notwendig sind.

Die besondere didaktische Herausforderung des Mathematikunterrichts liegt darin, dass mathematische Konzepte stark aufeinander aufbauen: Wer nicht verstanden hat, was das Anteils-konzept bedeutet, kann keine Prozente verstehen, erst recht nicht Zinseszins oder exponentielles Wachstum. Das bedeutet, wer einmal den Anschluss verpasst hat, kann nur noch oberflächlich lernen. Diese (im Vergleich zu anderen Fächern) hoch kumulative Struktur des mathematischen Wissens lässt daher kleine Verstehenslücken zu unüberwindbaren mathematischen Schwierigkeiten anwachsen, wenn die Verstehensgrundlagen nicht aufgearbeitet werden (Prediger et al., 2013).

Mögliche Folgen einer nicht erfolgreichen mathematischen Schulbildung sind im Corona-Jahr so offensichtlich geworden wie selten zuvor: Eine erschreckend große Gruppe von coronaskeptischen Menschen hat kein Vertrauen in Statistiken bis hin zur vollkommenen Ablehnung jeder wissenschaftlichen Erläuterung. Stattdessen glauben sie an die Austauschbarkeit von harten Daten durch Verschwörungserzählungen. Diese Phänomene sind natürlich (nicht nur, aber auch) einer misslungenen mathematischen Bildung zuzuschreiben.

Zusammenfassend lässt sich mathematische Bildung als eine Fähigkeit charakterisieren, die Rolle der Mathematik in der Welt zu erkennen und fundierte mathematische Urteile einzuschätzen. Dazu kommt es weniger auf schematische Rechenverfahren an als auf ein Grundverständnis der mathematischen Konzepte, das langfristig erhalten bleibt, auch wenn die Rechenverfahren wieder vergessen sind. Die Grundidee von mathematischer Bildung, die über Rechenverfahren hinausgeht, ist in einem sehr lesenswerten Buch für Eltern von Spiegel und Selter (2003) an vielen Beispielen konkretisiert.

Herausforderungen mathematischer Bildung im Brennglas der Pandemie

Wie kann Schule dieses Bildungsziel umsetzen, und wieso gelang es in Zeiten der Pandemie besonders schlecht?

Wie in vielen Lebensbereichen hat die Pandemie im Bildungsbereich wie ein Brennglas gewirkt, um längst bestehende, miteinander verknüpfte Herausforderungen noch deutlicher sichtbar zu machen:

Herausforderung Zeitknappheit

Bildungsprozesse stehen stets unter der Herausforderung der Zeitknappheit, die durch Verringerung der Hausaufgabenzeiten in den letzten Jahren erheblich verschlimmert worden ist (z.B. durch den Ganztagsbetrieb). Dabei ist die sogenannte Time-on-Task, also die Zeit, die Kinder tatsächlich mit dem fachlichen Lernen verbringen, einer der wichtigsten Einflussfaktoren für Lernerfolg. In den Zeiten der pandemiebedingten Schulschließungen oder einem reduzierten Schulbetrieb wurde Zeitknappheit zu einer noch größeren Herausforderung. Jede Woche, die Kinder und Jugendliche in einem schlecht vorbereiteten Distanzbetrieb arbeiten mussten, hat

die wertvolle Lernzeit weiter eingeschränkt. Es ist zu erwarten, dass dadurch erhebliche Lücken entstanden sind.

Lehrkräfte können Zeitknappheit nicht ändern; sie wird jedoch noch schwerwiegender, wenn die reduzierte Zeit nicht treffsicher genutzt wird. Gerade bei wenig Zeit muss auf das inhaltlich Wichtige fokussiert werden, was zur zweiten Herausforderung führt:

Herausforderung falsche Beschränkung auf Rechenverfahren statt auf Konzeptverständnis

Während der Schulschließungen (sowohl im ersten als auch im zweiten Lockdown) wurde in vielen Klassen ein falscher Schwerpunkt auf das Trainieren von schematischen Rechenverfahren gesetzt statt auf den Aufbau von Konzeptverständnis. Diese Schwerpunktsetzung war insofern für die ersten zwei Wochen rational, als Lernende zu Hause am einfachsten bereits gelernte Rechenverfahren weiter einüben können, denn dies erfordert weder tiefes Nachdenken noch Kommunikation zwischen Lehrkräften und Lernenden.

