

Förderbaustein 2

Zahlzerlegungen und Zahlzusammensetzungen automatisieren und üben im Zahlenraum bis 20

Lena Maiß, Heike Buddenberg, Sophie Mense, Franziska Tilke & Karina Höveler

Unter Beratung von Samira Cormann, Lara Marie Graf, Uta Häsel-Weide, Anna Nothofer, Marcus Nührenbörger, Alissa Werner & Inga Wienhues

Mai 2023



Dieses Material wurde von Lena Maiß, Heike Buddenberg, Sophie Mense, Franziska Tilke & Karina Höveler unter Beratung von: Samira Cormann, Lara Marie Graf, Uta Häsel-Weide, Anna Nothofer, Marcus Nührenbörger, Inga Wienhues & Alissa Werner entwickelt. Es kann unter der Creative Commons Lizenz BY-SA (Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen) 4.0 International weiterverwendet werden.

Zitierbar als

Maiß, L., Buddenberg, H., Mense, S., Tilke, F. & Höveler, K. (2023): Ablösung vom zählenden Rechnen (2) Zahlzerlegungen und Zahlzusammensetzungen automatisieren und üben im Zahlenraum bis 20. Open Educational Resources.

Projektherkunft

Dieser Förderbaustein wurde für das Projekt Mathematik aufholen nach Corona aufbereitet und wird auch im Projekt QuaMath weiter genutzt (beide Projekte gemeinsam von den Ländern finanziert).

Hinweis zu verwandtem Material

Förder- und Diagnosematerial zu diesen Themen:

- (1) Kardinale Zahlbeziehungen (er-)kennen: Zahlzerlegungen und Zahlzusammensetzungen verstehen und systematisch betrachten (ZR 20)
- (2) Kardinale Zahlbeziehungen (er-)kennen: Zahlzerlegungen und Zahlzusammensetzungen automatisieren und produktiv üben (ZR 20)
- (3) Anzahlen strukturiert darstellen und erfassen (ZR 20)
- (4) Einfache Aufgaben der Addition und Subtraktion (ZR 20)
- (5) Anzahlen strukturiert darstellen und erfassen (ZR 100)
- (6) Einfache Aufgaben der Addition und Subtraktion (ZR 100)

1 Zahlzerlegungen und Zahlzusammensetzungen verständnisbasiert automatisieren und üben

Die Zerlegungen der Zahlen bis 20 sind für das flexible Rechnen und den Aufbau operativer Zahlbeziehungen im Zahlenraum bis 20 zentral, da mit diesem Wissen später Additionsaufgaben wie $5 + 3 = \underline{\quad}$, $5 + \underline{\quad} = 8$ sowie $3 + \underline{\quad} = 8$ und Subtraktionsaufgaben wie $8 - 3 = \underline{\quad}$, $8 - \underline{\quad} = 3$ und $\underline{\quad} - 3 = 5$ gelöst und Zahlen z. B. für den Zehnerübergang zerlegt werden können. Im Kontext von Zahlzerlegungen und Zahlzusammensetzungen ist zunächst das Verständnis für die Zerlegung eines Ganzen in Teile bzw. für die Zusammensetzung eines Ganzen aus Teilen bedeutsam. Auf der Grundlage dieses Verständnisses sollen zentrale Zerlegungen automatisiert werden. Wesentlich ist dabei, dass auch dies verständnisbasiert erfolgt.

Automatisieren bedeutet in diesem Kontext, die Zahlzerlegungen bzw. Zahlzusammensetzungen ohne großen Aufwand aus dem Gedächtnis nennen zu können. Wichtig ist es, das **Automatisieren dabei nicht mit rezeptartigem Auswendiglernen gleichzusetzen**: Beim Automatisieren geht es darum, dass Lernende in der Lage sind, bereits verstandene Inhalte **schnell, aber dennoch verständnisbasiert abzurufen**. Dass ein Kind eine Zahlzerlegung automatisiert hat (bspw. 8 lässt sich in 5 und 3 zerlegen), erkennt man daran, dass es

1. zügig die Zerlegung des Ganzen (im Beispiel 8) in Teile (hier 5 und 3) nennen kann und
2. auf weitere Nachfrage die Zerlegung auch am Material (bspw. 8 „mit einer vollen Hand und noch 3 Fingern“ oder im Zwanzigerfeld „mit einem Fünferstreifen und noch 3 Plättchen“) darstellen kann (s. Abb. 1)



