

Informationen für Lehrkräfte

Schriftliche Rechenverfahren

Division

Annica Baiker, Annabell Gutscher, Antonia Giesen, Katharina Knaudt,
Clara Schröter und Christoph Selter

August 2023

Flexibles Rechnen

Ein zentrales Ziel des Mathematikunterrichts der Primarstufe besteht darin, dass Lernende den flexiblen Umgang mit den unterschiedlichen Rechenmethoden *Kopfrechnen*, *halbschriftliches Rechnen* sowie *schriftliches Rechnen* lernen. Dabei sollen die Kinder nicht nur die verschiedenen Rechenmethoden sicher beherrschen, sondern auch je nach Aufgabe entscheiden können, welche dieser Methoden am sinnvollsten bzw. welcher Rechenweg für sie am geschicktesten ist. Dabei gibt es keine Methode, die grundsätzlich gegenüber den anderen Methoden bevorzugt werden sollte (auch nicht das schriftliche Rechnen). Diese Fähigkeit, aufgabenbezogen eine geeignete Rechenmethode (*Kopfrechnen*, *halbschriftliches Rechnen* oder *schriftliches Rechnen*) auszuwählen, wird flexibles Rechnen genannt.

Schriftliches Rechnen

Beim schriftlichen Rechnen werden die Ausgangszahlen systematisch nach einem vorgegebenen Algorithmus miteinander verrechnet. Das bedeutet, dass es festgelegte Rechenschritte gibt, die immer nach einem bestimmten Muster ausgeführt werden. Dabei wird ausgenutzt, dass Zahlen in ihre Stellenwerte zerlegt und diese jeweils separat miteinander verrechnet werden können. Hierbei rechnen die Kinder, im Vergleich zum halbschriftlichen Rechnen und Kopfrechnen, nicht mehr mit Zahlen, sondern mit Ziffern. Dadurch entstehen einfachere Teilrechnungen, die im kleineren Zahlraum ausgeführt werden können.

Die Verfahren des schriftlichen Rechnens basieren auf dem Stellenwert- und dem Bündelungsprinzip. Somit ist ein inhaltliches Verständnis dieser beiden Prinzipien die Grundlage für das Verständnis und die sichere Anwendung der schriftlichen Algorithmen (vgl. Radatz u. a. 1999, S. 120). Bei der verständnisbasierten Erarbeitung der schriftlichen Algorithmen sollte zudem auf die halbschriftlichen Rechenstrategien, aus denen sie abgeleitet werden können, zurückgegriffen werden. Dabei sollten sie diesen gegenübergestellt und zu ihnen in Beziehung gesetzt werden (vgl. Padberg, Benz 2011, S. 225). So kann das inhaltliche Verständnis der Verfahren gesichert und die zugrundeliegenden Funktionsweisen für die Kinder sichtbar gemacht werden.

Außerdem sollten auch die Vorzüge bzw. Nachteile des schriftlichen Rechnens gegenüber dem halbschriftlichen Rechnen thematisiert werden, um den sinnvollen Einsatz in Abhängigkeit von Merkmalen einzelner Aufgaben zu fördern. So ist von der jeweiligen Aufgabe abhängig, welches Verfahren sich anbietet. Beispielsweise bietet es sich bei der Aufgabe $701 - 698$ an, die halbschriftliche Strategie des Ergänzens zu nutzen (von 698 bis zur 701 fehlen 3), anstatt das schriftliche Verfahren zu nutzen, das bei dieser Aufgabe durch den zweimal erforderlichen Übertrag vergleichsweise aufwendig und fehleranfällig ist. Auch nach der Einführung der schriftlichen Rechenverfahren im Unterricht sollten deshalb die halbschriftlichen Strategien im Sinne des flexiblen Rechnens weiterhin immer präsent und ihre Nutzung ausdrücklich erwünscht sein. Dafür spricht auch, dass die halbschriftlichen Strategien zudem die Basis für das Rechnen mit Termen und Formeln in der Sekundarstufe darstellen.

Im Folgenden wird das Verfahren der schriftlichen Division erläutert und der halbschriftlichen Strategie „Schrittweise“ gegenübergestellt.

