DZLM Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik

Leibniz Gemeinschaft

IPN Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik

Verständig und sicher im Einmaleins und Einsdurcheins

Nicht nur pauken, sondern verstehen

(Jhg. 2–3)

Daniela Götze & Nicole Seidel

Aus der Reihe

Diagnose und Förderung von Verstehensgrundlagen

MaCo

Gliederung

Lehrkräftejobs und Prinzipien für nachhaltiges Lernen

Jobs der Lehrkräfte

Verstehensgrundlagen identifizieren

Was bedeutet es, Multiplikation und Division zu verstehen?

Verstehensgrundlagen diagnostizieren

Wie lässt sich feststellen, ob Lernende die Multiplikation und Division verstanden haben?
Was sind typische Schwierigkeiten?

Verstehensgrundlagen fördern

Wie lässt sich ein Verständnis von „mal“ und „geteilt“ erzeugen?

Was bedeutet das für die Erarbeitung der Multiplikation und Division?

Prinzipien für nachhaltiges Lernen

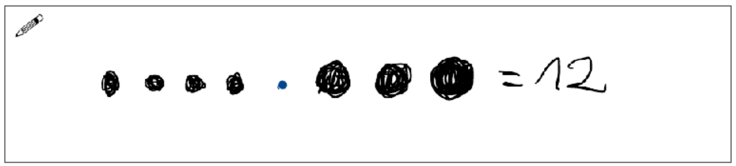
- Langfristigkeit statt Kurzfristigkeit
- Verstehens-orientierung
- Diagnosegeleitetheit
- Kommunikations-förderung

Gliederung

1. Ansätze für nachhaltiges Lernen
2. **Multiplikation**
   - **Wie identifizieren wir Verstehensgrundlagen?**
   - **Wie diagnostizieren wir Verstehensgrundlagen?**
   - Wie fördern wir verstehensorientiert?
3. Division
4. Fazit und Ausblick

Dokumente von Drittklässlerinnen und Drittklässlern

Male ein Bild, das zur Aufgabe 4 · 3 passt.
Warum passt dein Bild zur Aufgabe?


= 12

Warum passt dein Bild zur Malaufgabe? Erkläre.

Weil 4 Punkte · 3 = 12
4 · 3 = 12

Warum passt dein Bild zur Malaufgabe? Erkläre.

Weil man muß ein Bild zur die Aufgabe 4 · 3 = 12 dann habe ich drei oben und vier unten.

Betrachten Sie die beiden Kinderdokumente:
Inwiefern spiegeln sich in den gemalten Bildern aber auch in den Erklärungen der Kinder multiplikative Vorstellungen wider?

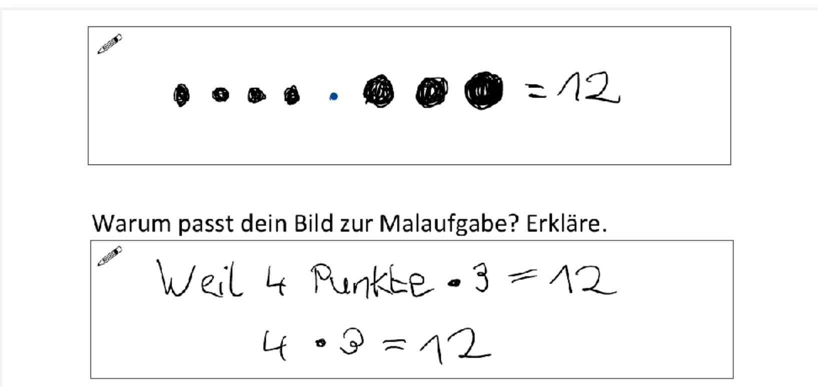
Quelle: Baiker (in Vorb.)

Dokumente von Drittklässlerinnen und Drittklässlern

Male ein Bild, das zur Aufgabe 4 · 3 passt.
Warum passt dein Bild zur Aufgabe?

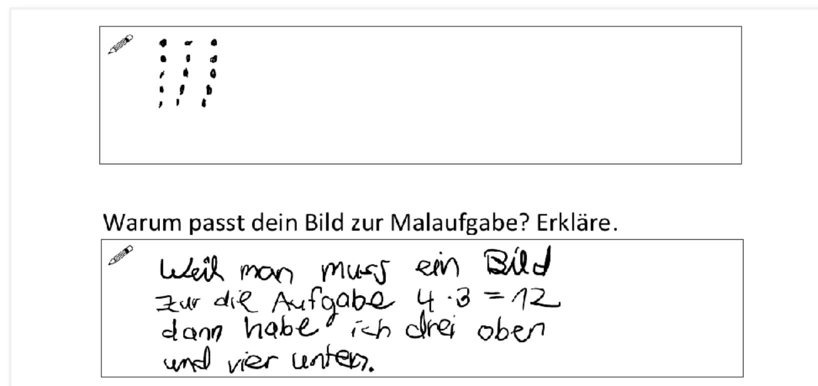
Vermischung von Material und Symbolen.

Bild „erinnert“ an die Bilder aus dem Matheunterricht.


= 12

Warum passt dein Bild zur Malaufgabe? Erkläre.

Weil 4 Punkte · 3 = 12
4 · 3 = 12


Warum passt dein Bild zur Malaufgabe? Erkläre.

Weil man muss ein Bild
zur die Aufgabe 4 · 3 = 12
dann habe ich drei oben
und vier unten.

Erklärungsansatz geht in die richtige Richtung. Die Erklärung passt aber nicht zum gezeichneten Bild.

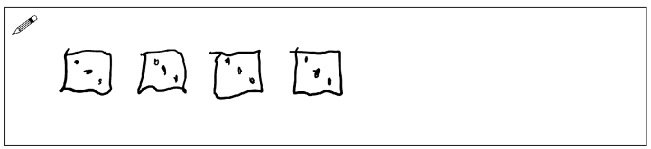
Für die Passung muss lediglich der äußere Rand des Rechtecks betrachtet werden.

Baiker (in Vorb.)

Dokumente von Drittklässlerinnen und Drittklässlern

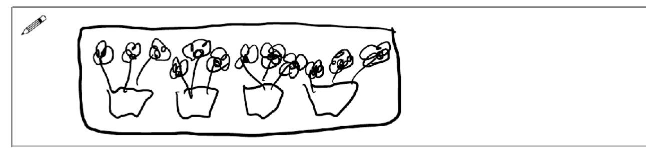
Was ist hier anders?

Welche Vorstellung von Multiplikation zeigen diese Kinder?



Warum passt dein Bild zur Malaufgabe? Erkläre.

~~Weil es 3 4 mal~~ Weil es 4 Würfel sind und im jeden Würfel sind 3 Weiße Punkte.



Warum passt dein Bild zur Malaufgabe? Erkläre.

Weil da vier Vasen mit jeweils drei Blumen sind.

Die Kinder zeichnen nicht nur multiplikative Bilder,
sondern verdeutlichen, dass **gebündelte Einheiten** vervielfacht werden.

Baiker (in Vorb.)

Wenn Verstehensgrundlagen in höheren Klassen fehlen

- Ein Großteil der schwächeren Kinder können eine Aufgabe wie 4·3 nicht mit Material zeigen, ein Bild dazu malen oder eine Rechengeschichte erfinden.
- Viele Kinder können das Fachwort „mal“ nicht mathematisch deuten.
- Bevorzugt werden Einmaleinsaufgaben durch die fortgesetzte Addition bzw. das Aufsagen der Einmaleinsreihen gelöst.
- Bei nahezu jeder Aufgabe wird bei *einmal* begonnen zu zählen.
- Das Erklären von Zusammenhängen von Aufgaben fällt vielen Kindern nicht leicht (z. B. von 7·5 zu 7·6).

Gaidoschik, 2015; Gaidoschik et al., 2018; Moser Opitz, 2013; Schäfer, 2005

Wenn Verstehensgrundlagen in höheren Klassen fehlen

- Viele Kinder können das Fachwort „mal“ nicht mathematisch deuten.

Alltagssprache der Kinder

Heute schieße ich **mal** ein Tor!

Ein**mal** wollte ich mit meiner Freundin...

Du kannst mich **mal**!

Mathesprache im Klassenzimmer

3 **mal** 4 sind 12.

Die mathematische Deutung des Fachwortes „mal“ ist eine andere als die alltagssprachliche.

Illustrationen von Karolin Mosen

Wenn Verstehensgrundlagen in höheren Klassen fehlen

- Bevorzugt werden Einmaleinsaufgaben durch die fortgesetzte Addition bzw. das Aufsagen der Einmaleinsreihen gelöst.

