



Bildquelle: unsplash.com
marco fileccia @fileccia

Dezimalzahlverständnis in Klasse 5 - 7

Verstehensgrundlagen fördern mit *Mathe sicher können*

Fortbildungsmaterial von Lara Sprenger und Stephan Hußmann
unter Mitarbeit von Florian Schacht, Sümeyye Erbay & Corinna
Mosandl



MaCo

Gliederung

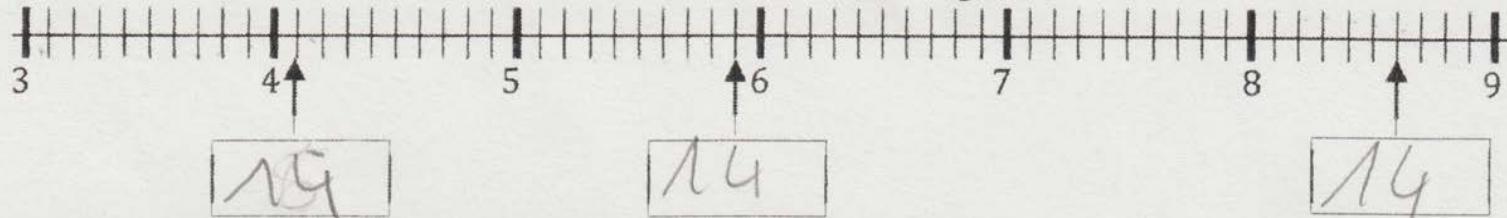
- 1. Verständnisschwierigkeiten bei Dezimalzahlen**
- 2. Fachdidaktischer Input zum Dezimalzahlverständnis**
- 3. Diagnose von Dezimalzahlverständnis**
- 4. Förderung von Dezimalzahlverständnis**

Verständnisschwierigkeiten bei Dezimalzahlen

7. / 8. Schuljahr

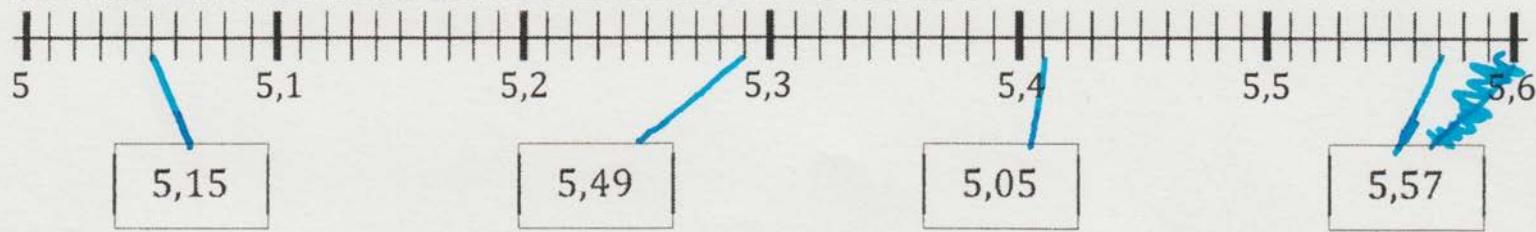
a)

Welche Zahlen werden durch die Pfeile markiert? Trage ein!



b)

Markiere die Zahlen in den Kästchen am Zahlenstrahl!



Welche Schwierigkeiten der Lernenden zeigen sich in den Dokumenten?

Verständnisschwierigkeiten bei Dezimalzahlen

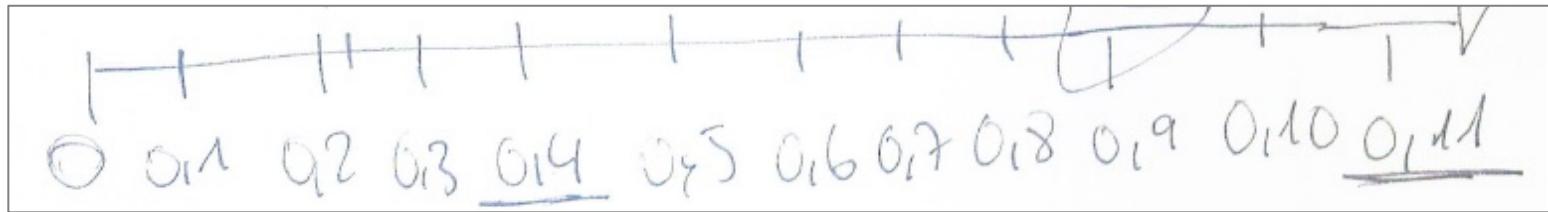
7. / 8. Schuljahr

1. 3 ist größer als 1,12, denn desto mehr Zahlen hinter dem Komma stehen desto kleiner ist die Zahl.

Welche Schwierigkeiten der Lernenden zeigen sich in den Dokumenten?

Verständnisschwierigkeiten bei Dezimalzahlen

7. / 8. Schuljahr



„0,11 ist größer als 0,4, weil 11 ist größer als 4.“

Welche Schwierigkeiten der Lernenden zeigen sich in den Dokumenten?