Auf längere Zeit behindert eine Beschränkung auf kalkülhafte Rechenverfahren jedoch ausgerechnet die Lerngelegenheiten für das eigentlich wesentliche Konzeptverständnis, das für die meisten Menschen nach der Schule übrigbleiben soll. Denn dieses Grundverständnis wird in vielfältigen Sachzusammenhängen immer wieder zur Strukturierung außermathematischer Situationen benötigt (siehe oben). Wem nutzt das Verfahren zum Dividieren von Brüchen, ohne zu verstehen, was Brüche überhaupt beschreiben?

Diese Beschränkung auf schematische Rechenverfahren ist nicht nur in Zeiten der Schulschließung zu beobachten, sondern in vielen Schulen auch im Normalbetrieb, wie viele Studien aus der Unterrichtsforschung belegen (Hiebert & Grouws, 2007). Die Beschränkung lässt sich insbesondere dann beobachten, wenn die Schulen mit vielen Selbstlernphasen stark individualisiert arbeiten: Alle Lernenden nach eigenem Tempo an unterschiedlichen Aufgaben arbeiten zu lassen, ohne zu kommunizieren, geht bei Rechenverfahren wesentlich besser. Der Aufbau von Konzeptverständnis dagegen erfordert auch die Moderation durch die Lehrkraft, um ein tiefergehendes Denken anzuleiten (vgl. Kognitive Aktivierung in Kapitel 5) und immer wieder die mündliche Kommunikation zu unterstützen (Spiegel & Selzer, 2003). Selbstlernphasen erscheinen zwar methodisch modern, jedoch müssen sie immer auf ihre fachdidaktische Qualität hin überprüft werden. Nicht: Hauptsache individualisiert, sondern: Was genau lernen die Kinder gerade? Ist dieses 20. Arbeitsblatt zum gleichen Rechenverfahren wirklich ein wichtiger Beitrag zur mathematischen Bildung?

Herausforderung fehlender qualitativ hochwertiger digitaler Unterrichtsmaterialien

Die Beschränkung auf kalkülhafte Rechenverfahren statt auf das Konzeptverständnis ist insbesondere während der pandemiebedingten Schulschließungen nicht nur auf Zeitmangel und Fokus aufs Selbstlernen zurückzuführen, sondern auch darauf, dass die meisten verfügbaren digitalen Materialien ausschließlich auf Rechenverfahren konzentriert sind:

- Das meistgenutzte digitale Medium für Mathematiklernen (nach Arbeitsblättern) sind inzwischen Erklärvideos bei YouTube und anderen Kanälen. Schon vor der Pandemie nutzten laut JIM-Studie 2019 bereits 18 % der Jugendlichen Erklärvideos mehrfach wöchentlich für

schulische Zwecke. Laut deutschem Schulbarometer verwiesen während der Schulschließung 45 % der Lehrkräfte auf Erklärvideos. Die frei verfügbaren Erklärvideos erläutern allerdings zum ganz überwiegenden Teil lediglich, wie man ein bestimmtes Rechenverfahren *ausführt*, nicht aber, was die Konzepte und Operationen überhaupt *bedeuten* und in welchen außermathematischen Sachzusammenhängen man sie anwenden kann.

- Adaptive Lernsysteme, die den Schulen in teuren Abonnements verkauft werden, behaupten vollmundig, für alle Bereiche der Mathematik Lerngelegenheiten zu bieten. Tatsächlich fokussieren sich die meisten jedoch ausschließlich auf Rechenverfahren, weil sich für diese am einfachsten automatische Lösungserkennung und adaptive Anschlussaufgaben realisieren lassen. Zum Aufbau von Konzeptverständnis dagegen bieten sie (mit sehr wenigen Ausnahmen) kaum Lerngelegenheiten.