5 + 5
2 mal 5
$2 \cdot 5$

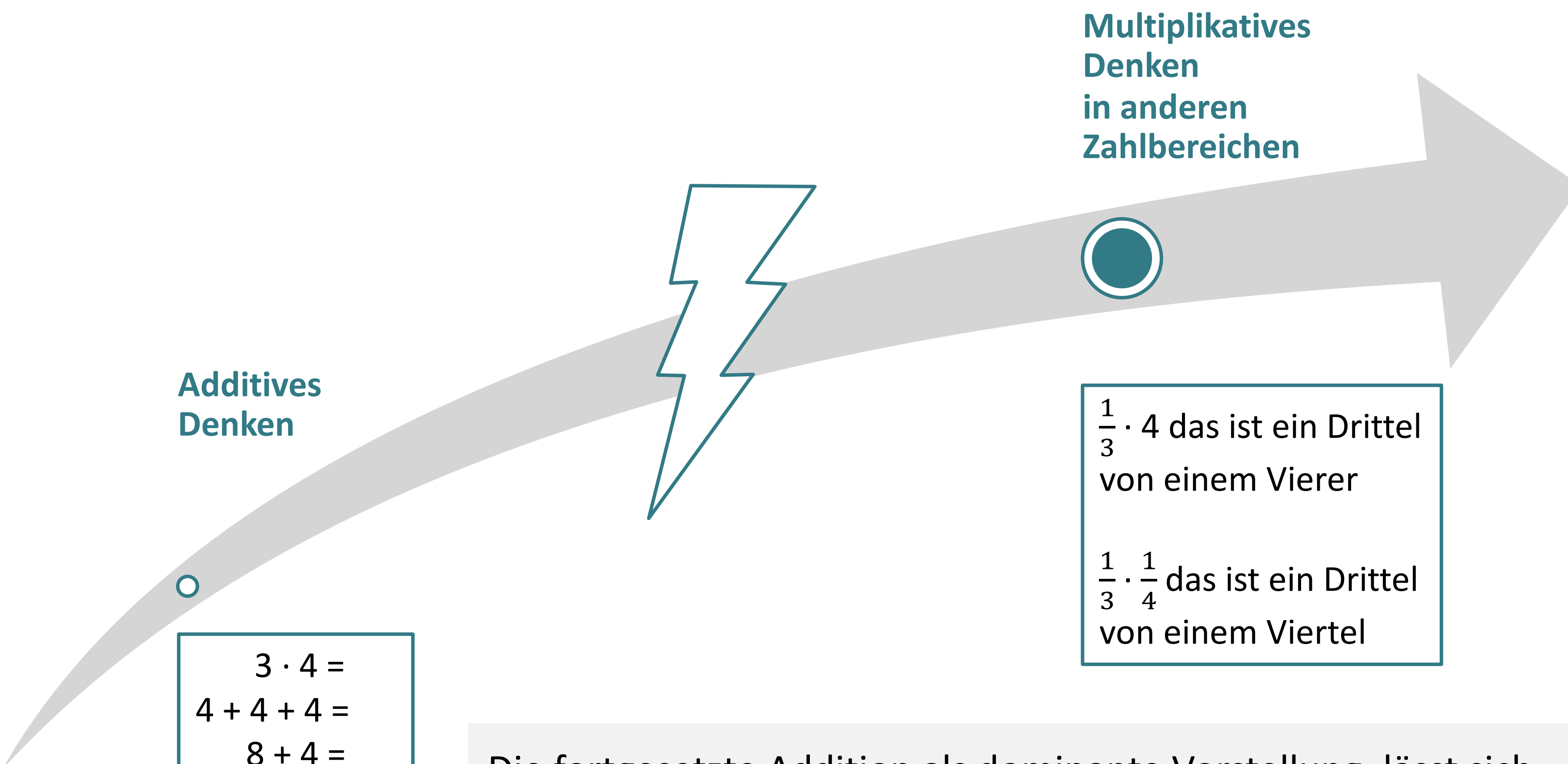
4 + 4 + 4
3 mal 4
$3 \cdot 4$

Darf ich die Multiplikation jetzt nicht mehr über die fortgesetzte Addition einführen?

Doch, aber wir müssen mit den Kindern die Verstehensgrundlagen erarbeiten, damit sie sich von additiven Vorstellungen lösen können.

Wenn Verstehensgrundlagen in höheren Klassen fehlen

- Bevorzugt werden Einmaleinsaufgaben durch die fortgesetzte Addition bzw. das Aufsagen der Einmaleinsreihen gelöst.



$3 \cdot 4 =$
$4 + 4 + 4 =$
$8 + 4 =$
$10 + 2 = 12$

$\frac{1}{3} \cdot 4$ das ist ein Drittel von einem Vierer

$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$ das ist ein Drittel von einem Viertel

Die fortgesetzte Addition als dominante Vorstellung, lässt sich nicht auf die Multiplikation anderer Inhaltsbereiche übertragen.

Götze & Baiker, 2021

Wenn Verstehensgrundlagen in höheren Klassen fehlen

- Bevorzugt werden Einmaleinsaufgaben durch die fortgesetzte Addition bzw. das Aufsagen der Einmaleinsreihen gelöst.

Langfristigkeit statt Kurzfristigkeit

Additives Denken

3 · 4 =
4 + 4 + 4 =
8 + 4 =
10 + 2 = 12

Denken in (ganzen) Sprüngen/ Schritten

4, 8, 12
Immer ein Vierer weiter.

Multiplikatives Denken als ein Denken in Bündeln

3 · 4
Das sind 3 Vierer, also 12.

Multiplikatives Denken in anderen Zahlbereichen

$\frac{1}{3} \cdot 4$ das ist ein Drittel von einem Vierer

$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$ das ist ein Drittel von einem Viertel

Das Zählen und Denken in gleich großen Gruppen ermöglicht langfristig ein Weiterlernen.

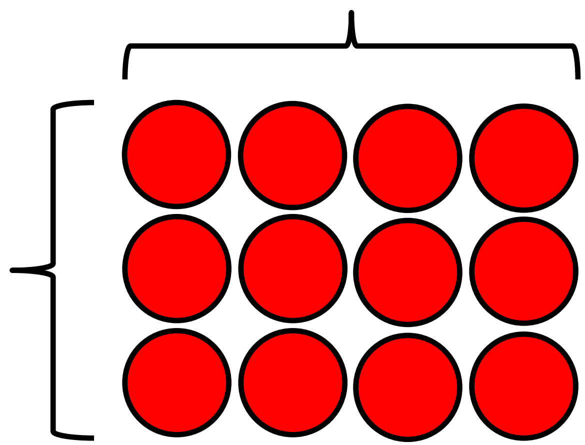
Wenn Verstehensgrundlagen in höheren Klassen fehlen

- Bevorzugt werden Einmaleinsaufgaben durch die fortgesetzte Addition bzw. das Aufsagen der Einmaleinsreihen gelöst.

Bei der Multiplikation haben die Zahlen im Term nicht die gleiche Bedeutung

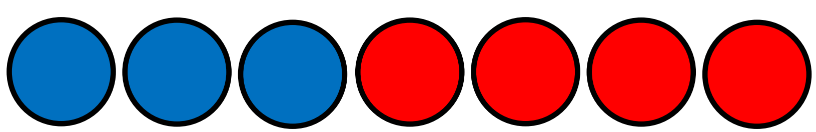
Multiplikand:
Wie viele in einer Gruppe/ Zeile?

Multiplikator:
Wie viele
Gruppen/ Zeilen?



$3 \cdot 4$
3 **mal** 4

Das ist bei der Addition, aus der sie hergeleitet wird, anders.
Hier repräsentieren der 1. und 2. Summand jeweils eine Menge:



$3 + 4$

Wenn Verstehensgrundlagen in höheren Klassen fehlen

- Bei nahezu jeder Aufgabe wird bei *einmal* begonnen zu zählen.

Ilay und Nelli am Ende des 3. Schuljahres

$7 \cdot 5 =$

$7 \cdot 6 =$

$7 \cdot 7 =$

$7 \cdot 8 =$

Ilay	Das (zeigt auf 7·5) sind dann 35.
Nelli	Jetzt die (zeigt auf die Aufgabe 7·6).
Ilay	Das sind 14, 14, 28 ... (nimmt die Finger, streckt erst zwei Finger hoch, flüstert) 14, und dann 14 dazu, 28 (streckt nochmals zwei Finger hoch), nein, also ... (flüstert) ... 42 .
L.	Wie bist du denn jetzt auf die 42 gekommen?
Nelli	Ich habe 41. Das war nur eins zu wenig.

Für diese Lösung hat Ilay 50 Sekunden gebraucht.

L.	Und wie geht es denn jetzt hier weiter? (zeigt auf die Aufgabe 7·7)
Ilay	Das sind dann ungefähr ... 48, nein, oder? (nimmt wieder die Finger und zählt von vorne)

Baiker (in Vorb.)

Wenn Verstehensgrundlagen in höheren Klassen fehlen

- Das Erklären von Zusammenhängen von Aufgaben fällt vielen Kindern nicht leicht (z. B. von 7·5 zu 7·6).

Dokumente von Drittklässlerinnen und Drittklässlern

Welche Matheaufgabe hilft bei **6 · 7 ?**

7 · 7 ☒
5 · 7 ☐
6 · 6 ☐

Wie hilft die Aufgabe bei **6 · 7** ? Erkläre.

7·7 weil dann nur noch 1 dazu

Welche Matheaufgabe hilft bei **6 · 7 ?**

7 · 7 ☐
5 · 7 ☒
6 · 6 ☐

Wie hilft die Aufgabe bei **6 · 7** ? Erkläre.

5·7=35+6=41

Welche Matheaufgabe hilft bei **6 · 7 ?**

7 · 7 ☒
5 · 7 ☐
6 · 6 ☐

Wie hilft die Aufgabe bei **6 · 7** ? Erkläre.

Die 7·7 Hilft weil 6 veknemen dan sind es 43

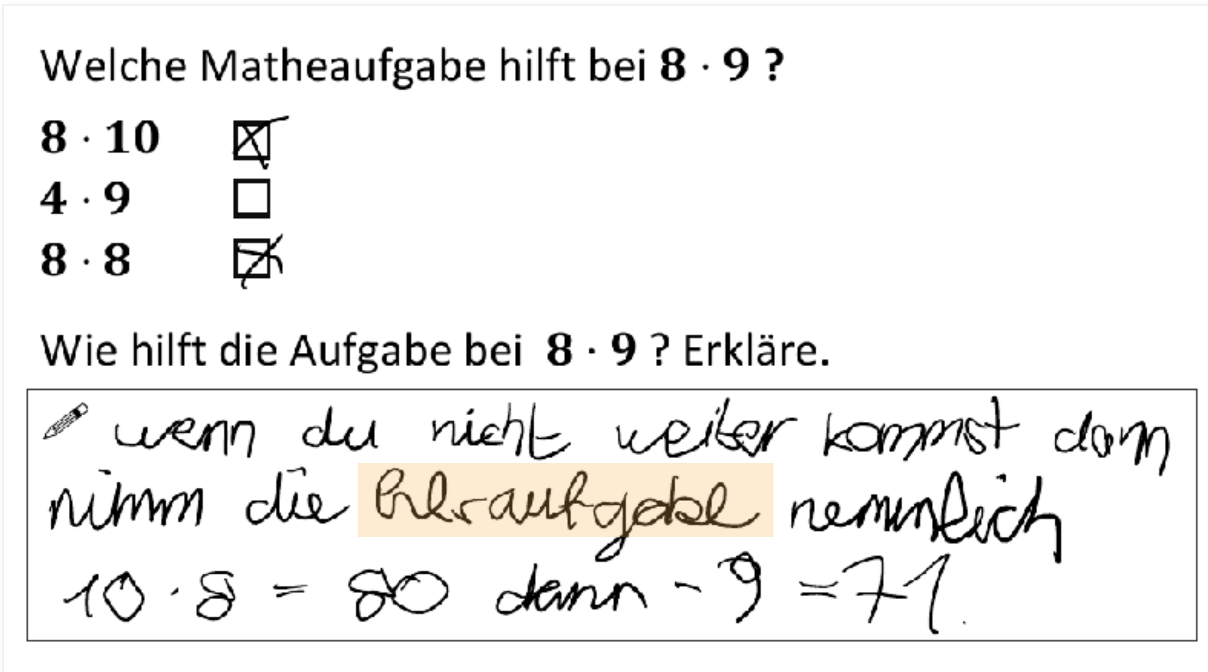
Große Unsicherheiten bei der Bestimmung des Unterschieds: Wie viele kommen eigentlich dazu?

Baiker (in Vorb.)

Wenn Verstehensgrundlagen in höheren Klassen fehlen

- Das Erklären von Zusammenhängen von Aufgaben fällt vielen Kindern nicht leicht (z. B. von 7·5 zu 7·6).

Dokumente von Drittklässlerinnen und Drittklässlern


Welche Matheaufgabe hilft bei **8 · 9 ?**

8 · 10	☒
4 · 9	☐
8 · 8	☒

Wie hilft die Aufgabe bei **8 · 9** ? Erkläre.

wenn du nicht weiter kommst dann nimm die Helferaufgabe nemmlich 10 · 8 = 80 dann − 9 = 71.