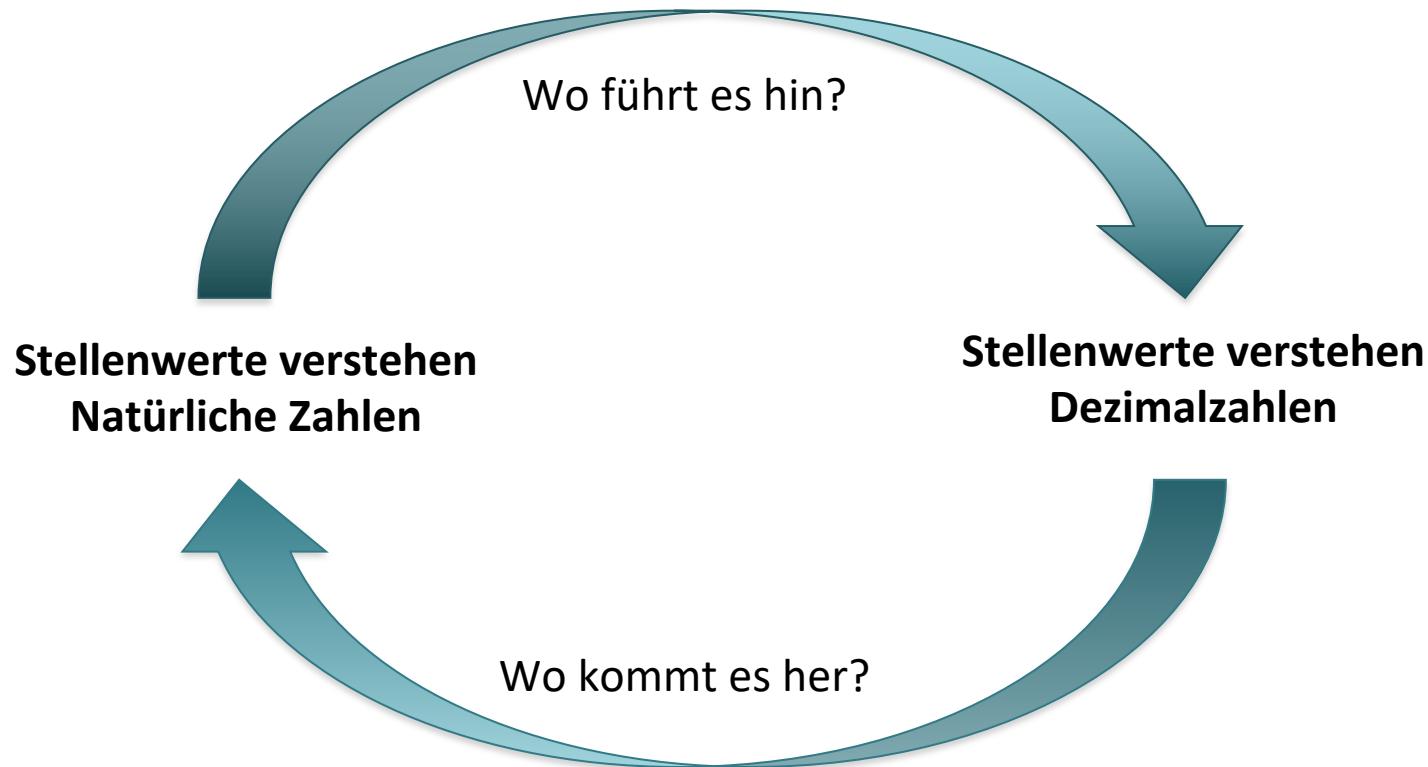
Gliederung

- 1. Verständnisschwierigkeiten bei Dezimalzahlen**
- 2. Fachdidaktischer Input zum Dezimalzahlverständnis**
- 3. Diagnose von Dezimalzahlverständnis**
- 4. Förderung von Dezimalzahlverständnis**

Warum das Stellenwertverständnis fördern?

- Grundlage des allgemeinen Zahlverständnisses (Krauthausen & Scherer, 2011)
 - Grundlage zum Operationsverständnis (Carpenter et al., 1997)
 - Befähigung zum flexiblen und verständigen Rechnen (Gerster & Schultz, 1998)
 - Basis-Kompetenz für Erweiterung auf Dezimalzahlen (Heckmann, 2007)
- Tragfähiges Stellenwertverständnis als essentielle Grundlage für ein tragfähiges Dezimalzahlverständnis!

Natürliche Zahlen und Dezimalzahlen



...die Erweiterung unseres Stellenwertsystems ist „keineswegs ein Selbstläufer“ (Padberg & Wartha, 2014, S. 10)

Natürliche Zahlen und Dezimalzahlen

Gemeinsamkeiten und Umbrüche

Gemeinsamkeiten:

Welche Aspekte behalten beim Übergang von den Natürlichen Zahlen zu den Dezimalzahlen weiterhin ihre Gültigkeit?

<https://www.menti.com/6wnca17v96>



Umbrüche:

Welche Aspekte müssen beim Übergang von den Natürlichen Zahlen zu den Dezimalzahlen verändert/angepasst werden?

<https://www.menti.com/ij9hr8hc6x>



Gemeinsamkeiten und Umbrüche

Gemeinsamkeiten:

Welche Aspekte behalten beim Übergang von den Natürlichen Zahlen zu den Dezimalzahlen weiterhin ihre Gültigkeit?



Gemeinsamkeiten und Umbrüche

Umbrüche:

Welche Aspekte müssen beim Übergang von den Natürlichen Zahlen zu den Dezimalzahlen verändert/angepasst werden?



Natürliche Zahlen

Teil-Ganze-Konzept



Prinzip der fortgesetzten Bündelung

Förderbausteine zum Zahlverständnis

N1 Stellenwerte verstehen



N1 A Ich kann Zahlen mit Material lesen und darstellen

H	Z	E
1	11	3

N1 B Ich kann bündeln und entbündeln

1.2 Tausenderwürfel

- a) Wie viele kleinere Teile brauchst du, um einen Tausenderwürfel nachzubauen?

Ich brauche _____ Einerwürfel.



Oder ich brauche _____ Zehnerstangen.

Oder ich brauche _____ Hunderterplatten.

- b) Baue einen Tausenderwürfel aus Hunderterplatten und Zehnerstangen.

Trage verschiedene Möglichkeiten in die Tabelle ein.
Schreibe auch die passende Aufgabe auf.

Hunderterplatten	Zehnerstangen	Aufgabe
9	10	$900 + 100$
8		



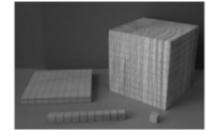
1 Zahlen mit Material darstellen

1.1 Einerwürfel, Zehnerstange, Hunderterplatte



- a) Wie heißen die verschiedenen Teile bei dem Würfelmateriel?

Wie stellt man damit Zahlen dar?



- b) Wie viele Einerwürfel brauchst du, um eine Zehnerstange nachzubauen?

===== Ich brauche _____ Einerwürfel.

- c) Wie viele kleinere Teile brauchst du, um eine Hunderterplatte nachzubauen?

Ich brauche _____ Einerwürfel.
Oder ich brauche _____ Zehnerstangen.

