

Informationen für Lehrkräfte

Schriftliche Rechenverfahren

Multiplikation

Annica Baiker, Annabell Gutscher, Antonia Giesen, Katharina Knaudt,
Clara Schröter und Christoph Selter

August 2023

Flexibles Rechnen

Ein zentrales Ziel des Mathematikunterrichts der Primarstufe besteht darin, dass Lernende den flexiblen Umgang mit den unterschiedlichen Rechenmethoden *Kopfrechnen*, *halbschriftliches Rechnen* sowie *schriftliches Rechnen* lernen. Dabei sollen die Kinder nicht nur die verschiedenen Rechenmethoden sicher beherrschen, sondern auch je nach Aufgabe entscheiden können, welche dieser Methoden am sinnvollsten bzw. welcher Rechenweg für sie am geschicktesten ist. Dabei gibt es keine Methode, die grundsätzlich gegenüber den anderen Methoden bevorzugt werden sollte (auch nicht das schriftliche Rechnen). Diese Fähigkeit, aufgabenbezogen eine geeignete Rechenmethode (*Kopfrechnen*, *halbschriftliches Rechnen* oder *schriftliches Rechnen*) auszuwählen, wird flexibles Rechnen genannt.

Schriftliches Rechnen

Beim schriftlichen Rechnen werden die Ausgangszahlen systematisch nach einem vorgegebenen Algorithmus miteinander verrechnet. Das bedeutet, dass es festgelegte Rechenschritte gibt, die immer nach einem bestimmten Muster ausgeführt werden. Dabei wird ausgenutzt, dass Zahlen in ihre Stellenwerte zerlegt und diese jeweils separat miteinander verrechnet werden können. Hierbei rechnen die Kinder, im Vergleich zum halbschriftlichen Rechnen und Kopfrechnen, nicht mehr mit Zahlen, sondern mit Ziffern. Dadurch entstehen einfachere Teilrechnungen, die im kleineren Zahlraum ausgeführt werden können.

Die Verfahren des schriftlichen Rechnens basieren auf dem Stellenwert- und dem Bündelungsprinzip. Somit ist ein inhaltliches Verständnis dieser beiden Prinzipien die Grundlage für das Verständnis und die sichere Anwendung der schriftlichen Algorithmen (vgl. Radatz u. a. 1999, S. 120). Bei der verständnisbasierten Erarbeitung der schriftlichen Algorithmen sollte zudem auf die halbschriftlichen Rechenstrategien, aus denen sie abgeleitet werden können, zurückgegriffen werden. Dabei sollten sie diesen gegenübergestellt und zu ihnen in Beziehung gesetzt werden (vgl. Padberg, Benz 2011, S. 225). So kann das inhaltliche Verständnis der Verfahren gesichert und die zugrundeliegenden Funktionsweisen für die Kinder sichtbar gemacht werden.

Außerdem sollten auch die Vorzüge bzw. Nachteile des schriftlichen Rechnens gegenüber dem halbschriftlichen Rechnen thematisiert werden, um den sinnvollen Einsatz in Abhängigkeit von Merkmalen einzelner Aufgaben zu fördern. So ist von der jeweiligen Aufgabe abhängig, welches Verfahren sich anbietet. Beispielsweise bietet es sich bei der Aufgabe $701 - 698$ an, die halbschriftliche Strategie des Ergänzens zu nutzen (von 698 bis zur 701 fehlen 3), anstatt das schriftliche Verfahren zu nutzen, das bei dieser Aufgabe durch den zweimal erforderlichen Übertrag vergleichsweise aufwendig und fehleranfällig ist. Auch nach der Einführung der schriftlichen Rechenverfahren im Unterricht sollten deshalb die halbschriftlichen Strategien im Sinne des flexiblen Rechnens weiterhin immer präsent und ihre Nutzung ausdrücklich erwünscht sein. Dafür spricht auch, dass die halbschriftlichen Strategien zudem die Basis für das Rechnen mit Termen und Formeln in der Sekundarstufe darstellen.

Im Folgenden wird das Verfahren der schriftlichen Multiplikation erläutert und der halbschriftlichen Strategie „Stellenweise“ gegenübergestellt.