Das Ableiten wird oftmals als „zu schwer“ für die mathematisch schwächeren Kinder empfunden. Wissenschaftliche Studien belegen aber, dass das Ableiten Vorteile gegenüber dem Auswendiglernen hat – vor allem bei schwächeren Kindern (vgl. z.B. Köhler, 2019).

Baiker (in Vorb.)

Gliederung

1. Ansätze für nachhaltiges Lernen

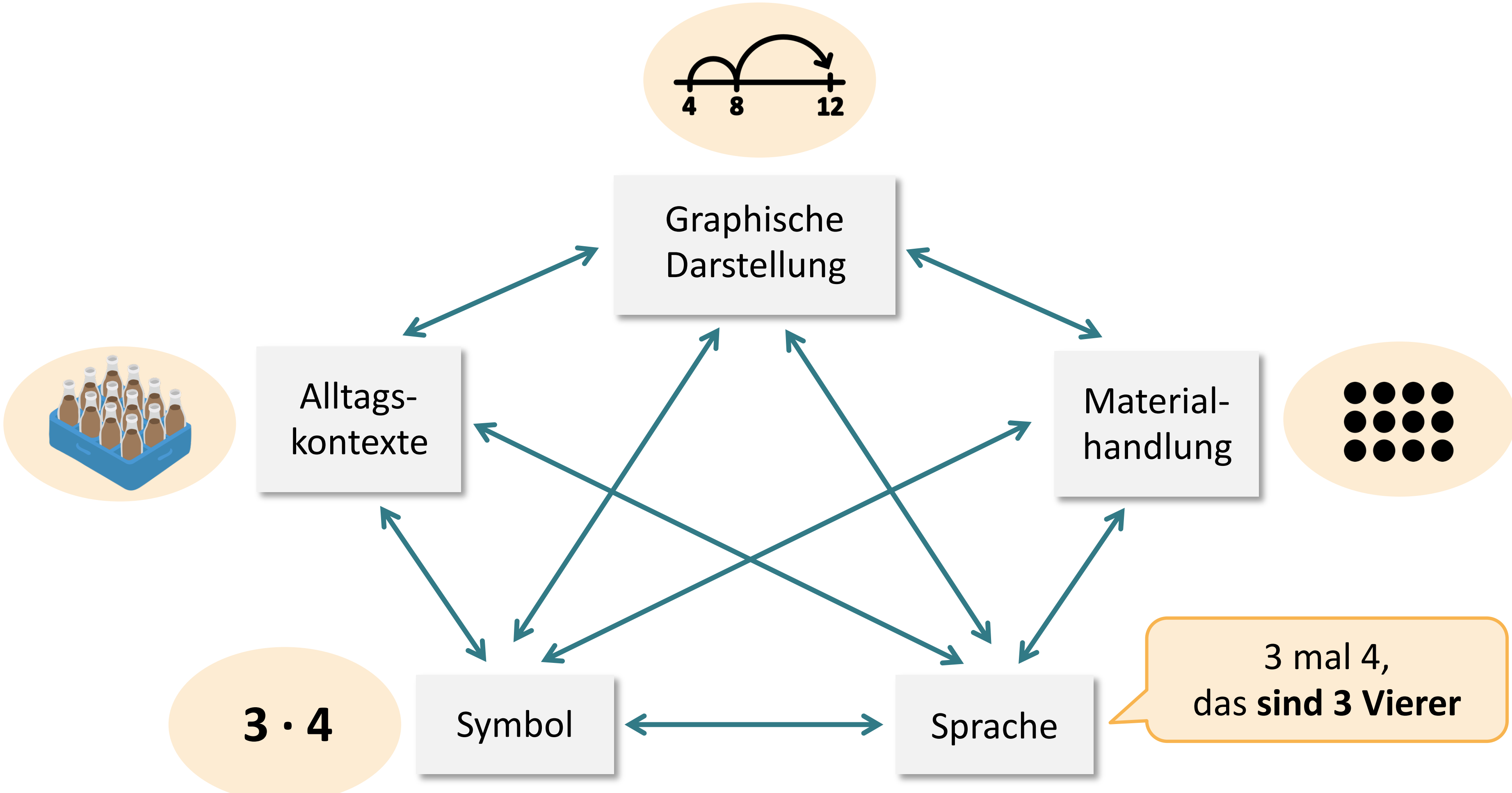
2. **Multiplikation**

   - Wie identifizieren wir Verstehensgrundlagen?
   - Wie diagnostizieren wir Verstehensgrundlagen?
   - **Wie fördern wir verstehensorientiert?**

3. Division

4. Fazit und Ausblick

Verstehen fördern durch Darstellungsvernetzung



In allen Darstellungen wird das Denken in **gleich großen Gruppen** aktiviert.

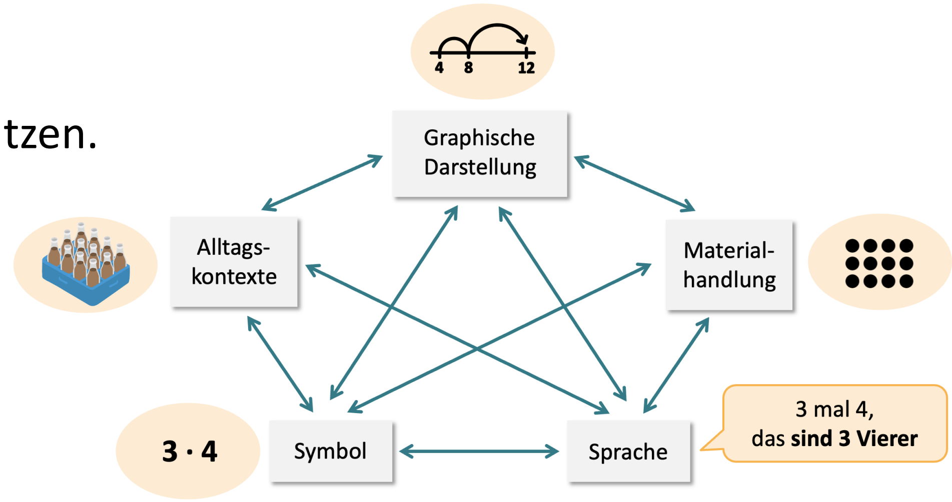
Illustrationen von Karolin Mosen

Darstellungsvernetzter Verständnisaufbau auf drei Ebenen

Ebene 1: Verständnis für „mal“ erzeugen.

Ebene 2: Einfache Aufgaben sichern.

Ebene 3: Einfache Aufgaben zum Ableiten nutzen.



Auf allen Ebenen werden die verschiedenen Darstellungen immer wieder miteinander vernetzt und dadurch mit Bedeutung gefüllt.

Oberstes Ziel: Mentale Vorstellungsbilder entwickeln und nutzen.

Wie sieht dein Bild zu 2 · 4 aus? Wie stellst du dir 2 · 4 vor?

Verständnis für „mal“ erzeugen

Was ist das Besondere an „mal“-Aufgaben?

Ich sehe eine Mal-Aufgabe, die ihr nicht seht. Ich sehe 2 mal 5, also 2 Fünfer.
Wo im Bild sehe ich diese Aufgabe?

4 + 4 + 4
3 mal 4
3 · 4

3 Reihen
mit immer 4 Flaschen,
also 3 Vierer

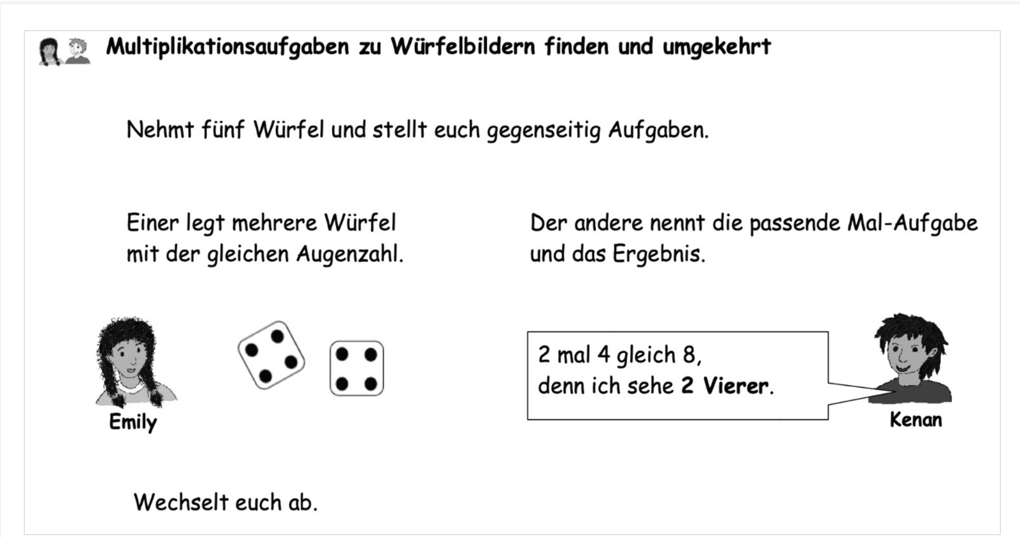
5 + 5
2 mal 5
2 · 5

2 Reihen
mit immer 5 Rollen,
also 2 Fünfer

Anhand von Alltagsbildern die Bedeutung von „mal“ gemeinsam aushandeln.
Nicht nur Plusaufgaben suchen und Malaufgaben nennen, sondern Bedeutung klären.

Verständnis für „mal“ erzeugen

Würfelbilder


Multiplikationsaufgaben zu Würfelbildern finden und umgekehrt

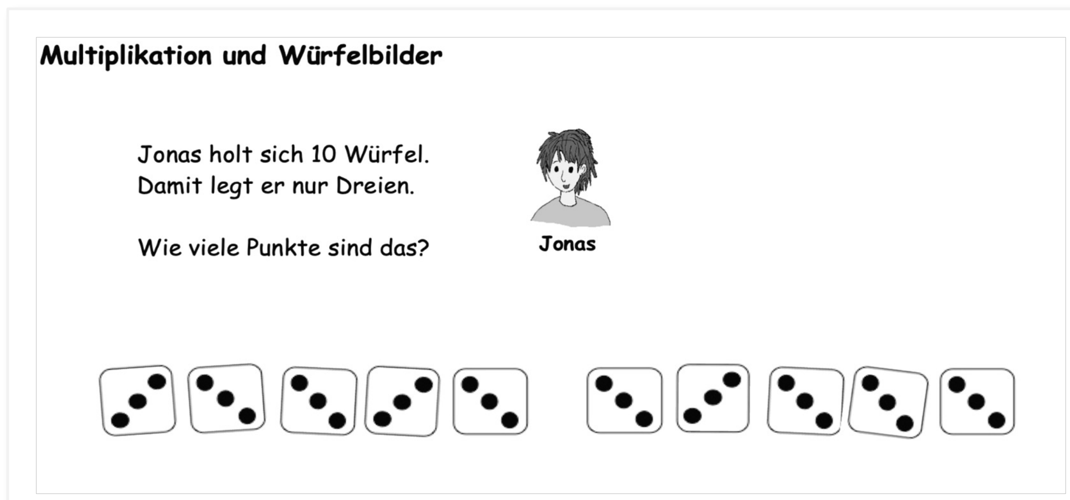
Nehmt fünf Würfel und stellt euch gegenseitig Aufgaben.