Insgesamt wurde es in Deutschland verpasst, fachdidaktisch hochwertige digitale Unterrichtsmaterialien rechtzeitig zu entwickeln, sodass die Schulen nun darauf zugreifen könnten. Es gibt zwar für den Mathematikunterricht sehr gute digitale Werkzeuge, die die Bedeutungskonstruktionen für mathematische Konzepte durch multiple Darstellungsformen, Visualisierungen und Dynamisierungen sehr gut unterstützen können (Barzel & Schreiber, 2017). Diese Werkzeuge sind jedoch bislang zu wenig in kohärente Unterrichtsmaterialien eingebunden. Der (durch die Schulschließungen verstärkte) Digitalisierungsschub hat im Mathematikunterricht vieler Schulen daher leider zu einem Verlust an fachdidaktischer Qualität geführt, nicht zu einer Steigerung. Dieser Qualitätsverlust liegt keineswegs an digitalen Medien per se, sondern an den bislang verfügbaren digitalen Umsetzungen.

Herausforderung Bildungsgerechtigkeit

Die vierte Herausforderung liegt quer zu den drei anderen und ist doch mit ihnen verbunden: Deutschen Schulen wird insgesamt ein erhebliches Defizit darin bescheinigt, herkunftsbedingte Unterschiede in den Lernvoraussetzungen auszugleichen. Kinder aus anregungsreichen akademischen Elternhäusern sind überproportional häufiger schulerfolgreich. Bei Kindern aus eher anregungsärmeren Elternhäusern versagen viele Schulen darin, die weniger guten Start- und Unterstützungsbedingungen zu kompensieren. Dies nennt man fehlende Bildungsgerechtigkeit. Internationale Vergleiche zeigen, dass die deutschen Schulen wesentlich schlechter zur Bildungsgerechtigkeit beitragen als Schulen in vergleichbaren Ländern. Und sie zeigen, dass es riesige Schwankungen zwischen deutschen Schulen in diesem Aspekt gibt (OECD, 2016). Das wiederum zeigt, dass ein Ausgleich möglich ist.

Diese massive Herausforderung der Bildungsgerechtigkeit wurde in der Pandemie erheblich verschärft, z. B. durch folgende Effekte:

- Stadtviertel in sozial schwierigen Lagen waren häufiger von Klassenschließungen betroffen.
- Einige Schulen in sozial schwieriger Lage haben eine schwächere Steuerung, viele haben unerfahrenere Lehrkräfte, die Schließungen weniger effizient behandeln.
- Viele Lernende aus Schulen in schwieriger Lage sind durch schwächere Lesekompetenzen dem Selbstlernen im Distanzunterricht weniger gewachsen.

- Viele Familien in sozial schwieriger Lage bringen geringere technische sowie bildungsmäßige Voraussetzungen mit, um den Distanzunterricht ohne schulische Unterstützung produktiv auszugestalten und ihre Kinder trotz widriger Umstände zu unterstützen.

Zwar haben einige Lehrkräfte durch massiven persönlichen Einsatz versucht, diese Effekte zu minimieren, doch haben sich generell bestehende Unterschiede in der Qualität der Lernangebote (z.B. durch Aufgabenauswahl, gewählte interaktionsformen und Rückmeldungen) durch die Pandemie erheblich verstärkt. Daher müssen wir davon ausgehen, dass die Jahre der Pandemie die Bildungsungerechtigkeit in Deutschland massiv verstärken. Gerade diejenigen Kinder und Jugendlichen, deren Aufbau von Basiskompetenzen und Grundverständnis sowieso am meisten gefährdet ist, sind besonders hart und nachhaltig von den veränderten Unterrichtsbedingungen während der Pandemie betroffen, vor allem aber von den unzureichenden didaktischen Mitteln, darauf zu reagieren.

Das Brennglas der Pandemie zeigt damit noch einmal mit aller Deutlichkeit, dass herkunftsbedingte Leistungsunterschiede vor allem auf Qualitätsunterschiede in den Lernangeboten zurückzuführen sind: Im US-amerikanischen Diskurs wird dies mit der griffigen Kurzformel *achievement gap or opportunity gap* (d. h. Leistungslücke oder Gelegenheitslücke) diskutiert (Flores, 2007). Auch ohne Pandemie ist es daher wichtig, an der Sicherstellung von Unterrichtsqualität für alle Schulen zu arbeiten, dies wird im Kapitel 5 weiter ausgeführt.