Multiplikation

Bei der **schriftlichen Multiplikation** werden die Faktoren in einer Zeile nebeneinander notiert. Anschließend muss *jede Ziffer des zweiten Faktors mit jeder Ziffer des ersten Faktors multipliziert werden*. Dabei wird mit der Multiplikation des größten Stellenwerts des zweiten Faktors mit der Einerstelle des ersten Faktors begonnen. Die Teilprodukte werden entsprechend ihrer Stellenwerte unter dem zweiten Faktor angeordnet. So muss lediglich im kleinen Einmaleins gerechnet werden. Bei der Beispielaufgabe $14 \cdot 13$ wird somit bei der Zehnerstelle des zweiten Faktors begonnen. Dieser wird mit der Einerstelle des ersten Faktors multipliziert: $1 \cdot 4$ ist gleich 4. Das Teilprodukt 4 wird stellengerecht als Ziffer an der Zehnerstelle notiert. Nun wird die 1 (Zehnerziffer des zweiten Faktors) mit der nächstgrößeren Stelle des ersten Faktors multipliziert: $1 \cdot 1$ ist gleich 1. Das Teilprodukt 1 wird stellengerecht an der Hunderterstelle notiert. An den leerbleibenden Stellen kann sich eine 0 gedacht werden, die in der Regel jedoch nicht notiert wird. Danach wird mit dem nächstkleineren Stellenwert des zweiten Faktors fortgefahren (im Beispiel 3 Einer), der mit jeder Stelle des ersten Faktors multipliziert wird. Die Ergebnisse werden entsprechend in der nächsten Zeile notiert. Hierbei entsteht im Beispiel jedoch bei der Teilrechnung $3 \cdot 4$ das zweistellige Ergebnis 12. Die 2 wird an der Einerstelle notiert und die 1 wird als Übertrag für die Zehnerstelle im Sinn behalten, sodass sie im nächsten Schritt mit verrechnet werden kann. Dort ergibt sich die Teilrechnung $3 \cdot 1$. Zu dem Teilprodukt 3 muss noch die 1 aus dem Übertrag addiert werden, sodass eine 4 stellengerecht im Teilergebnis notiert wird. Zuletzt müssen die Teilergebnisse schriftlich untereinander addiert werden.

	Z	E		Z	E	
	1	4	.	1	3	
				H	Z	E
				1	4	0
					4	2
				1	8	2

	Z	E	
	.	10	3
Z	10	100	30
E	4	40	12
	140	42	182

Das schriftliche Rechenverfahren der Multiplikation knüpft an die **halbschriftliche Strategie „Stellenweise“** an. Um die Anknüpfung an einzelne Teilrechnungen zu erleichtern, bietet sich eine Gegenüberstellung mit der Notationsweise im Malkreuz an. Dabei erfolgt ebenfalls eine stellenweise Verrechnung der Faktoren. Allerdings werden die Teilaufgaben und -ergebnisse beim halbschriftlichen Rechnen im Malkreuz jeweils als Zahlganzzahl notiert, während die Notation beim

schriftlichen Rechnen ziffernweise erfolgt. Die Reihenfolge, in der die Teilrechnungen erfolgen, ist im Gegensatz zum schriftlichen Verfahren beliebig. Das Malkreuz eignet sich zur Gegenüberstellung beider Rechenmethoden, da daran verdeutlicht werden kann, dass jede Ziffer des ersten Faktors mit jeder Ziffer des zweiten Faktors multipliziert werden muss. Ein weiterer Unterschied besteht darin, dass im Malkreuz alle einzelnen Teilprodukte notiert und später addiert werden, wohingegen bei der schriftlichen Multiplikation die Teilprodukte direkt miteinander verrechnet werden und nur die Zwischenergebnisse abschließend schriftlich addiert werden. Entsteht bei der schriftlichen Multiplikation ein zweistelliges Teilprodukt, wie bei der Teilrechnung $3 \cdot 4$, wird nur der kleinste Stellenwert des Teilergebnisses notiert, der Rest direkt gebündelt und im nächsten Schritt mitverrechnet. Das Teilprodukt 12 ist beim schriftlichen Rechnen somit z. B. nicht direkt ersichtlich, da nur die 2 notiert und die 1 direkt gebündelt und mit der 3 (den Zehnern) verrechnet wird.

Halbschriftlich – Stellenweise im Malkreuz

- Faktoren in Stellenwerte zerlegt
- Rechnen mit Zahlganzzahlen
- jeder Stellenwert des 1. Faktors mit jedem Stellenwert des 2. Faktors
- Teilergebnisse als Zahlganzzahlen
- Reihenfolge beliebig
- Gesamtergebnis durch Addition der Teilergebnisse

Schriftlich

- Faktoren nebeneinander
- Rechnen mit Ziffern
- jede Ziffer des 2. Faktors mit jeder Ziffer des 1. Faktors
- Teilergebnisse als Ziffern stellengerecht

Literatur

Padberg, F.; Benz, Ch. (2011): Didaktik der Arithmetik. Für Lehrerbildung und Lehrerfortbildung (4. erweiterte, stark überarbeitete Auflage). München: Spektrum Akademischer Verlag.

Radatz, H.; Schipper, W.; Dröge, R.; Ebeling, A. (1999): Handbuch für den Mathematikunterricht 3. Schuljahr. Hannover: Schroedel.