Einer legt mehrere Würfel mit der gleichen Augenzahl.

Der andere nennt die passende Mal-Aufgabe und das Ergebnis.

Wechselt euch ab.

Würfelbilder liefern automatisch die Sprache der gleich großen Gruppen.


Multiplikation und Würfelbilder

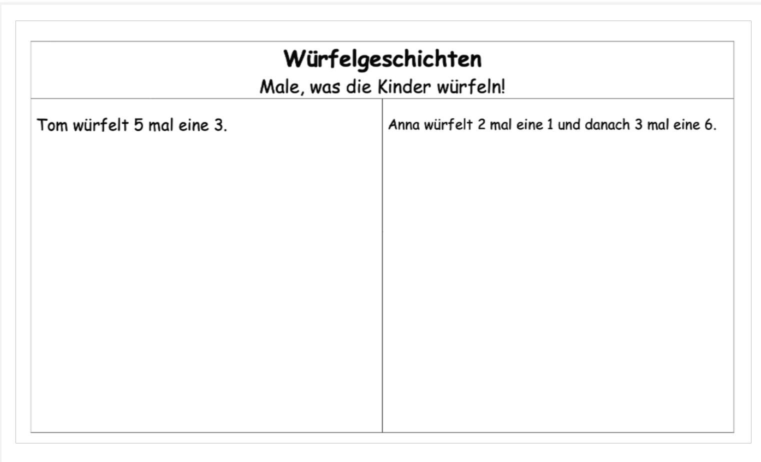
Jonas holt sich 10 Würfel.
Damit legt er nur Dreien.

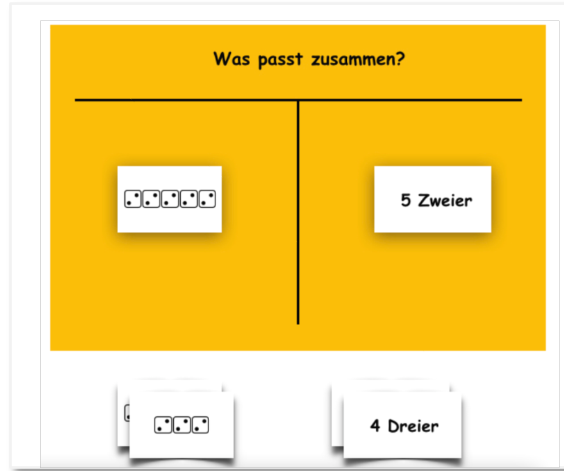
Wie viele Punkte sind das?

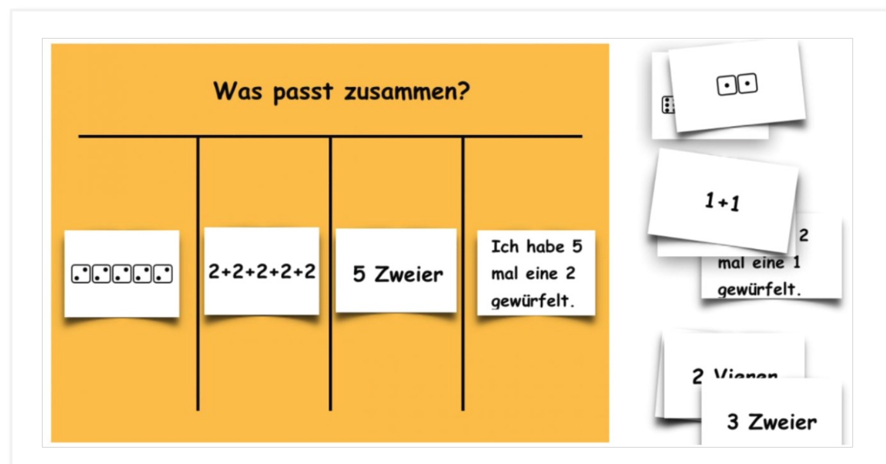
In Anlehnung an: https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/node/510

Verständnis für „mal“ erzeugen

Den Wechsel von verschiedenen Darstellungen bewusst anregen.

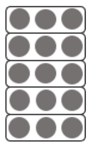
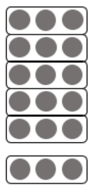






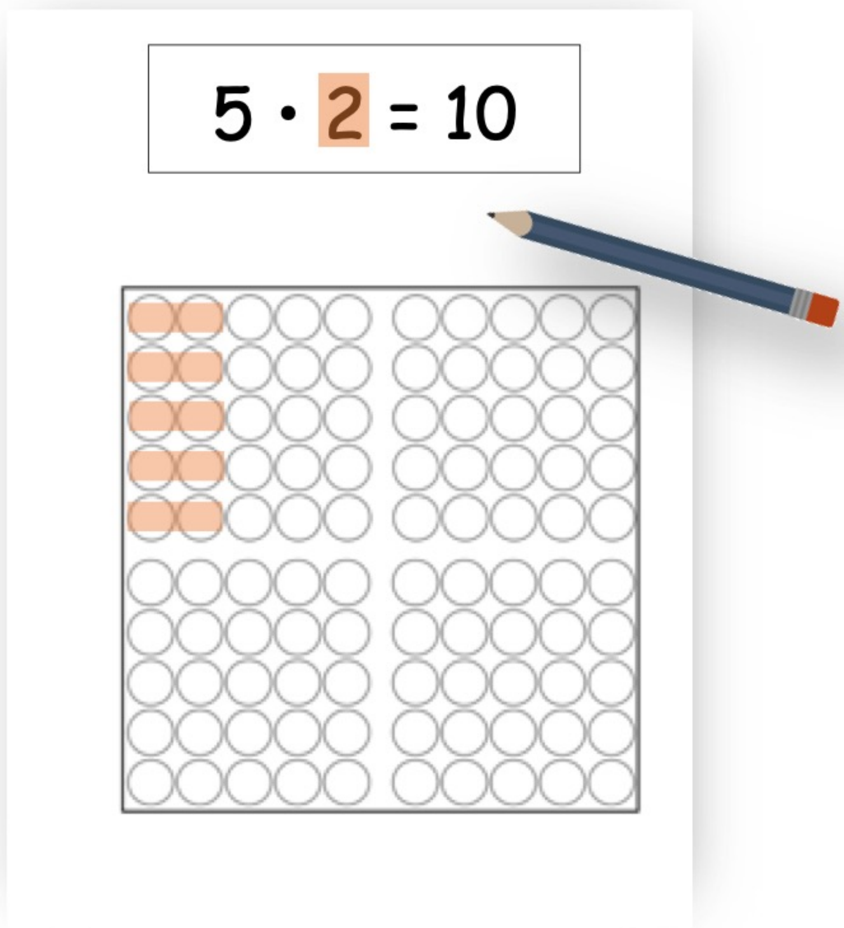
Verständnis für „mal“ erzeugen

Multiplikationsquartett

		5 Dreier	6 Dreier
5 · 3	6 · 3	15	18

Den Wechsel von verschiedenen Darstellungen bewusst anregen.

Verständnis für „mal“ erzeugen



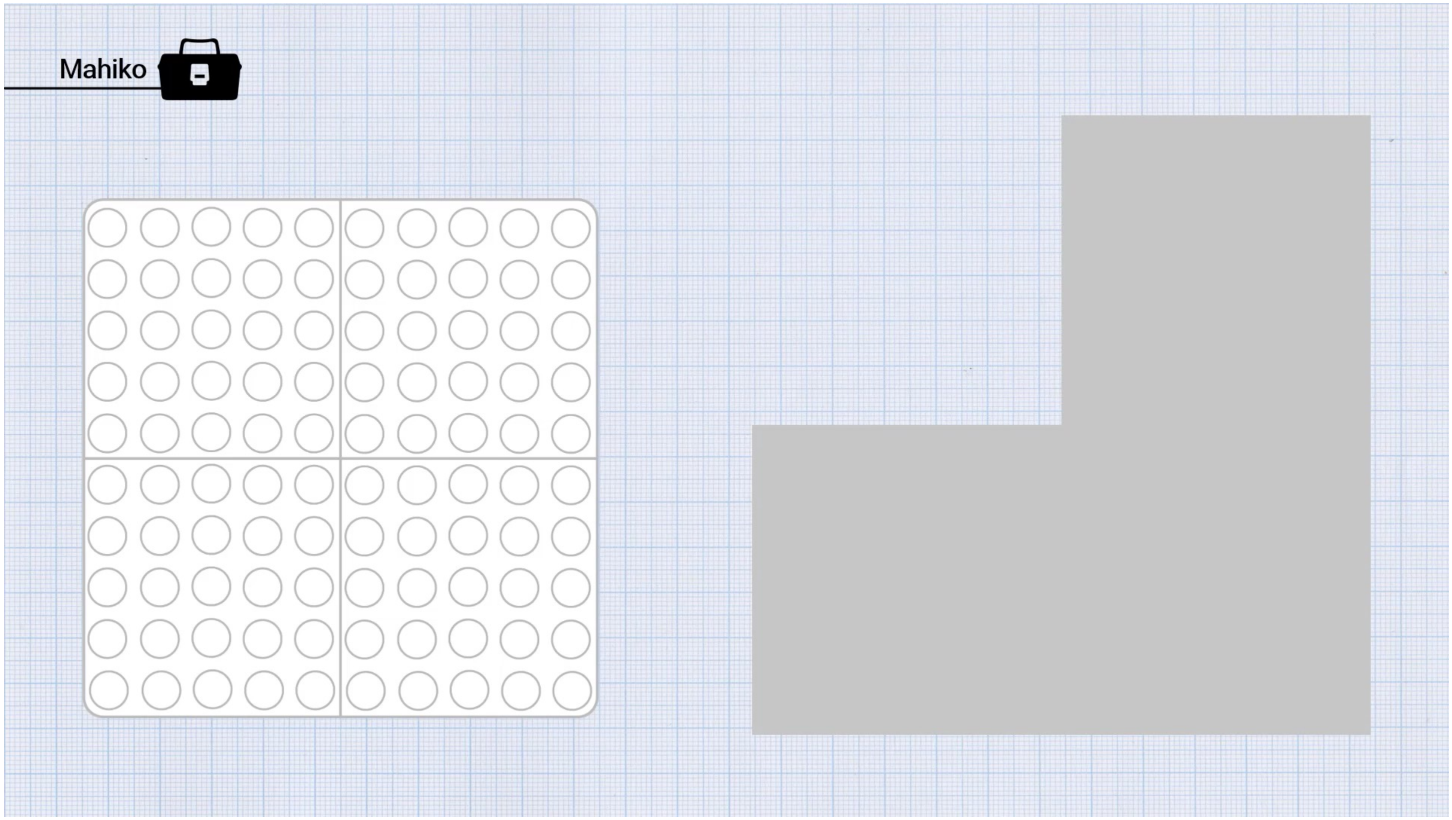
Auf dem Hunderterfeld markiere ich 5 Zweier. Insgesamt habe ich dann 10 Punkte markiert.