Abb. 1: Darstellungsvernetzung als Grundlage der Automatisierung (Zeichnung: C. Bendler)

Zielsetzungen

Ein wichtiges Ziel bei der Arbeit mit Zahlzerlegungen stellt die **Automatisierung der Zahlzerlegungen im Zahlenraums bis 10** dar. Diese ist die Grundlage für das sichere und geschickte Rechnen sowie für weitere Erkundungen von Zahlzerlegungen in größeren Zahlenräumen. Für Kinder ist es jedoch schwierig, die große Menge an Zerlegungen (allein im Zahlenraum bis 10 sind es einschließlich der Zerlegungen mit 0 bereits 36 Zerlegungen (s. Abb. 2) bzw. 66 Zerlegungen mit den jeweiligen „Tausch-Zerlegungen“) zu automatisieren, wenn diese nicht systematisch in Beziehung zueinander gesehen werden. Daher bietet es sich an, die Zerlegungen in Gruppen zu automatisieren und folgende mathematische Beziehungen und Vorstellungen zu nutzen:

- Zerlegungen mit 5 (volle Fünferhand, voller Fünferstreifen plus weitere Plättchen/Finger),
- Zerlegung von 5 (volle Fünferhand, voller Fünferstreifen),
- Zerlegungen von 10 (zwei volle Hände, voller Zehnerstreifen),
- Zerlegungen mit 1 (ein Plättchen),
- Zerlegungen mit 0,
- Zerlegungen in zwei gleich große Teile (gleich lange Streifen),



Abb. 2: Übersicht über alle zu automatisierenden Zerlegungen (in Anlehnung an die Einspluseins-Tafel von Nührenbörger et al., 2022)

Ein Großteil der Zerlegungen im Zahlenraum bis 10 wird durch die Zerlegungsgruppen abgedeckt, die verbleibenden Zerlegungen werden im Folgenden als „schwierige Zerlegungen“ bezeichnet und müssen zusätzlich erarbeitet werden. Eine Übersicht über alle Zerlegungen bis 10 bietet Abbildung 2. Wenn die Lernenden die Zahlzerlegungen im Zahlenraum bis 10 sicher abrufen können, ist der nächste Schritt, auch die Zahlzerlegungen im Zahlenraum bis 20 zu automatisieren, hier sind insbesondere die Zerlegungen mit 10 und die Zerlegungen in zwei gleich große Teile von besonderer Bedeutung. *Wichtig:* Das Verinnerlichen von Zerlegungen ist ein längerfristiger Prozess, der einige Zeit in Anspruch nimmt. Dabei gilt es, den Kindern die Zeit zu geben, die sie benötigen!

Zwingende Voraussetzung für die *Automatisierung* ist ein **Verständnis von Zahlzerlegungen und Zahlzusammensetzungen**. Um die Automatisierung im Sinne des Bausteins zu erarbeiten, wurde beim Verständnisaufbau im Baustein (1) „Kardinale Zahlbeziehungen (er-)kennen“ bereits auf der Basis von Materialhandlungen und mittels bildlicher Darstellungen ein systematischer Blick auf Zahlzerlegungen und die Zerlegungsgruppen gelegt. Haben die Lernenden ein tragfähiges Verständnis der Zahlzerlegungen (z. B. im Baustein „Kardinale Zahlbeziehungen (er-)kennen“) erarbeitet, so können die Zerlegungen in diesem Baustein gruppenweise automatisiert werden.

Zur Strukturierung der Förderaktivitäten im Baustein

Die Aktivitäten knüpfen an den Baustein „Kardinale Zahlbeziehungen (er-)kennen“ an, in dem die Zerlegungen der Zerlegungsgruppen verständnisbasiert erarbeitet wurden. Diese werden nun mit einer Lernkartei automatisiert (Aktivität 1). Die schwierigen Zerlegungen, die nicht durch Zerlegungsgruppen abgedeckt werden, werden erarbeitet (Aktivität 2). Auch diese Automatisierung findet dann mit der Lernkartei (Aktivität 3) statt.

Hinweise zur Arbeit mit diesem Förderbaustein

- Bewusst werden in diesem Baustein Materialien und insbesondere Darstellungsweisen (Punktefelder und Zahlenhäuser) immer wiederkehrend in den jeweiligen Aktivitäten verwendet.
- Das aufgeführte Material finden Sie in dem Dokument ‚Arbeitsmaterial‘ des Bausteins „Zahlzerlegungen und Zahlzusammensetzungen automatisieren und üben im Zahlenraum bis 20“.
- Bei einigen Diagnose- und Förderideen bietet es sich an, Forschermittel zu nutzen, um die Entdeckungen, welche die Kinder in einigen Diagnose- und Förderideen machen, darzustellen.