Natürliche Zahlen

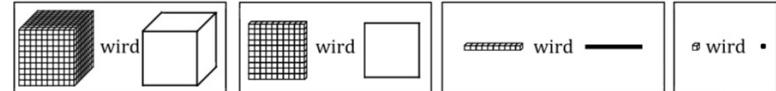
Teil-Ganze-Konzept



Prinzip der fortgesetzten Bündelung

1.3 Zahlen legen und zeichnen

So kannst du einfache Bilder vom Würfelmaterial zeichnen:



a) Welche Zahlen sind es?

Bild	Zahl
	1348
	
	
	
	

b) Lege die Zahlen mit dem Material. Zeichne sie dann auf.

Zahl	Bild
165	

Natürliche Zahlen

Dezimalzahlen

Teil-Ganze-Konzept



Prinzip der fortgesetzten Bündelung

Förderbausteine zum Zahlverständnis

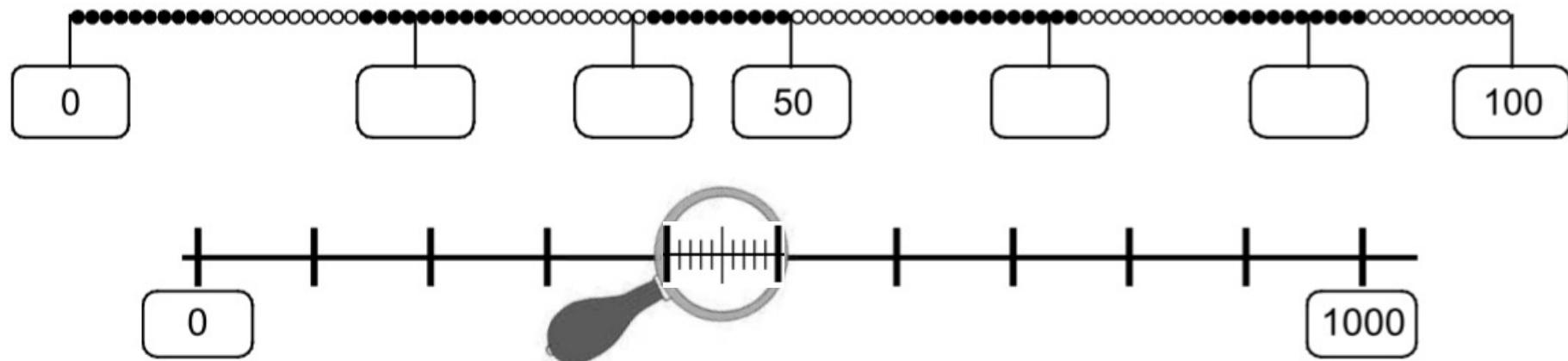
N1 Stellenwerte verstehen



N1 A Ich kann Zahlen mit Material lesen und darstellen

H	Z	E
1	11	3

N1 B Ich kann bündeln und entbündeln

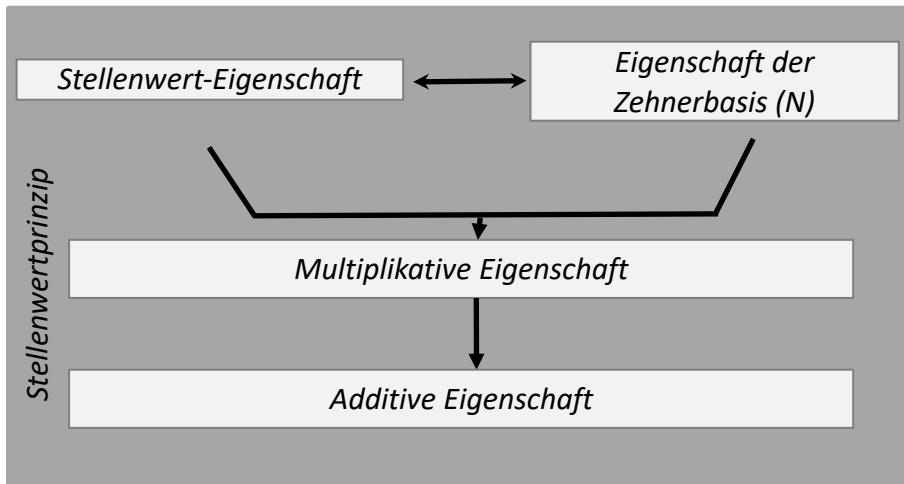
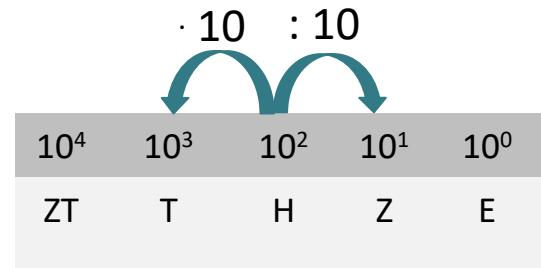


Natürliche Zahlen

Teil-Ganzes-Konzept



Prinzip der fortgesetzten Bündelung



1 4 2 3 7

2 Hunderter

2 · 100

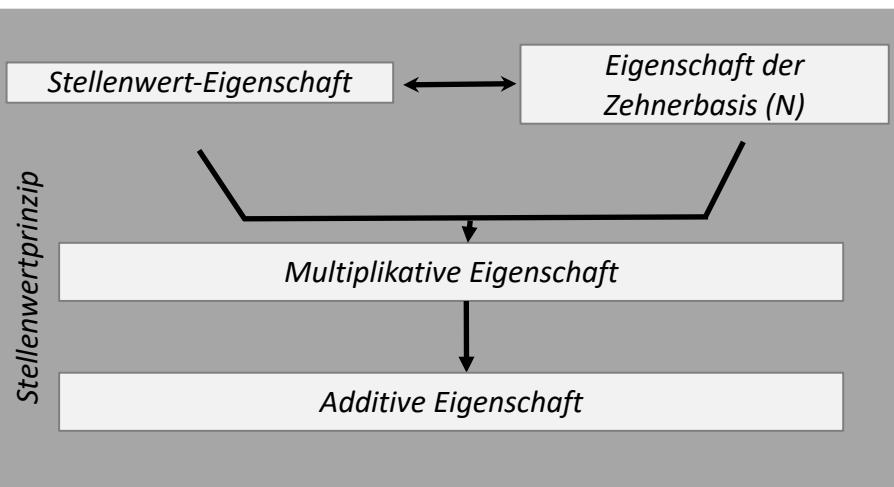
$$1 \cdot 10\,000 + 4 \cdot 1\,000 + 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 7 \cdot 1$$

Natürliche Zahlen

Teil-Ganzes-Konzept



Prinzip der fortgesetzten Bündelung



Förderbausteine zum Zahlverständnis

N1 Stellenwerte verstehen



N1 A Ich kann Zahlen mit Material lesen und darstellen

H	Z	E
1	11	3

N1 B Ich kann bündeln und entbündeln

2.2 Zahlen in der Stellentafel bündeln

- a) Trage in die Stellentafel ein und schreibe als Zahl daneben.