Die Sprache der Gruppen vernetzt Punktebilder und Term.

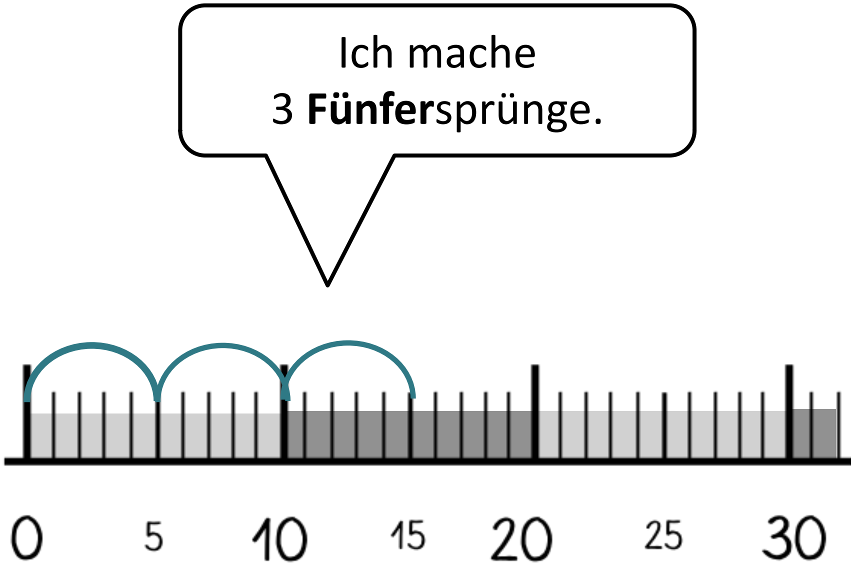
Verständnis für „mal“ erzeugen – der Malwinkel

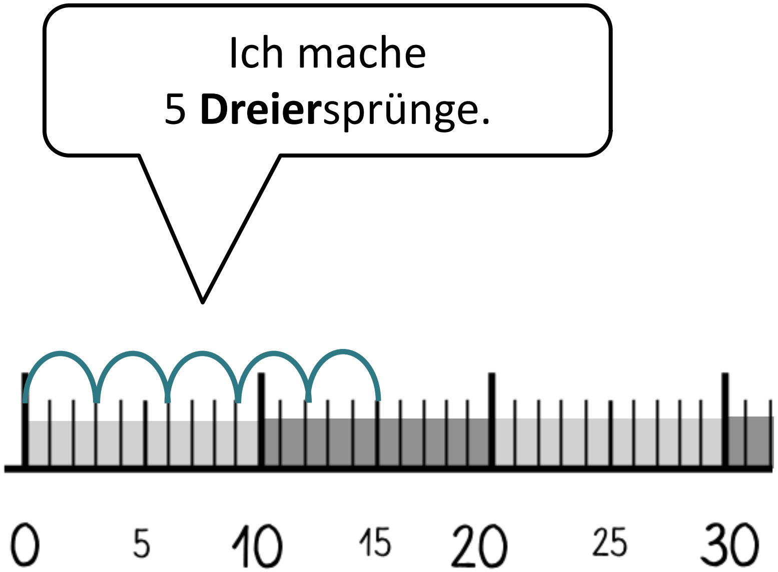
Aufgabe: Das Verständnis für „mal“ erzeugen

Achten Sie bei dem folgenden Video besonders darauf, wie das Verständnis für „mal“ anhand der verschiedenen Darstellungen expliziert wird.



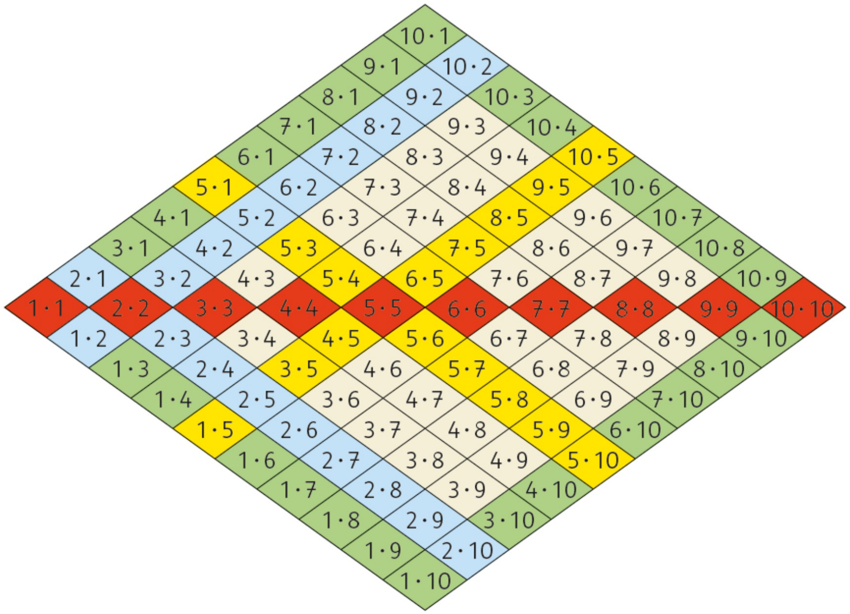
Verständnis für „mal“ erzeugen – am Zahlenstrahl





Wird die anschauliche Darstellung gewechselt, wechselt auch die Sprache.
Wird also am Zahlenstrahl gearbeitet, sind es die **Sprünge** gleicher Größe.

Einfache Aufgaben sichern



1·1	1·2	1·3	1·4	1·5	1·6	1·7	1·8	1·9	1·10
2·1	2·2	2·3	2·4	2·5	2·6	2·7	2·8	2·9	2·10
3·1	3·2	3·3	3·4	3·5	3·6	3·7	3·8	3·9	3·10
4·1	4·2	4·3	4·4	4·5	4·6	4·7	4·8	4·9	4·10
5·1	5·2	5·3	5·4	5·5	5·6	5·7	5·8	5·9	5·10
6·1	6·2	6·3	6·4	6·5	6·6	6·7	6·8	6·9	6·10
7·1	7·2	7·3	7·4	7·5	7·6	7·7	7·8	7·9	7·10
8·1	8·2	8·3	8·4	8·5	8·6	8·7	8·8	8·9	8·10
9·1	9·2	9·3	9·4	9·5	9·6	9·7	9·8	9·9	9·10
10·1	10·2	10·3	10·4	10·5	10·6	10·7	10·8	10·9	10·10

Meine Kinder überfordert diese Tafel.

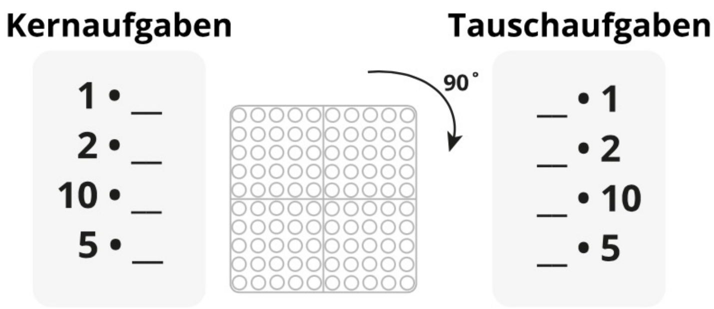
Sie ist keine Lernhilfe, sondern eher eine Lernhürde.

Abfrage:

Welche Erfahrungen haben Sie bisher beim Einsatz solcher Tafeln gemacht?

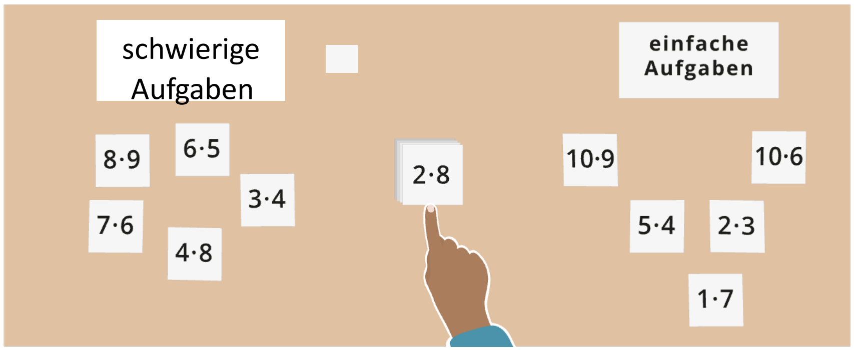
https://grundschul-blog.de/blitzrechnen-alles-fuer-das-taegliche-kopfrechentraining/
https://de.bettermarks.com/mathe/uebungen-zum-kleinen-einmaleins/

Einfache Aufgaben sichern



einfache Aufgaben:

Aufgaben mit 1, 2, 5 oder 10 als ersten und/oder zweiten Faktor



Vorteile des selbstständigen Sortierens:

Wenn Kinder die Einmaleins-aufgaben selbstständig nach einfach und schwierig sortieren, werden sie sich bewusst, dass und welche Aufgaben für sie einfach sind.

Einfache Aufgaben sichern

Aufgabe: Das Sortieren anregen

Achten Sie bei dem folgenden Video besonders darauf, wie die Kinder zum Sortieren der Einmaleinsaufgaben angeregt werden.

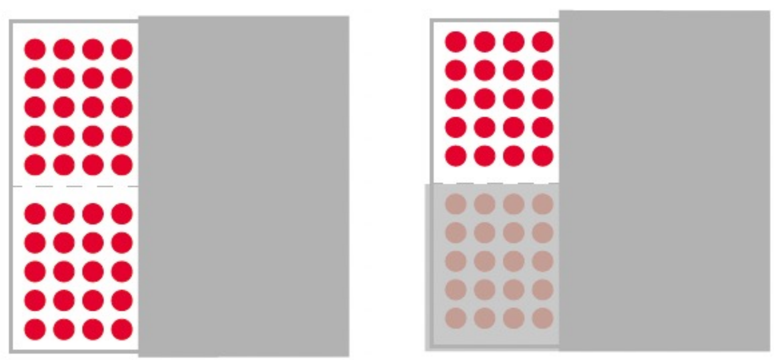
Einfache Aufgaben sichern und ableiten

Um den Zusammenhang von Aufgaben zu erklären, hilft die Sprache der gleich großen Gruppen immens weiter.

10 mal 4,
das sind 10 Vierer,
also 40.

