

Informationen für Lehrkräfte

Schriftliche Rechenverfahren

Subtraktion

Annica Baiker, Annabell Gutscher, Antonia Giesen, Katharina Knaudt,
Clara Schröter und Christoph Selter

August 2023

Flexibles Rechnen

Ein zentrales Ziel des Mathematikunterrichts der Primarstufe besteht darin, dass Lernende den flexiblen Umgang mit den unterschiedlichen Rechenmethoden *Kopfrechnen*, *halbschriftliches Rechnen* sowie *schriftliches Rechnen* lernen. Dabei sollen die Kinder nicht nur die verschiedenen Rechenmethoden sicher beherrschen, sondern auch je nach Aufgabe entscheiden können, welche dieser Methoden am sinnvollsten bzw. welcher Rechenweg für sie am geschicktesten ist. Dabei gibt es keine Methode, die grundsätzlich gegenüber den anderen Methoden bevorzugt werden sollte (auch nicht das schriftliche Rechnen). Diese Fähigkeit, aufgabenbezogen eine geeignete Rechenmethode (*Kopfrechnen*, *halbschriftliches Rechnen* oder *schriftliches Rechnen*) auszuwählen, wird flexibles Rechnen genannt.

Schriftliches Rechnen

Beim schriftlichen Rechnen werden die Ausgangszahlen systematisch nach einem vorgegebenen Algorithmus miteinander verrechnet. Das bedeutet, dass es festgelegte Rechenschritte gibt, die immer nach einem bestimmten Muster ausgeführt werden. Dabei wird ausgenutzt, dass Zahlen in ihre Stellenwerte zerlegt und diese jeweils separat miteinander verrechnet werden können. Hierbei rechnen die Kinder, im Vergleich zum halbschriftlichen Rechnen und Kopfrechnen, nicht mehr mit Zahlen, sondern mit Ziffern. Dadurch entstehen einfachere Teilrechnungen, die im kleineren Zahlraum ausgeführt werden können.

Die Verfahren des schriftlichen Rechnens basieren auf dem Stellenwert- und dem Bündelungsprinzip. Somit ist ein inhaltliches Verständnis dieser beiden Prinzipien die Grundlage für das Verständnis und die sichere Anwendung der schriftlichen Algorithmen (vgl. Radatz u. a. 1999, S. 120). Bei der verständnisbasierten Erarbeitung der schriftlichen Algorithmen sollte zudem auf die halbschriftlichen Rechenstrategien, aus denen sie abgeleitet werden können, zurückgegriffen werden. Dabei sollten sie diesen gegenübergestellt und zu ihnen in Beziehung gesetzt werden (vgl. Padberg, Benz 2011, S. 225). So kann das inhaltliche Verständnis der Verfahren gesichert und die zugrundeliegenden Funktionsweisen für die Kinder sichtbar gemacht werden.

Außerdem sollten auch die Vorzüge bzw. Nachteile des schriftlichen Rechnens gegenüber dem halbschriftlichen Rechnen thematisiert werden, um den sinnvollen Einsatz in Abhängigkeit von Merkmalen einzelner Aufgaben zu fördern. So ist von der jeweiligen Aufgabe abhängig, welches Verfahren sich anbietet. Beispielsweise bietet es sich bei der Aufgabe $701 - 698$ an, die halbschriftliche Strategie des Ergänzens zu nutzen (von 698 bis zur 701 fehlen 3), anstatt das schriftliche Verfahren zu nutzen, das bei dieser Aufgabe durch den zweimal erforderlichen Übertrag vergleichsweise aufwendig und fehleranfällig ist. Auch nach der Einführung der schriftlichen Rechenverfahren im Unterricht sollten deshalb die halbschriftlichen Strategien im Sinne des flexiblen Rechnens weiterhin immer präsent und ihre Nutzung ausdrücklich erwünscht sein. Dafür spricht auch, dass die halbschriftlichen Strategien zudem die Basis für das Rechnen mit Termen und Formeln in der Sekundarstufe darstellen.

Im Folgenden wird das Verfahren der schriftlichen Subtraktion erläutert und der halbschriftlichen Strategie „Stellenweise gegenübergestellt.“