	Stellentafel				Zahl
	T	H	Z	E	
3 Hunderter, 6 Zehner, 10 Einer					
30 Hunderter, 5 Zehner					
2 Tausender, 3 Hunderter, 61 Zehner, 4 Einer					
12 Tausender, 4 Einer					
1 Tausender, 10 Hunderter, 10 Einer					
2 Hunderter, 20 Zehner, 20 Einer					

- b) Beschreibe, wie du vorgehst, wenn du Zahlen aus der Stellentafel bündelst.

- c) Erkläre folgenden Fehler und berichtige ihn:



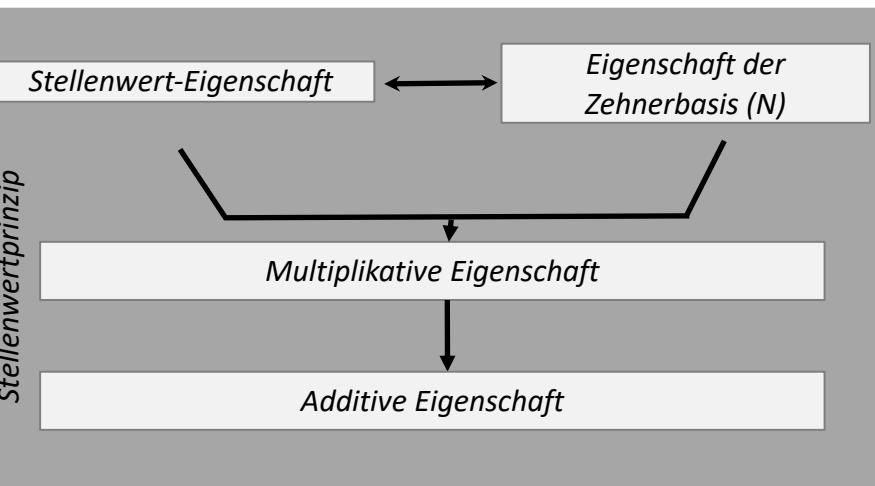
6 Tausender, 2 Hunderter, 42 Zehner, 5 Einer 6 | 2 | 4 | 7 Die Zahl ist 6247