Hinweis: Forschermittel stellen ein sinnvolles didaktisches Mittel dar, um Kinder auch ohne vollständig ausgebildete Lese- und insbesondere Schreibkompetenz dabei zu unterstützen, Auffälligkeiten zu markieren und darzustellen. Allerdings ist es obligatorisch, dass die Kinder mit diesen Forschermitteln vertraut sind. Es bedarf hier also einer gesonderten Einführung. Hinweise finden Sie beispielsweise hierzu auf: <https://pikas.dzlm.de/fortbildung/forschermittel>

Leitideen zur verständnisbasierten mathematischen Förderung:**diagnosegeleitet & differenzsensibel**

Bei der Arbeit mit den Förderbausteinen ist es nicht notwendig und zielführend, alle Aufgaben nacheinander zu bearbeiten. Die Förderung sollte an die Lernvoraussetzungen und -entwicklungen der Kinder adaptiv angepasst werden. Dazu bieten die Diagnose- und Förderideen verschiedene Gesprächsanlässe und Beobachtungsmöglichkeiten, um während der Förderung Einblicke in die mathematischen Entwicklungen, Denkweisen und Schwierigkeiten der Lernenden zu erhalten. Diese prozessbegleitenden Erkenntnisse ermöglichen die Festlegung und Adaption von Förderzielen sowie die differenzsensible Anpassung der Fördermaßnahmen an die individuellen Lernprozesse und -entwicklungen. Diagnose und Förderung sind kontinuierlich miteinander verbunden.

verstehensorientiert & beziehungsreich

Das reine Auswendiglernen von Inhalten ist keine tragfähige Grundlage für den weiteren Mathematikunterricht. Daher fokussieren die Förderbausteine die zentralen mathematischen Inhalte zu Zahlen und Operationen und fördern den Aufbau eines inhaltlichen Verständnisses. Die Lerninhalte im Mathematikunterricht bauen aufeinander auf. Daher ist es zentral, die Vorstellungen der Lernenden aufzugreifen und (weiter) zu entwickeln, um auf diese Weise ein langfristiges, nachhaltiges mathematisches Lernen und Denken zu unterstützen (verstehensorientiert). In den Diagnose- und Förderideen werden verschiedene Muster und Strukturen in den Blick genommen. Um Inhalte zu vernetzen und operative Beziehungen zwischen Aufgaben zu entdecken und zu nutzen, ist es wichtig, dass die Kinder immer wieder angeleitet werden, die Beziehungen zwischen den Zahlen und Aufgaben in den Blick zu nehmen und nicht Aufgabe für Aufgabe isoliert nebeneinander zu betrachten. Erst wenn das inhaltliche Verständnis gesichert ist, sollten Inhalte automatisiert werden.

kooperativ & sprachsensibel

Mathematisches Verständnis entwickelt sich im Gespräch – daher sind die Förderbausteine nicht zur Einzelarbeit im Wochenplan geeignet, sondern benötigen den Austausch der Lernenden untereinander und gezielte Impulse der Lehrkräfte. Die Diagnose- und Förderideen bieten kooperative Aufgaben und verschiedene Impulse als Gesprächsanlässe. In mathematischen Gesprächen über Entdeckungen, Darstellungen, Lösungsprozesse und Begründungen lernen die Kinder nicht nur andere Sichtweisen kennen, sondern auch alternative Wege zum zählenden Rechnen, und vertiefen ihr eigenes Verständnis. Viele Kinder benötigen zum Beschreiben von Zusammenhängen und Beziehungen zwischen Zahlen und Aufgaben sprachensible Unterstützung. Sprachliche Handlungen der Lehrkraft, Forschermittel und Wortsammlungen können die Lernenden hierbei unterstützen.