$10 \cdot 4 =$

$5 \cdot 4 =$



5 Vierer sind
die Hälfte von
10 Vierern.

Die Beschreibungen der Punktebilder adressieren direkt die zuvor gelegten Punktebilder. Sie helfen zu erinnern, wie Mal-Aufgaben zu denken sind.

Illustrationen von Karolin Mosen

Einfache Aufgaben sichern und ableiten

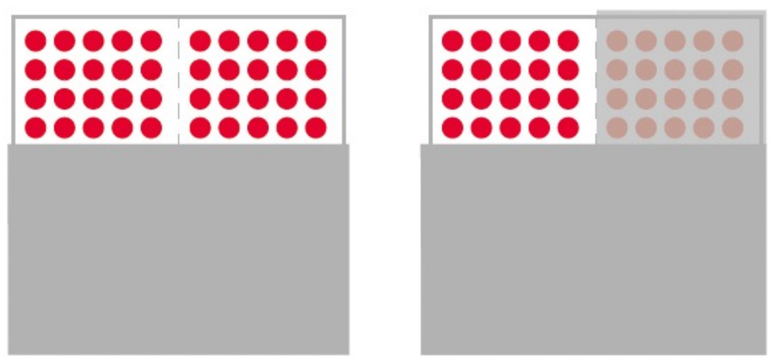
Das geht auch, wenn zwischen den Reihen gesprungen wird (hier: von der Zehnerreihe in die Fünferreihe).

4 mal 10,
das sind 4 Zehner,
also 40.

$4 \cdot 10 =$

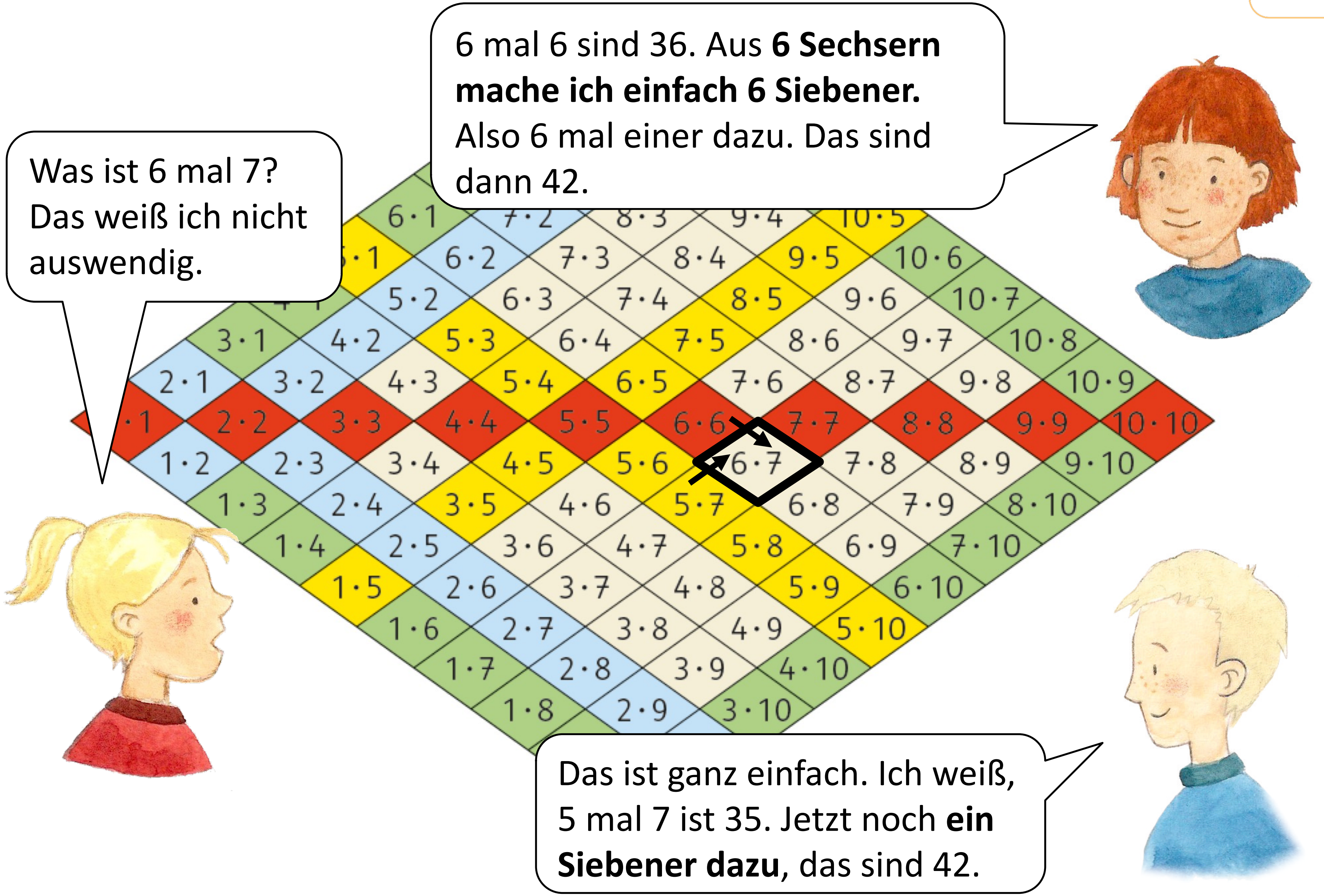
$4 \cdot 5 =$

4 Fünfer sind
die Hälfte von
4 Zehnern.



Illustrationen von Karolin Mosen

Einfache Aufgaben zum Ableiten nutzen



https://grundschul-blog.de/blitzrechnen-alles-fuer-das-taegliche-kopfrechentraining/

Einfache Aufgaben zum Ableiten nutzen

Aufgabe: Darstellungsvernetzung direkt anregen

An welchen Stellen fängt der Schüler an, die Zusammenhänge der Aufgaben zu erklären? Welche Rolle spielt die Sprache der gleich großen Gruppen?

$2 \cdot 4 =$

$3 \cdot 4 =$

$4 \cdot 4 =$

$5 \cdot 4 =$

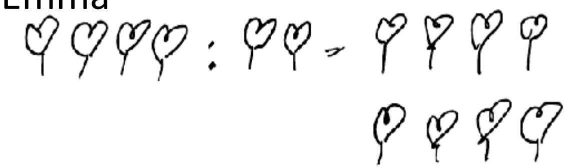
- Erst durch die aktive Aufforderung beginnt er, die Darstellungen zu verknüpfen.
- Die Viererstreifen, die Versprachlichung der Vierer und die formalen Aufgaben werden aktiv zur Erklärung herangezogen und vernetzt.

Gliederung

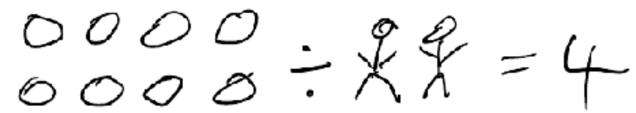
Division

Male ein Bild, das zur Aufgabe 8 : 2 = 4 passt.
Warum passt dein Bild zur Aufgabe?

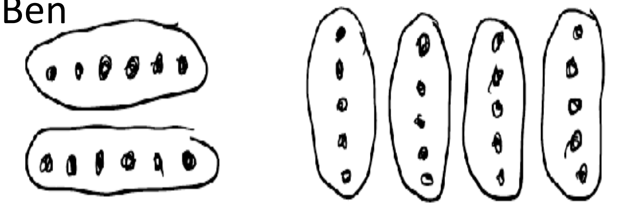
Emma



Ibrahim



Ben

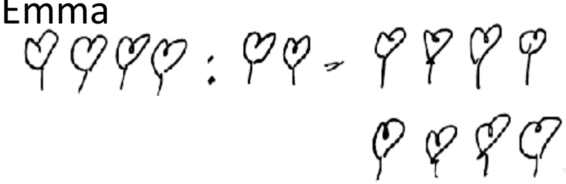


Betrachten Sie die drei Kinderdokumente von Emma, Ibrahim und Ben:
Inwiefern spiegeln sich in den gemalten Bildern Vorstellungen zur Division wider?

Division

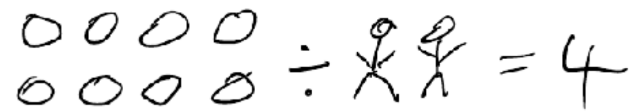
Male ein Bild, das zur Aufgabe 8 : 2 = 4 passt.
Warum passt dein Bild zur Aufgabe?

Emma



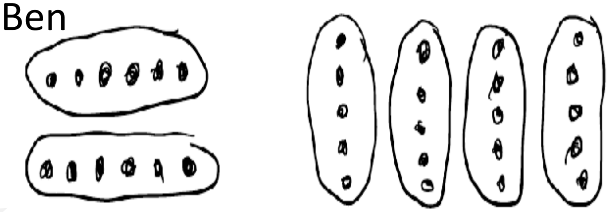
Vermischung von Material und Symbolen.
Emma orientiert sich vermutlich eher an der Multiplikationsaufgabe 4·2=8 .

Ibrahim



Vermischung von Material und Symbolen.
Ibrahim scheint Gegenstände an zwei Personen verteilen zu wollen.

Ben



Ben malt Bilder, in denen durch 2 und durch 4 dividiert wird. Das Einkreisen verdeutlicht, dass er versucht, mit gleich großen Gruppen zu arbeiten.

„Teilen“ sollte den Kindern doch bekannt sein?

Alltagssprachliches „Teilen“ erfordert oftmals keinen Rückbezug zur Ausgangsmenge oder zur Teilmenge und ist häufig eher ungenau.

Alltagssprache der Kinder

Wir **teilen** uns eine Pizza.

Ich **verteile** die Karten.

Teilst du mit mir?

Mit meinem Bruder **teile** ich mir ein Zimmer.

Mathesprache im Klassenzimmer

8 **geteilt** durch 2 sind 4.

Illustrationen von Karolin Mosen

Wenn Verstehensgrundlagen in höheren Klassen fehlen

Die Deutung der Division als „Finde die passende Malaufgabe“, lässt sich nicht auf andere Inhaltsbereiche übertragen.

Division als Umkehrung der Multiplikation

12 : 4 ist 3, denn 3 mal 4 sind 12.

Dividierendes Denken in anderen Zahlbereichen

$\frac{3}{4} : \frac{1}{4}$ → Wie oft passt $\frac{1}{4}$ in $\frac{3}{4}$?

4 : 3 → Wie oft passt ein Dreier in einen Vierer?

4 : 3 → Ich teile einen Vierer in 3 gleich große Teile. Wie groß ist jeder Teil?

Wenn Verstehensgrundlagen in höheren Klassen fehlen

Teilende Vorstellungen als „passen in“ oder als „einteilen/zerteilen“ sind auch für andere Inhaltsbereiche tragfähig.

Langfristigkeit statt Kurzfristigkeit

Division als Umkehrung der Multiplikation

12 : 4 ist 3, denn 3 mal 4 sind 12.