Natürliche Zahlen

Teil-Ganzen-Konzept



Prinzip der fortgesetzten Bündelung

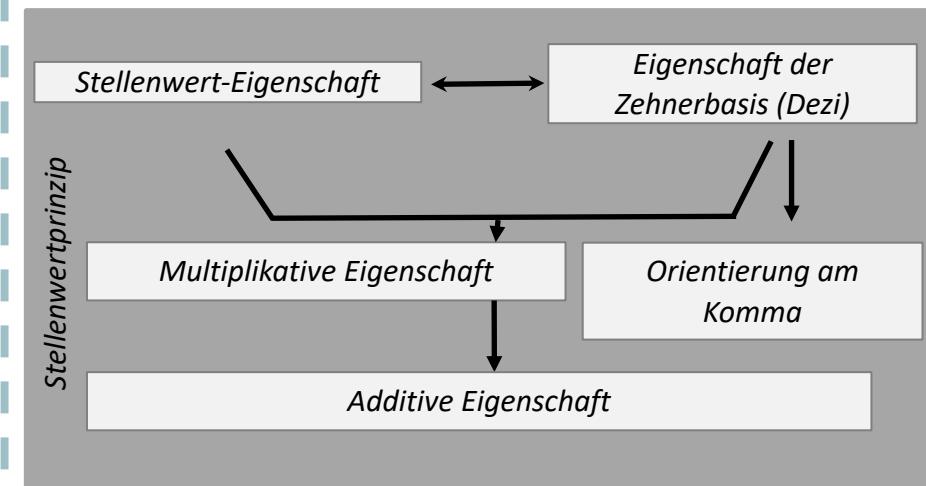


Dezimalzahlen

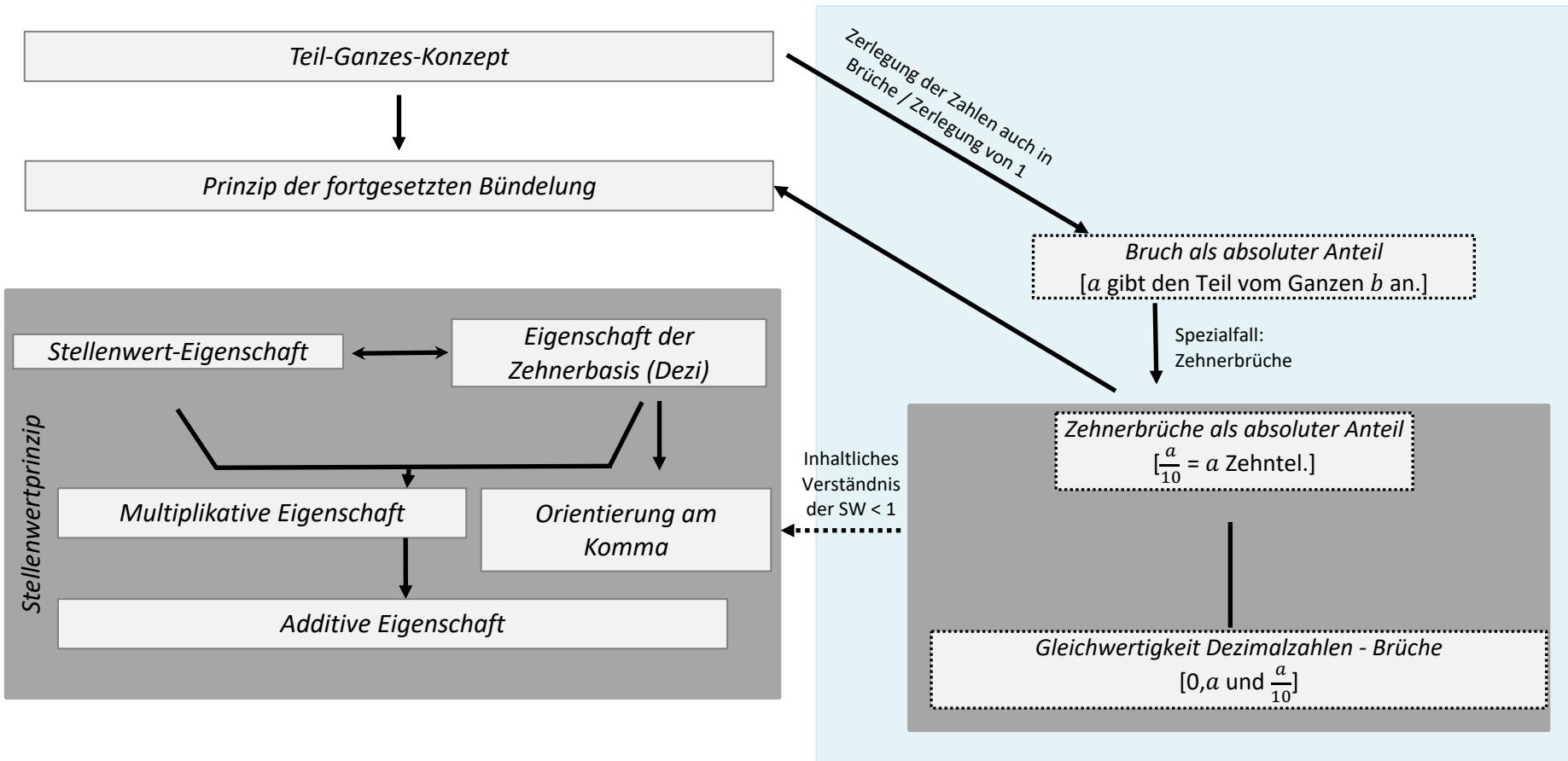
Teil-Ganzen-Konzept



Prinzip der fortgesetzten Bündelung



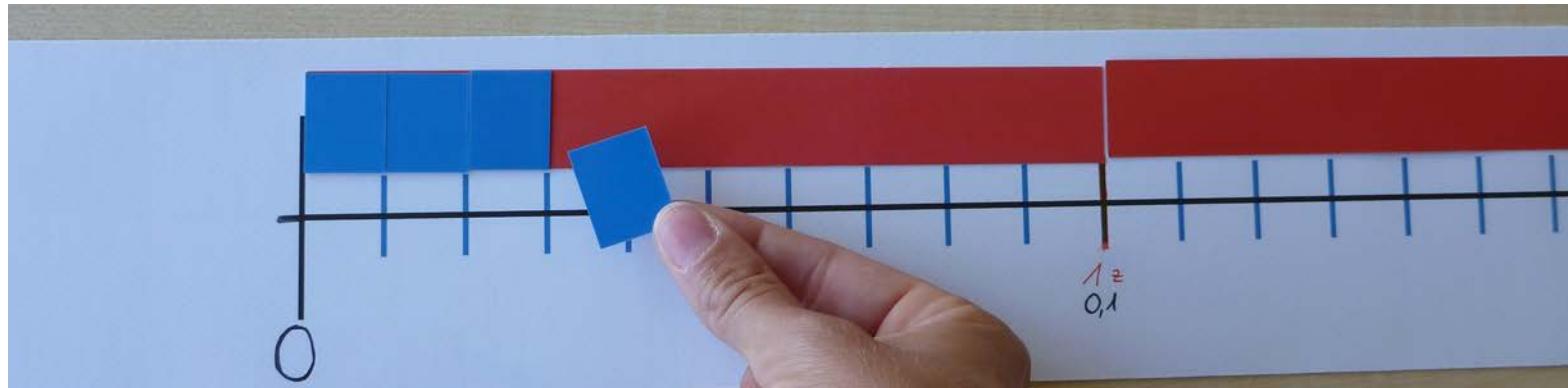
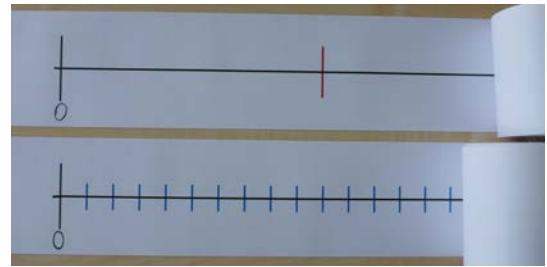
Dezimalzahlen



Veranschaulichungen und Material

Zahlenstrahl:

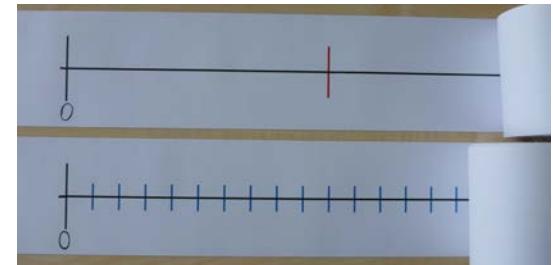
- verschiedene aufeinander beziehbare Zahlenstrahlen
- Lupe als Zoomfunktion: Förderung der Vorstellung der Dichte der Zahlen
- Streifen für den Zahlenstrahl: Darstellung der Zusammenhänge zwischen den Stellenwerten (farblich gekennzeichnet)



Veranschaulichungen und Material

Zahlenstrahl:

- verschiedene aufeinander beziehbare Zahlenstrahlen
- Lupe als Zoomfunktion: Förderung der Vorstellung der Dichte der Zahlen
- Streifen für den Zahlenstrahl: Darstellung der Zusammenhänge zwischen den Stellenwerten (farblich gekennzeichnet)