Mögliche Ansätze für mathematische Bildung während der Pandemie

Welche Ansätze gibt es nun, um *während* der Pandemie und *danach* (siehe nächster Abschnitt) die genannten Herausforderungen zu bearbeiten?

Digitale Materialien gezielter auswählen gemäß Nutzen für mathematische Bildung

Wie die beiden vorangehenden Kapitel zu digitalen Medien (Kapitel 6) und sprachlicher Bildung (Kapitel 7) bereits ausgeführt haben, sind Initiativen zu begrüßen, die den Präsenz- und Distanzunterricht durch geeignete digitale Medien unterstützen. In Bezug auf mathematische Bildung ist dabei besonders wichtig, die Beschränkung auf Rechenverfahren zu überwinden und auch Konzeptverständnis und Problemlösefähigkeiten der Lernenden zu adressieren. Auf der Website des Deutschen Zentrums für Lehrerbildung Mathematik werden unter [https://dzlm.de/aktuelles/digitales-präsenz-und-distanzlernen-im-fach](https://dzlm.de/aktuelles/digitales-praesen-und-distanzlernen-im-fach) Links zu fachdidaktisch hochwertigen Materialien und fachdidaktisch begründeten Kriterienlisten zur Verfügung gestellt, mit denen Lehrkräfte Materialien auswählen können.

Kommunikation etablieren für alle

Sehr ungünstig ist es, wenn der Distanzunterricht nur in Form von asynchronem Selbstlernen organisiert wird, d. h. wenn die Schülerinnen und Schüler keinen mündlichen Kontakt zu ihrer Lehrkraft haben. Um nicht nur Rechenverfahren zu erlernen und zu üben, sondern auch ein Konzeptverständnis und Problemlösefähigkeiten zu erwerben, ist dagegen eine gute Mischung von Selbstlernphasen und Kommunikation erforderlich. Dies ist entweder durch eine geschickte

Kombination von Präsenz- und Distanzbetrieb möglich, oder – wenn das nicht möglich ist – durch Nutzung von Videokonferenzsystemen, in denen Lehrkräfte mit Teilgruppen ihrer Klasse einige zentrale Aspekte des Themas auch mündlich diskutieren und dadurch vertieft durchdenken, etwa nachdem diese einzeln oder zu zweit vorbereitet wurden.

Ein Beispiel für eine Distanz-Unterrichtsreihe zu einem anspruchsvollen mathematischen Thema, nämlich der Strategien zum Lösen von Textaufgaben, haben Dröse et al. (2020) vorgelegt. Darin erhalten die Schülerinnen und Schülern über ihre Lernplattform (z. B. Iserv, Logi-geo, itslearning, Microsoft Teams oder auf einem Padlet) Textaufgaben und lernen, in einer App so genannte Concept Maps anzulegen, um die wichtigsten Informationen für sich zu sortieren. In der zwei- bis dreiwöchigen Unterrichtseinheit werden dazu gezielt abgestufte Aufgaben und drei Erklärvideos angeboten, die wichtige Strategien für die Lösungsfindung einführen. Außerdem sind mehrere Phasen vorgesehen, in denen die Kinder sich zu zweit austauschen sollen. Zu genau zwei Zeitpunkten veranstaltet die Lehrkraft mit je sechs bis acht Kindern eine Strategiekonferenz über ein Videokonferenzsystem, um Ideen und Vorgehensweisen auszutauschen und kommunikativ sicherzustellen, dass alle Kinder den inhaltlichen Kern der Strategien verstanden haben. Dieses Beispiel zeigt, wie Selbstlernphasen mit Kommunikation fachdidaktisch sinnvoll kombiniert werden können.