Entwicklung aufteilender und verteilender Vorstellungen

12 : 4 kann bedeuten:
- Wie viele Vierer passen in 12?
- 12 in 4 gleich große Gruppen/Teile einteilen.

Dividierendes Denken in anderen Zahlbereichen

$\frac{3}{4} : \frac{1}{4}$ → Wie oft passt $\frac{1}{4}$ in $\frac{3}{4}$?

4 : 3 → Wie oft passt ein Dreier in einen Vierer?

4 : 3 → Ich teile einen Vierer in 3 gleich große Teile. Wie groß ist jeder Teil?

Zum Verhältnis der Grundvorstellungen zur Division

8 : 2 = 4

1. Aufteilen

Wie viele Zweier passen in 8?

2. Verteilen

Teile 8 in 2 Gruppen. Wie viele sind in einer Gruppe?

3. Rückgriff auf die Multiplikation als die Umkehroperation

2 Vierer sind 8 und 4 Zweier sind 8, also ist 8 geteilt durch 2 gleich 4.

- Viele Kinder haben größere Probleme und weniger Vorerfahrungen mit aufteilenden Aufgabenstellungen.
- Im Alltag spielt das Verteilen eine größere Rolle (Karten, Geld, Bonbons ... Werden an Kinder verteilt).
- Aufteilen und der Rückgriff auf die Multiplikation sind sehr ähnlich zu denken und fördern das Verständnis der Division als Umkehroperation der Multiplikation.

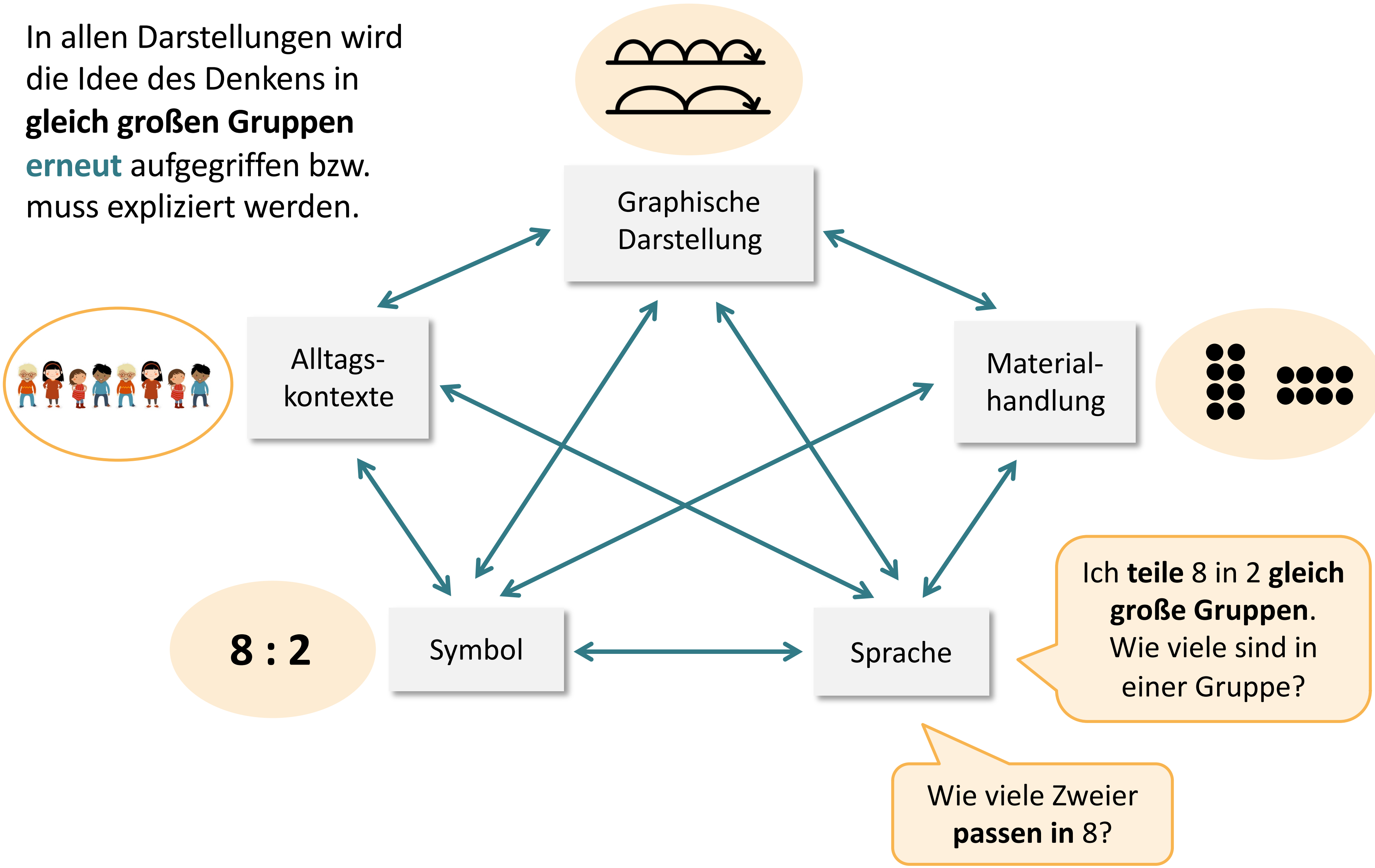
→ Aufteilende Vorstellungen müssen mehr bei der Erarbeitung des Einsdurcheins beachtet werden.

Gliederung

1. Ansätze für nachhaltiges Lernen
2. Multiplikation
3. **Division**
   - Wie identifizieren wir Verstehensgrundlagen?
   - Wie diagnostizieren wir Verstehensgrundlagen?
   - **Wie fördern wir verstehensorientiert?**
4. Fazit und Ausblick

Verstehen fördern durch Darstellungsvernetzung

In allen Darstellungen wird die Idee des Denkens in **gleich großen Gruppen** erneut aufgegriffen bzw. muss expliziert werden.



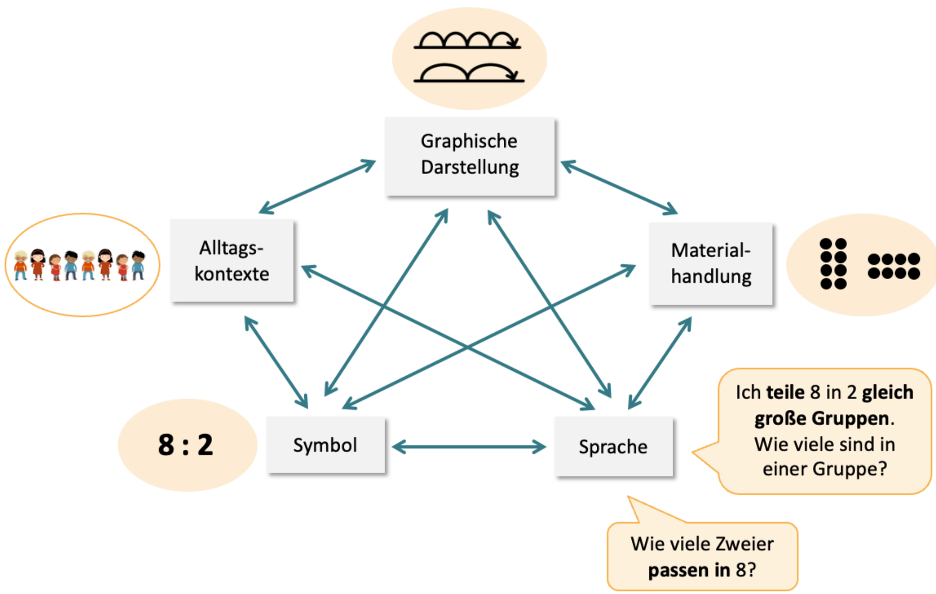
Illustrationen von Karolin Mosen

Darstellungsvernetzter Verständnisaufbau auf drei Ebenen

Ebene 1: Verständnis für „geteilt“ erzeugen.

Ebene 2: Teilende Vorstellungen fokussieren (vor allem „passen in“).

Ebene 3: Teilende und multiplikative Vorstellungen flexibel nutzen.



Auf allen Ebenen werden die verschiedenen Darstellungen immer wieder miteinander vernetzt und dadurch mit Bedeutung gefüllt.

Oberstes Ziel: Multiplikative Vorstellungen und auch teilende Vorstellungen entwickeln.

Verständnis für „geteilt" erzeugen

Anregungen aus der Mathekartei von PIKAS

Beim Atomspiel sollen sich die Kinder nach Anweisung der Lehrkraft zu gleich großen Gruppen zusammenfinden. Anschließend werden zur Situation passende Divisionsaufgaben genannt:

Welche Aufgabe passt zu dem, was ihr gerade gemacht habt?

Verständnis für „geteilt“ erzeugen

Atomspiel vertiefen

Die Anweisungen im Spiel sollten gezielt variiert werden, um sowohl aufteilende (linke Sprechblase) als auch verteilende (rechte Sprechblase) Grundvorstellungen anzusprechen.

Illustrationen von Karolin Mosen

Verständnis für „geteilt“ erzeugen

Anregungen aus der Mathekartei von PIKAS

Vor-schule | Kl. 1 | Kl. 2 | Kl. 3 | Kl. 4 | Operations-vorstellung

Quatschgeschichten

Ich erzähle euch heute etwas über Mathe. Manchmal erzähle ich aber auch Quatsch. Findet heraus, ob ich Quatsch erzähle oder nicht.

30 Kinder und drei Kinder setzen sich hin. Die Geteiltaufgabe ist 30:3.

Material:

Wir sind 28 Kinder, wir können Vierergruppen bilden. Dann sind es 7 Gruppen, denn 28 : 4 = 7.

Wir sind 28 Kinder, wir können vier Gruppen bilden. Dann sind es 7 Gruppen.

Die Lehrkraft erzählt Rechengeschichten zur Division.

Manche Geschichten sind aber falsch und damit Quatsch.

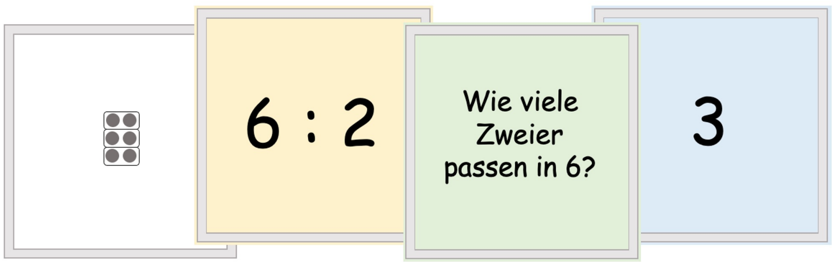
Die Kinder sagen nach einer kurzen Bedenkzeit, wie sie die Rechengeschichte einstufen.

Anschließend wird gemeinsam geklärt, warum diese Geschichte eine oder auch keine Divisionsgeschichte ist.