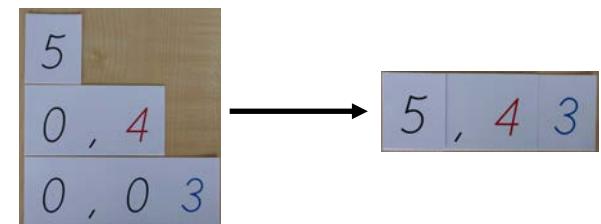
Erweiterte Stellenwerttafel:

T	H	Z	E	z	h	t

- Darstellung der Unterschiede zum Aufbau der natürlichen Zahlen
- geschlängelte Randlinien: verdeutlichen die Erweiterbarkeit nach **rechts** und nach links.
- dicker Streifen als Orientierung, wo die gebrochenen Stellenwerte beginnen

Stellenkarten:

- fördert das Verständnis der Stellenwerte
- festigen das Verständnis des additiven Prinzips



Gliederung

1. **Verständnisschwierigkeiten bei Dezimalzahlen**
2. **Fachdidaktischer Input zum Dezimalzahlverständnis**
3. **Diagnose von Dezimalzahlverständnis**
4. **Förderung von Dezimalzahlverständnis**

Analyse der Standortbestimmung

Konzeption der Standortbestimmung:

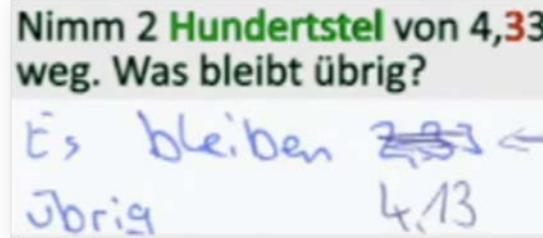
- Konzentration auf zentrale Aufgaben
- Variation der Anforderungen an die Lernenden
- Raum für Erläuterungen
- Kooperation mit den Lernenden in Form von Selbsteinschätzungen



Beispiel: Lukes Dezimalzahlverständnis

Interview mit
Luke, Klasse 7

(Transkript aus MSK-
Erprobung 2013)



Luke, 7. Klasse

3 L Äh, ich schreib das mal (schreibt),
da weil das sind ja Hundertstel
und dann muss ich die von der ehm 3 ja von der 30 jetzt da
abziehen.

Das können ja auch, da könnt ich ja noch 'ne 0 hinter machen.

4 I Achso. Und warum nicht von der zweiten 3, sondern von der
Ersten?

5 L Ja weil das dann die äh Zehntel wären.

6 I Die, die zweite Stelle wären die Zehntel?

- Was zeigt diese Szene?
- Was bringt der Lernende mit?

Beispiel: Lukes Dezimalzahlverständnis

Interview mit
Luke, Klasse 7

Nimm 3 **Zehntel** von 9,16 weg. Was bleibt übrig?

Das sind dann
~~0,16~~ 8,86

9 L Ehm, da hab ich dann (stockt) die, oh, das hab ich schon wieder falsch gemacht.

...

11 L Da muss ich halt die 3 (undeutlich) von der 30 sind dann..., müssten 8,... 8 Sechstel glaub ich.

12 I Wieso war das jetzt falsch,
was du hingeschrieben hast?

13 L Weil ich da die 3 von der ehm 9 abgezogen hab und nicht von der ehm 1.

...

16 I Und jetzt hast du die von der Eins abgezogen?

17 L Ja. Und dann sind das 8 ... 8 ... 7
Sechsundachtzigstel. [...] 8 Komma 8 6!

18 I Also jetzt haste quasi den Zehntel.., die Zehntel haste gesagt musste jetzt hier von der Eins abziehen. Grade haste aber hier gesagt, dass die Hundertstel die 1. Stelle sind. Und jetzt haste die Zehntel bei der 1. weggemacht. [...]

Nimm 2 **Hundertstel** von 4,33 weg. Was bleibt übrig?

Es bleiben 2,33 ←
Übrig 4,13

(Transkript aus MSK-
Erprobung 2013)

19 L Äh, Ja. Oh!

20 I Was ist denn richtig?

21 L Ich glaube das hier. Weil, weil da sind ja Zehntel und da sind.. oder? [...]

22 I Wie musst du das dann machen?

23 L Hmm, dann war das doch glaub ich doch richtig. Was ich da hin geschrieben habe.

24 I Zeig mir doch nochmal in der Zahl, wo die Zehntel und wo die Hundertstel sind. [...]

25 L Die Zehntel das ist hier die Dreißig.

26 I Mhm. Und die Hundertstel?

27 L Ja das müssten dann eigentlich die Vier sein. Aber ich weiß nicht, weil das ist ja noch n Komma.

- Was zeigt diese Szene?
- Was bringt der Lernende mit?

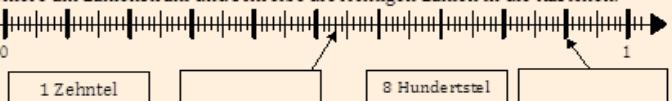
Diagnose von Dezimalzahlverständnis

Aufgabe 1

Kann ich Stellenwerte von Dezimalzahlen verstehen?

1 Dezimalzahlen am Zahlenstrahl

a) Markiere am Zahlenstrahl und schreibe die richtigen Zahlen in die Kästchen.



0 1
1 Zehntel 8 Hundertstel

b) Kreuze an.

 Kenan: 10 Hundertstel sind das gleiche wie ein Zehntel, weil 10 Hundertstel in 1 Zehntel passen.

 Dilara: 10 Zehntel sind das gleiche wie 1 Hundertstel, weil Zehn kleiner als Hundert ist.

stimmt stimmt nicht stimmt stimmt nicht



Aufgabe 2

3 Zahlen immer feiner darstellen

Welche Zahlen stehen dazwischen? Ordne zu.
Einige Zahlen der unteren Zeile können mehrfach zugeordnet werden.

zwischen 2 und 3 zwischen 2,2 und 2,3 zwischen 2,22 und 2,23

2,9 2,28 2,8 2,228

Bearbeiten Sie selbst die Diagnoseaufgabe und beantworten Sie die folgenden Fragen:

- Welche Aspekte des Dezimalzahlverständnisses werden hier diagnostiziert?
- Welche Fehler und Strategien erkennen Sie in den Schüler*innen-Lösungen?
- Welche Konsequenzen ergeben sich für die anschließende Förderung?