Subtraktion

Bei der **schriftlichen Subtraktion** werden beide Zahlen zunächst stellengerecht untereinander notiert. Beginnend bei der Einerstelle werden innerhalb der einzelnen Stellenwerte jeweils die Ziffern des Subtrahenden von denen des Minuenden subtrahiert. Die dabei entstandene Differenz wird jeweils in der entsprechenden Spalte des Ergebnisses unter dem Strich notiert. In diesem Beispiel wird das schriftliche Verfahren des **Entbündelns** genutzt. Wenn Werte in einem Stellenwert im Minuenden kleiner als im Subtrahenden sind, wird dabei ein Element des nächsthöheren Stellenwerts im Minuenden entbündelt und als 10 Elemente des entsprechend kleineren Stellenwerts notiert, sodass bei der betroffenen Stelle der Wert im Minuenden größer als der im Subtrahenden ist. Somit ergeben sich nur Teilergebnisse, die größer oder gleich 0 sind. Im nebenstehenden Beispiel ist dieser Schritt in der Zehnerstelle notwendig, da 2 kleiner als 7 ist. Aus dem nächsthöheren Stellenwert wird 1 Hunderter zu 10 Zehnern entbündelt. Die ursprüngliche Ziffer des nächstgrößeren Stellenwerts im Minuenden (hier die 3H) wird durchgestrichen und die 2 übrigbleibenden Hunderter werden darüber notiert. Die 10 Zehner werden in der Zehnerspalte über dem Minuenden notiert. Für die Subtraktion in diesem Stellenwert werden diese 10 Zehner zu den ursprünglichen 2 Zehnern addiert und als Minuend genutzt. Im nächsten Schritt stellen die 2 übrig gebliebenen Hunderter den Minuenden in der Hunderterspalte dar. Durch die stellengerechte Notation der Teilergebnisse kann das Gesamtergebnis direkt abgelesen werden.

	H	Z	E
	2	10	
	3	2	8
-	1	7	5
	1	5	3

	3	2	8	-	1	7	5	=	1	5	3
			8	-			5	=			3
	1	2	0	-		7	0	=		5	0
	2	0	0	-	1	0	0	=	1	0	0

Die schriftliche Subtraktion knüpft an die **halbschriftliche Strategie „Stellenweise“** an. Dabei werden Minuend und Subtrahend in ihre Stellenwerte zerlegt und die jeweiligen Werte voneinander subtrahiert ($E - E$, $Z - Z$, $H - H$). Die entstandenen Teilergebnisse werden schließlich zum Gesamtergebnis addiert (Ergebnis $E + \text{Ergebnis } Z + \text{Ergebnis } H$).

Ist der Minuend in einem Stellenwert kleiner als der Subtrahend, gibt es die Möglichkeit, negative Teilergebnisse zu notieren (im Beispiel wäre das $20 - 70 = -50$), die später bei der Verrechnung der Teilergebnisse subtrahiert statt addiert werden. Da bei der schriftlichen Subtraktion mit dem **Entbündelungsverfahren** jedoch *keine „negativen“ Teilergebnisse* entstehen, kann das Vorgehen nur einer angepassten halbschriftlichen Rechnung gegenübergestellt werden. Dafür müssen die Teilrechnungen so gewählt werden, dass keine negativen Teilergebnisse entstehen. Im Beispiel ist die 20 im Minuenden kleiner als die 70 im Subtrahenden. Deshalb müssen 100 von den 300 zu den 20 hinzugefügt werden und es wird bei den Zehnern mit 120 statt 20 und bei den Hunderten mit 200 statt 300 als Teilminuenden gerechnet. So entsprechen die Zahlenwerte in den Teilrechnungen der halbschriftlichen Rechnung den Werten an den entsprechenden Stellen des Minuenden der schriftlichen Rechnung, nachdem die Entbündelung an der Hundertersstelle durchgeführt wurde. In der Regel wird bei den Teilrechnungen des halbschriftlichen stellenweisen Rechnens meist mit dem größten Stellenwert begonnen. Zur besseren Gegenüberstellung mit der schriftlichen Rechnung kann im Unterricht jedoch die Reihenfolge der Teilrechnungen getauscht und wie in der obigen Abbildung angepasst werden.

Halbschriftlich – Stellenweise

- Minuend und Subtrahend nebeneinander
- Teilrechnungen untereinander
- Rechnen mit Zahlganzenheiten
- Reihenfolge: beliebig, von klein nach groß bietet sich an
- Teilergebnisse als Zahlganzenheiten
- Gesamtergebnis durch Addition der Teilergebnisse

Schriftlich

- Minuend und Subtrahend stellengerecht untereinander
- keine notierten Teilrechnungen
- Rechnen mit Ziffern
- Reihenfolge: von klein nach groß
- Teilergebnisse als Ziffern
- Gesamtergebnis direkt

Literatur

Padberg, F.; Benz, Ch. (2011): Didaktik der Arithmetik. Für Lehrerbildung und Lehrerfortbildung (4. erweiterte, stark überarbeitete Auflage). München: Spektrum Akademischer Verlag.

Radatz, H.; Schipper, W.; Dröge, R.; Ebeling, A. (1999): Handbuch für den Mathematikunterricht 3. Schuljahr. Hannover: Schroedel.