Teilende Vorstellungen fokussieren

Quartett zur Division

Geteiltquartett: Aufteilen



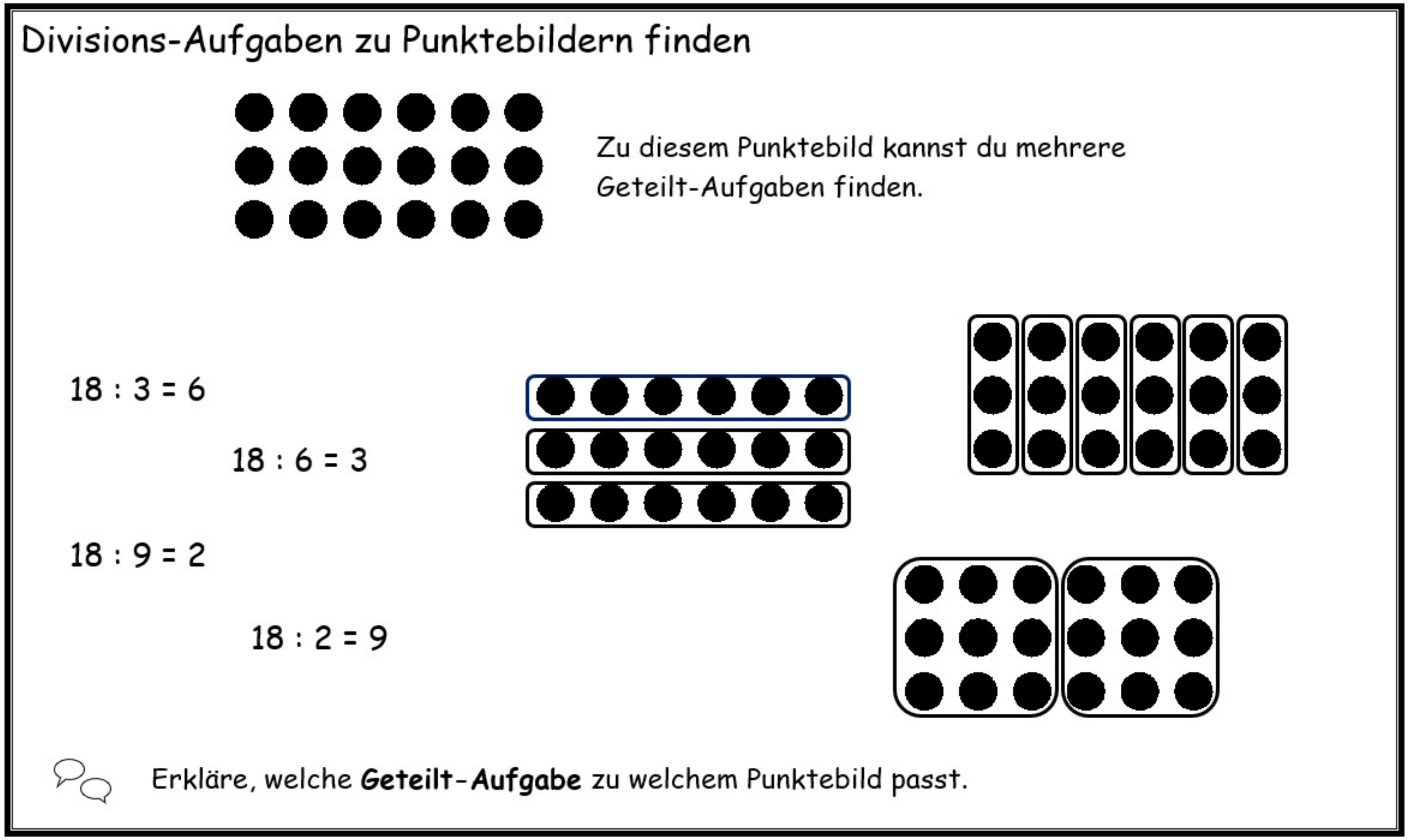
Geteiltquartett: Verteilen

- Das Geteiltquartett gibt es in zwei Varianten: Aufteilen und Verteilen
- Es dient der gezielten Übung **einer** teilenden Grundvorstellung.
- Es kann ebenso als Trio gespielt werden (Punktebild, Term und Beschreibung).
- Die Ergebniskarte unterstützt zudem das Ausrechnen.

In Anlehnung an https://pikas-mi.dzlm.de/node/605

Teilende Vorstellungen fokussieren

Verschiedene Aufgaben in Punktebildern erkennen



Die Aufforderung, verschiedene Divisionsaufgaben in Punktebildern zu finden, kann das Verständnis für Division nachhaltig vertiefen. Das beiliegende Fördermaterial thematisiert daher bewusst die flexible Interpretation der Punktebilder.

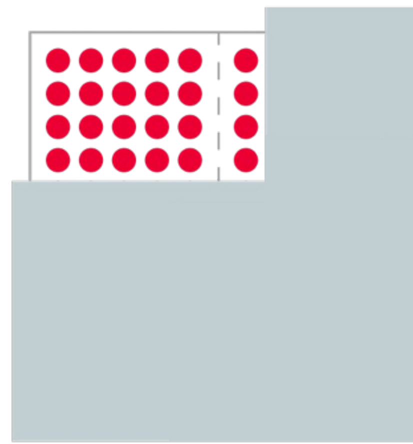
Teilende und multiplikative Vorstellungen parallel thematisieren

Verschiedene Aufgaben in Punktebildern erkennen

24 geteilt durch 6.
Wie viele Sechser
passen in 24
Plättchen?

$24 : 6 = \_\_$

$\_\_ \cdot 6 = 24$



Ich denke an die
Umkehraufgabe.
Immer Sechser. Wie
viele Sechser sind
zusammen 24?
4 mal 6 gleich 24.

Ich **teile** 24 Plättchen
in 6 Gruppen **ein**.
Dann sind immer 4 in
einer Gruppe.

Illustrationen von Karolin Mosen

Gliederung

1. Ansätze für nachhaltiges Lernen
2. Multiplikation
3. Division
4. **Fazit und Ausblick**

Prinzipien für nachhaltiges Lernen – ein Fazit

Jobs der Lehrkräfte

Verstehensgrundlagen identifizieren

Verstehensgrundlagen diagnostizieren

Verstehensgrundlagen fördern

- Klären Sie gemeinsam mit den Kindern, was „mal“ und „geteilt“ bedeuten.
- Dieses Verständnis ist langfristig tragbar und fortführbar.
- Zentral ist, immer wieder an die Bilder der Materialien zu erinnern (mental oder auch real).
- Können die Kinder ableiten, können sie sich das Ergebnis jeder vergessenen Aufgabe wieder herleiten.

Prinzipien für nachhaltiges Lernen

Langfristigkeit statt Kurzfristigkeit

Verstehens-orientierung

Diagnosegeleitetheit

Kommunikations-förderung

Take-Home-Messages

Jobs der Lehrkräfte

Verstehensgrundlagen identifizieren

Verstehensgrundlagen diagnostizieren

Verstehensgrundlagen fördern

- Ich greife verschiedene Vorstellungen und Situationen zur Multiplikation auf und berücksichtige dabei unterschiedliche multiplikative Strukturen.
- Ich initiiere kontinuierlich die Vernetzung von Darstellungen und den Austausch darüber, um Bilder zur Multiplikation im Kopf der Kinder aktiv zu halten.
- Ich thematisiere Beziehungen und Strukturen der Multiplikation und rege die Kinder an, diese zu nutzen, um sicher im Einmaleins zu werden.
- Ich verwende die Gruppensprache der Multiplikation, um das Verständnis der Operation sprachlich zu begleiten und zu fundieren.

Prinzipien für nachhaltiges Lernen

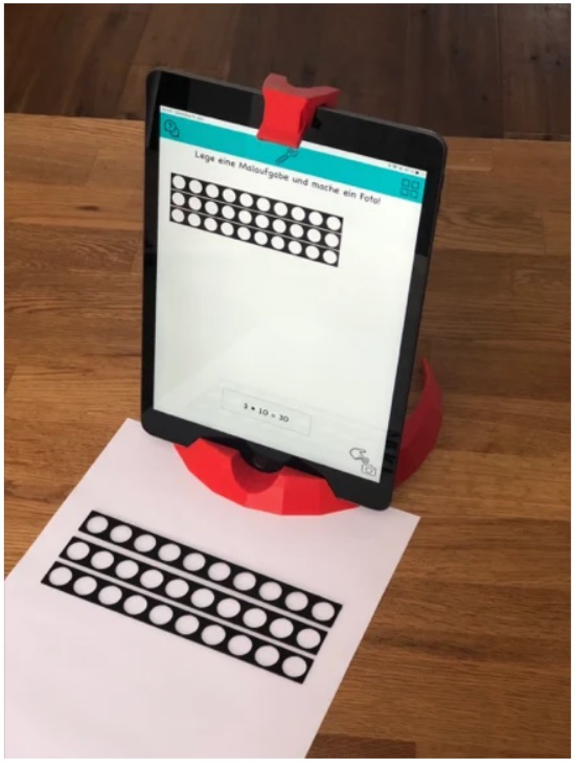
Langfristigkeit statt Kurzfristigkeit

Verstehens-orientierung

Diagnosegeleitetheit

Kommunikations-förderung

Einfache Aufgaben zum Ableiten nutzen – auch digital



frei verfügbar
im AppStore

Götze, Rahn & Stark, 2021; Rahn (in Vorb.)

Einfache Aufgaben zum Ableiten nutzen – auch digital

https://padlet.com/nicolaannerahn1/1x1tool

Götze, Rahn & Stark, 2021; Rahn (in Vorb.)

Quellen

- Baiker, A. (in Vorbereitung). Verstehensgrundlagen für multiplikative Vorstellungen bei Grundschulkindern identifizieren und sprachbewusst fördern. TU Dortmund.
- Gaidoschik, M. (2015). Einmaleins verstehen, vernetzen, merken. Strategien gegen Lernschwierigkeiten. Seelze: Klett, Kallmeyer.
- Gaidoschik, M., Deweis, K. M., & Guggenbichler, S. (2018). Do lowerachieving children profit from derived facts-based teaching of basic multiplication: Findings from a design research study. In T. Dooley & G. Gueudet (Eds.), Proceedings of the tenth congress of the European Society for Research in Mathematics Education (S. 346–353). Dublin: DCU Institute of Education and ERME.
- Götze, D., & Baiker, A. (2021). Language-responsive support for multiplicative thinking as unitizing: results of an intervention study in the second grade. *ZDM Mathematics Education* 53, 263–275.
- Moser Opitz, E. (2013). Rechenschwäche/Dyskalkulie. Theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern. Bern: Haupt.
- Schäfer, J. (2005). Rechenschwäche in der Eingangsstufe der Hauptschule. Lernstand, Einstellungen und Wahrnehmungsleistungen. Eine empirische Studie. Hamburg: Verlag Dr. Kovac.

Herzlichen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!