Erweiterung der Lernzeit zum Aufarbeiten von Verstehensgrundlagen

Es wurde bereits auf die Kumulativität als Eigenheit der Mathematik hingewiesen, die dazu führt, dass Lücken in den Verstehensgrundlagen das Weiterlernen in der Mathematik stärker behindert als in anderen Fächern (Prediger et al. 2013). Die Aufarbeitung von fehlenden Grundlagen ist nicht allein im regulären Unterricht zu schaffen, sondern bedarf bei vielen Schülerinnen und Schülern zusätzlicher Lernzeit, zum Beispiel im ergänzenden Förderunterricht. Viele Schulen bieten einen solchen Förderunterricht an, allerdings wird er oft nur als Hausaufgabenhilfe ohne Langzeitwirkung gestaltet. Erfolgreicher führen dagegen diejenigen Schulen ihre Kinder zu guten Schulabschlüssen, die dem Aufarbeiten von Verstehensgrundlagen aus den vorgehenden Jahrgängen den Vorrang geben: Wer nicht versteht, wie ein Bruch den Teil eines Ganzen beschreibt, muss vielleicht nochmal an seinem Konzeptverständnis für die Multiplikation und Division arbeiten, sonst kann auch das neue Konzept nicht gelernt werden.

Schon vor der Pandemie waren Förderkurse zur Aufarbeitung von Verstehensgrundlagen und Sicherung von Basiskompetenzen daher für viele Lernende bedeutsam (Prediger et al., 2013). Während der Pandemie haben bereits einige Schulen beschlossen, gerade diesem Bereich ihre ganze Kraft zu widmen, um die Lücken aus den Phasen der Schulschließungen vor allem im Konzeptverständnis aufzuarbeiten. Dies kann zum Beispiel mit dem Förderkonzept *Mathe sicher können* gelingen (Selter et al., 2014), dessen Unterrichtsmaterial online frei verfügbar ist (<http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/002, 003, 008>).

Solche Aufarbeitungskurse leisten einen zentralen Beitrag zur Bildungsgerechtigkeit, indem sie denjenigen mit schwächeren Lernvoraussetzungen, also mit Startnachteilen, mehr produktive Lernzeit für das Wesentliche geben.

Notwendige weitere Schritte für mathematische Bildung nach der Pandemie

Basiskompetenzen und Verstehensgrundlagen sichern

Alle Ansätze, die für die Zeit während der Pandemie sinnvoll sind, werden auch nach der Pandemie hoch bedeutsam bleiben: Wir brauchen weiterhin massive Maßnahmen zur Sicherung von Basiskompetenzen und Verstehensgrundlagen für alle Kinder und Jugendlichen, um Lernhindernisse auszuräumen, die bereits vor der Pandemie vorhanden waren und durch die Pandemie noch verstärkt wurden. Die Bund-Länder-Initiative „Schule macht stark – SchuMaS“ hat sich die Sicherung der mathematischen und sprachlichen Basiskompetenzen gerade (aber nicht nur) an Schulen in sozial schwieriger Lage zur zentralen Aufgabe gemacht, um die Zahl der Jugendlichen zu reduzieren, deren mathematische Bildung eine Teilhabe an der Gesellschaft kaum ermöglicht. Ganz konkret bedeutet dies, die Aufarbeitung von Verstehensgrundlagen durch forschungsbasierte Programme im Förderunterricht und im regulären Unterricht für alle betroffenen Schulen zu etablieren. Forschungsbasierend bedeutet dabei, dass sie Befunde zu typischen Hürden im Lernprozess gezielt einbeziehen, bzgl. aktueller Standards der Unterrichtsqualität (vgl. Kapitel 5) realisiert sind und in ihren Wirkungen auf die Lernprozesse der Kinder genau untersucht wurden.

Fachdidaktisch fundierte Entwicklung digitaler Unterrichtsmaterialien mit Fokus auf Konzeptverständnis statt Rechenverfahren

Die Digitalisierung sollte nach der Pandemie dringend weiter vorangetrieben werden, auch wenn sie nicht mehr durch Distanzlernen erzwungen wird, denn die deutschen Schulen haben hier gegenüber dem Ausland einiges aufzuholen und verpassen dadurch wichtige Potentiale (vgl. Kapitel 6). Nach der Pandemie wird es jedoch nicht mehr darum gehen, durch asynchrones Selbstlernen die Lehrkräfte zu ersetzen, sondern kluge Kombinationen zu finden aus Selbstlernen und angeleiteter Online- und Offline-Kommunikation.