Gliederung

- 1. Verständnisschwierigkeiten bei Dezimalzahlen**
- 2. Fachdidaktischer Input zum Dezimalzahlverständnis**
- 3. Diagnose von Dezimalzahlverständnis**
- 4. Förderung von Dezimalzahlverständnis**

Konsequenzen der Standortbestimmung für die Förderung

Konzeption der Standortbestimmung:

- Konzentration auf zentrale Aufgaben
- Variation der Anforderungen an die Lernenden
- Raum für Erläuterungen
- Kooperation mit den Lernenden in Form von Selbsteinschätzungen



Ziele für eine Förderung:

- Vertrauen in eigene Vorgehensweisen stärken
- Systematische Fehler aufdecken und thematisieren
- Fachbegriffe und ihre inhaltliche Bedeutung erarbeiten
- Verstehensbasis für weiteres Umgehen mit Dezimalzahlen schaffen

Förderung von Dezimalzahlverständnis

Diagnose

Förderung

3.1 Die Lupe vergrößert

a)

Welche Zahlen stehen zwischen 5,4 und 5,5 auf dem Zahlenstrahl? Trage in die Kästchen ein.

b)

Welche Zahlen stehen jetzt in den Kästchen? Trage ein.

c)

Verschiebe die große Lupe um 1 Zehntel nach rechts und schaue dir den Bereich zwischen 5,5 und 5,6 an. Schreibe einige Zahlen auf, die man dann sehen kann.

d)

Wähle selbst verschiedene Bereiche, die du dir anschaut. Verschiebe dabei die Lupe um Einer, Zehntel oder Hundertstel. Was fällt dir auf?

3 Zahlen immer feiner darstellen

Welche Zahlen stehen dazwischen? Ordne zu.
Einige Zahlen der unteren Zeile können mehrfach zugeordnet werden.

- [zwischen 2 und 3] [zwischen 2,2 und 2,3] [zwischen 2,22 und 2,23]
- 2,9 2,28 2,8 2,228
-
-

Notieren Sie in Ihrer Gruppe bezüglich der zugeteilten Förderaufgabe eine kurze Stellungnahme zu der folgenden Frage:

- Inwieweit können die in der Standortbestimmung aufgedeckten Fehler bzw. Fehlvorstellungen anhand der Aufgabe aufgearbeitet werden?

Konsequenzen für die Förderung

Standortbestimmung

Standortbestimmung – Baustein D1 A

Kann ich Stellenwerte von Dezimalzahlen verstehen?

1 Dezimalzahlen am Zahlenstrahl

a) Markiere am Zahlenstrahl und schreibe die richtigen Zahlen in die Kästchen.

0 1 Zehntel 8 Hundertstel 1

b) Kreuze an.

Kenan: 10 Hundertstel sind gleich wie 1 Zehntel. 10 Hundertstel in 1 Zehntel passen.
Sarah: 10 Zehntel sind das gleiche wie 1 Hundertstel, weil Zehn kleiner als Hundert ist.

stimmt stimmt nicht stimmt stimmt nicht

2 Dezimalzahlen in der Stellentafel

a) Schreibe zuerst die grauen Kästchen aus. Schreibe dann als Dezimalzahl und in die Stellentafel.

Dezimalzahl: 5,17

Stellentafel:

	E			
5	1	7		
0	8		15	
			→ 300,08	
			→ 0,4	

b) Kreise die Hundertstel ein.

4,335

c) Ist 2,4 genauso viel wie 2 Einer und 4 Hundertstel?
Erklärung:

3 Zahlen immer feiner darstellen

Welche Zahlen stehen dazwischen? Ordne zu.
Einige Zahlen der unteren Zeile können mehrfach zugeordnet werden.

zwischen 2 und 3 zwischen 2,2 und 2,3 zwischen 2,22 und 2,23
2,9 2,28 2,8 2,228

Basiskompetenzen

Diagnoseaufgabe 1: Dezimalzahlen am Zahlenstrahl

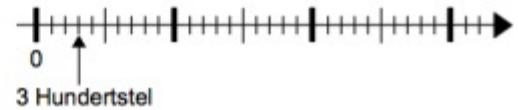
Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
a.1)		Fehlerhafte Deutung der Striche: Z.B. jeder kleine Strich als 1 Zehntel (a.1), jeder dicke als 1 Hundertstel (a.3).
a.3)		
a.2), a.4)	z.B. 53; 9h	Fehlerhafte Deutung der Striche: Z.B. jeder kleine Strich als 1 Einer (53), jeder dicke als 1 Hundertstel (9h). Wenn 53 Hundertstel gemeint sind, ist es richtig.
	z.B. 5,3; 9	5,3 / 9 ist nur richtig, wenn 5,3 / 9 Zehntel gemeint sind. Ansonsten wurde jeder dicke Strich als 1 Einer statt 1 Zehntel gedeutet.

Auswertungs- hinweise

1.2

Hundertstel und Zehntel verstehen

Tim hat am Zahlenstrahl 3 Hundertstel eingetragen und soll nun 27 Hundertstel eintragen.



Erkläre Sarahs Tipp.

anschließende Förderaufgabe
(exemplarisch)

Konsequenzen für die Förderung

Standortbestimmung

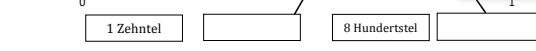


Standortbestimmung – Baustein D1 A

Kann ich Stellenwerte von Dezimalzahlen verstehen?

1 Dezimalzahlen am Zahlenstrahl

- a) Markiere am Zahlenstrahl und schreibe die richtigen Zahlen in die Kästchen.

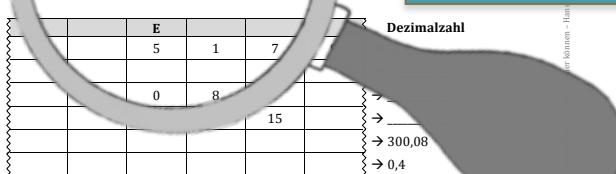


b) Kreuze an.