Division

Bei der **schriftlichen Division** wird die Divisionsaufgabe zunächst wie beim halbschriftlichen Rechnen notiert. Die Rechenrichtung verläuft anders als bei den anderen Operationen, da bei der Rechnung mit dem größten Stellenwert des Dividenden begonnen wird. Ausgehend vom höchsten Stellenwert des Dividenden wird *jeweils geprüft, welches größtmögliche Vielfache des Divisors in die einzelnen Stellenwerte passt*. Als Erstes werden in dem Beispiel somit die 6 Hunderter betrachtet. Die 4 passt einmal in die 6. Das größtmögliche Vielfache von 4, das kleiner als 6 ist, ist somit 4 und wird stellengerecht unter der 6 notiert. Die 1 (da $1 \cdot 4 = 4$) wird ziffernweise und stellengerecht als Hunderter im Ergebnis notiert. Da die 6 Hunderter nicht komplett verrechnet wurden, muss die 2 als Differenz von 6 und 4 in der nächsten Teilrechnung berücksichtigt werden. Hierfür werden diese 2 Hunderter als 20 Zehner betrachtet und mit den 2 Zehnern des Dividenden zu 22 Zehnern zusammengefasst. $5 \cdot 4$ ist gleich 20. Die 20 wird als größtes Vielfaches der 4 unter der 22 vermerkt, die 5 wird als Teilergebnis in der Zehnerstelle des Ergebnisses notiert. Die Teilrechnung in der Einerstelle erfolgt analog, sodass sich kein Rest und ein Teilergebnis von 6 ergibt.

H	Z	E				H	Z	E
6	2	4	:	4	=	1	5	6
4								
2	2							
2	0							
		2	4					
		2	4					
		0						

	6	2	4	:	4	=	1	5	6
	4	0	0	:	4	=	1	0	0
	2	0	0	:	4	=	5	0	
		2	4	:	4	=			6

Der schriftliche Algorithmus der Division knüpft an die **halbschriftliche Strategie „Schrittweise“** an, bei der der Dividend in geeignete Teildividenden zerlegt wird, die jeweils durch den Divisor geteilt werden. Beim halbschriftlichen Rechnen werden Teildividenden und Teilergebnisse jeweils als Zahlgantheit notiert, während die Notation beim schriftlichen Rechnen ziffernweise erfolgt. In diesem Beispiel wird bei der ersten halbschriftlichen Teilrechnung 400 als Teildividend notiert,

im schriftlichen Verfahren steht hingegen nur eine 4, welche die Anzahl an Hundertern angibt und somit die 400 repräsentiert. Die Zerlegung des Dividenden sowie die Reihenfolge der Teilrechnungen ist beim halbschriftlichen Rechnen im Gegensatz zum schriftlichen Verfahren nicht vorgegeben. Bei der Gegenüberstellung beider Vorgehensweisen sollten die Teilaufgaben jedoch so gewählt werden, dass sie den Rechnungen bei schriftlichen Algorithmus entsprechen. Abschließend müssen die Teilrechnungen beim halbschriftlichen stellenweisen Rechnens am Ende noch zum Gesamtergebnis addiert werden, während sich das Ergebnis beim schriftlichen Verfahren direkt durch die stellengerechte Notation der Teilergebnisse ablesen lässt.

Halbschriftlich – Schrittweise

- Notation von Zahlgantheiten
- Gesamtergebnis: Addition der Teilergebnisse
- Zerlegung des Dividenden flexibel
- Reihenfolge: beliebig

Schriftlich

- Notation von Ziffern (stellengerecht)
- Gesamtergebnis: direkt ersichtlich
- Zerlegung des Dividenden festgelegt
- Reihenfolge: von groß nach klein

Literatur

Padberg, F.; Benz, Ch. (2011): Didaktik der Arithmetik. Für Lehrerbildung und Lehrerfortbildung (4. erweiterte, stark überarbeitete Auflage). München: Spektrum Akademischer Verlag.

Radatz, H.; Schipper, W.; Dröge, R.; Ebeling, A. (1999): Handbuch für den Mathematikunterricht 3. Schuljahr. Hannover: Schroedel.