Didaktische Potentiale liegen nicht nur in den Lernprogrammen und Videos zum Erlernen von Rechenverfahren, die bislang am häufigsten genutzt werden. Statt dessen gibt es vielfältige digitale Ansätze für das Erarbeiten und Üben von Konzeptverständnis und Problemlösefähigkeiten. Das Entdecken und Erkunden von Mathematik kann durch digitale Werkzeuge wie Tabellenkalkulationen, dynamische Geometriesysteme und Funktionenplotter unterstützt werden, das Kommunizieren über Mathematik durch Audio- und Video-Podcasts, Kommunikationsplattformen und Blogs und das Reflektieren durch vielfältige Kontrollmöglichkeiten in Taschenrechnern und auch in Abfrage-Tools (Barzel & Schreiber, 2017).

Die meisten dieser Ansätze werden allerdings bislang vor allem in digitaler Pionierarbeit einzelner hoch motivierter Lehrkräfte eingesetzt. Diese Möglichkeiten gilt es in Zukunft weiter auszubauen und für den Einsatz in der Breite auszugestalten – auch für Lehrkräfte, die noch keine digitalen Fachleute sind. Die Pionierarbeit hat zum Beispiel großartige Werkzeuge und Applets zur Visualisierung und Dynamisierung graphischer Darstellungen hervorgebracht. Für den Einsatz in der Breite sollten sie eingebaut werden in kohärente Unterrichtsmaterialien für

ganze Unterrichtseinheiten, sodass ein systematischer, sinnstiftender und verstehensorientierter mathematischer Kompetenzaufbau möglich wird.

Literatur

- Barzel, B. & Schreiber, C. (2017). Digitale Medien im Unterricht. In M. Abshagen, B. Barzel, J. Kramer, T. Riecke-Baulecke, B. Rösken-Winter & C. Selter (Hrsg.), *Basiswissen Lehrerbildung: Mathematik unterrichten* (S. 200-215). Seelze: Friedrich / Klett Kallmeyer.
- Dröse, J., Eisen, V., Prediger, S., Altieri, M., Schellenbach, M., & Menning, R. (2020). Textaufgaben lesen lernen – eine digital gestützte Einheit mit App *Mathematik Lehren*, 223, 38-40. (Unterrichtsmaterial dazu unter sima.dzlm.de/um/5-001)
- Flores, A. (2007). Examining disparities in mathematics education: Achievement gap or opportunity gap? *High School Journal*, 91(1), 29–42.
- Hiebert, J. & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. K. Lester (Hrsg.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (S. 371-404). Charlotte: Information Age.
- OECD (2016). Low-Performing Students: Why They Fall Behind and How to Help Them Succeed, PISA. Paris: OECD Publishing. doi.org/10.1787/9789264250246-en.
- Prediger, S. (2009). Verstehen durch Vorstellen. Inhaltliches Denken von der Begriffsbildung bis zur Klassenarbeit und darüber hinaus. In T. Leuders, L. Hefendehl-Hebeker & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Mathemagische Momente* (S. 166-175). Berlin: Cornelsen.
- Prediger, S., Freeseemann, O., Moser Opitz, E. & Hußmann, S. (2013). Unverzichtbare Verstehensgrundlagen statt kurzfristige Reparatur – Förderung bei mathematischen Lernschwierigkeiten in Klasse 5. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 55(51), 12-17.
- Selter, C., Prediger, S., Nührenbörger, M. & Hußmann, S. (Hrsg.). (2014). *Mathe sicher können – Natürliche Zahlen. Förderbausteine und Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen*. Berlin: Cornelsen. <http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/002,003,008>
- Spiegel, H. & Selter, C. (2003). *Kinder & Mathematik: Was Erwachsene wissen sollten*. Seelze: Kallmeyer.
- Stanat, P., Schipolowski, P., Mahler, N., Weirich, S. & Henschel, S. (Hrsg.). (2019). IQB-Bildungstrend 2018: Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen am Ende der Sekundarstufe I im zweiten Ländervergleich. Münster: Waxmann.