- Kenan: 10 Hundertstel sind das gleiche wie 1 Zehntel, weil 10 Zehntel in 1 Hundertstel passen.
- Lea: 10 Zehntel sind das gleiche wie 1 Hundertstel, weil Zehn kleiner als Hundert ist.
- stimmt stimmt nicht

2 Dezimalzahlen in der Stellentafel

- a) Schreibe zuerst die grauen Kästchen aus. Schreibe dann als Dezimalzahl und in die Stellentafel.

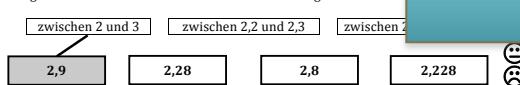


- b) Kreise die Hundertstel ein. c) Ist 2,4 genauso viel wie 2 Einer und 4 Hundertstel?



3 Zahlen immer feiner darstellen

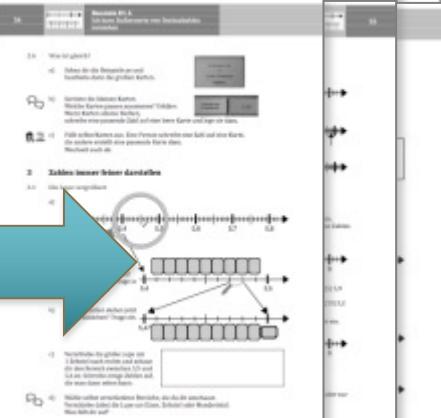
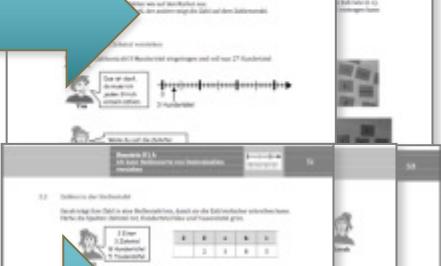
- Welche Zahlen stehen dazwischen? Ordne zu.
Einige Zahlen der unteren Zeile können mehrfach zugeordnet werden.



Basiskompetenzen

Dezimalzahlen am Zahlenstrahl

Fördereinheiten



Dezimalzahlen in der Stellentafel

Zahlen immer feiner darstellen

Mathe sicher können – Materialien für Ihre Unterstützung

Im Überblick

Diagnose- und Fördermaterialien in 45 Bausteinen

- kaufbar beim Cornelsen-Verlag in Papier
- aber auch Open Educational Ressources als pdf, Diagnosen auch als beschreibbares pdf
mathe-sicher-koennen.dzlm.de/002 bzw. /003 /008



Materialkoffer bei Cornelsen Experimenta

Handreichungen, die alle Hintergründe erklären
mathe-sicher-koennen.dzlm.de/002 bzw. /003 /008



Fortbildungsbausteine für Multiplikatorinnen und Multiplikatoren (nach Registrierung dzlm.de/2000)

Didaktische Einstiegsfilme zum allgemeinen Förderkonzept

- Einstiegsfilm 1: Verstehensgrundlagen identifizieren (18 min)
-> mathe-sicher-koennen.dzlm.de/film/1
- Einstiegsfilm 2: Förderung organisieren (10 min)
-> mathe-sicher-koennen.dzlm.de/film/2
- Einstiegsfilm 3: Verstehensgrundlagen diagnostizieren (15 min)
-> mathe-sicher-koennen.dzlm.de/film/3



Informationsfilme für Schulleitung und Eltern

- Info für Schulleitungen (16 min)
-> mathe-sicher-koennen.dzlm.de/film/schulleitung
- Info für Eltern (7 min)
-> mathe-sicher-koennen.dzlm.de/film/eltern

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Dezimalzahlverständnis in Klasse 5 - 7

Verstehensgrundlagen fördern mit *Mathe sicher können*

Fortbildungsmaterial von Lara Sprenger und Stephan Hußmann

unter Mitarbeit von Florian Schacht, Sümeyye Erbay & Corinna
Mosandl

Literatur

- Carpenter, T. P. / Franke, M. L. / Jacobs, V. R. / Fennema, E. / Empson, S. B. (1998). A longitudinal study of invention and understanding in children's multidigit addition and subtraction. *Journal for research in mathematics education*, 29(1), 3-20.
- Gerster, H. D. / Schultz, R. (2004): Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. Pädagogische Hochschule Freiburg, Institut für Mathematik und Informatik und ihre Didaktiken, Freiburg im Breisgau, Mai 1998 (Überarbeitet und erweitert im Mai 2000, Auflage Mai 2004) , 388. (Online zugänglich unter <https://phfr.bsz-bw.de/frontdoor/deliver/index/docId/16/file/gerster.pdf>)
- Heckmann, K. (2007). Von Zehnern zu Zehnteln. Das Stellenwertverständnis auf Dezimalbrüche erweitern. *mathematik lehren* 142, 45-51.
- Krauthausen, G. / Scherer, P. (2011). Natürliche Differenzierung durch offene Aufgabenstellungen. Erfahrungen mit den substanzialen Aufgabenformaten Zahlenketten und Rechendreiecke. *Grundschulunterricht*, 57(1), 4-7.
- Mosandl, C. / Nührenbörger, M. (2014). In: Selter, C. / Prediger, S. / Nührenbörger, M. / Hußmann, S. (Hrsg.) (2014). Mathe sicher können. Natürliche Zahlen. Förderbausteine und Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basis-kompetenzen. Berlin: Cornelsen. (Online zugänglich unter <http://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/002>).
- Padberg, F. / Wartha, S. (2017). Didaktik der Bruchrechnung (5. Auflage). Berlin: Sprenger Spektrum.
- Ross, S. H. (1989): Parts, Wholes and Place Value: A Developmental View. *Arithmetic Teacher*, 36 (6), 47-51.
- Sprenger, L. / Hußmann, S. (2014). In: Prediger, S. / Selter, C. / Hußmann, S. / Nührenbörger, M. (Hrsg.). Mathe sicher können. Brüche, Prozente, Dezimalzahlen. Förderbausteine und Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen. Berlin: Cornelsen. (Online zugänglich unter <https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/node/336>).
- Sprenger, L. (2018). Zum Begriff des Dezimalbruchs. Eine empirische Studie zum Dezimalbruchverständnis aus inferentialistischer Perspektive. Wiesbaden: Springer Spektrum.