darstellungssensibel & nachhaltig

Zum Aufbau von grundlegenden, tragfähigen Vorstellungen über Zahlen, Operationen und mathematische Zusammenhänge ist der Einsatz und die Vernetzung von Darstellungen zentral. Das bedeutet, dass bei der Förderung die Handlung mit Material, die bildliche Darstellung, die Sprache und die mathematischen Symbole zueinander in Beziehung gesetzt werden müssen. Dafür reicht es nicht aus, wenn die Kinder in den Diagnose- und Förderideen nur am Material handeln, auch bei symbolischen Aufgaben sollten die Lernenden mentale Vorstellungen abrufen und erklären können („Wie stellst du dir die Zahl 8/die Aufgabe $4 + 4$ im Kopf vor?“). Die Materialien sollten mit der mentalen Vorstellung übereinstimmen, mathematisch strukturiert (z. B. 5er-, 10er-Bündelung) sowie in verschiedenen Zahlräumen einsetzbar sein und zählendes Rechnen vermeiden. Die Strukturnutzung der Materialien (z. B. beim Zwanzigerfeld) und die Vernetzung der Darstellungen geschehen nicht automatisch, sondern bedürfen der gezielten Anregung durch die Lehrkraft – hierzu bieten die Förderbausteine verschiedene Anlässe.

2 Diagnose und Förderideen

2.1 Automatisieren der Zerlegungsgruppen

Als Zerlegungsgruppen werden im Folgenden die Zerlegungen mit 0, 1 und 5, die Zerlegungen von 5 und 100 sowie die Zerlegungen in zwei gleich große Teile betrachtet (die Zerlegehäuser in der Automatisierungskartei haben die Farbe der jeweiligen Strategieguppe, s. Abb. 2). Erst wenn die Lernenden ein tragfähiges Verständnis der Zahlzerlegungen erarbeitet haben (z. B. mithilfe des Bausteins „Kardinale Zahlbeziehungen (er-)kennen“), können die Zerlegungen in diesem Baustein gruppenweise automatisiert werden.

1 Arbeiten mit der Lernkartei: Zerlegungsgruppen automatisieren

Ziel: Die Lernenden können Zahlen der Zerlegungsgruppen bis 10 schnell im Kopf zerlegen. Auf Nachfrage hin können sie verständnisbezogen die Zerlegung beschreiben und/oder am Material erklären.

Arbeit mit der Lernkartei

Zur Automatisierung der Zahlzerlegungen empfiehlt sich die Arbeit mit einer Lernkartei. Hierbei werden zunächst die einfachen Zerlegungen in den Blick genommen und die Karteikarten können bereits parallel zu den folgenden Aktivitäten im Baustein „Kardinale Zahlbeziehungen (er-)kennen“ eingeführt werden:

- **Zerlegungen von 5** (*nach Aktivität 3: Immer 5 – Finde verschiedene Türme*).
Für die Zerlegung von 5 kann die Darstellung der Zerlegung der vollen Hand oder des Fünferstreifens genutzt werden. Die Lehrkraft wählt die jeweiligen Karteikarten entsprechend ihrer Lerngruppe aus.
- **Zerlegungen mit 5** (*nach Aktivität 5: Passt! – Passt nicht!*)
Für die Zerlegung mit 5 kann die Darstellung der vollen Hand oder die Vorstellung des Fünferstreifens genutzt werden. Die Lehrkraft wählt die jeweiligen Karteikarten entsprechend ihrer Lerngruppe aus.
- **Zerlegungen von 10** (*nach Aktivität 4: Immer 10 – Finde alle Möglichkeiten*).
Für die Zerlegung von 10 wird die Darstellung der Zerlegung eines Zehnerstreifens genutzt oder die Darstellung der Zerlegung von zwei vollen Händen. Die Lehrkraft wählt die jeweiligen Karteikarten entsprechend ihrer Lerngruppe aus.
- **Zerlegungen mit 1** (*nach Aktivität 5: Passt! – Passt nicht!*)
Für die Zerlegung mit 1 wird die Vorstellung eines einzelnen Plättchens genutzt.
- **Zerlegungen mit 0** (*nach Aktivität 6: Wie viele sind verdeckt?*)
Für die Zerlegung mit 0 wird die Vorstellung genutzt, dass nichts abgedeckt wird.
- **Zerlegungen in zwei gleich große Teile** (*nach Aktivität 5: Passt! – Passt nicht!*)
Für die Zerlegung in zwei gleich große Teile wird die Vorstellung genutzt, dass die Streifen gleich lang sind, man die Streifen übereinanderlegen oder spiegeln kann.
- **Zerlegungen mit 10**
Für die Zerlegung mit 10 wird die Vorstellung genutzt, dass ein Zehnerstreifen hinzugefügt wird.

Bei der Einführung der Karteikarten ist zu beachten, dass mit dem Automatisieren erst begonnen werden kann, wenn eine Zerlegungsgruppe gut verstanden wurde. Die Zerlegungsgruppen sollten in der Lernkartei unbedingt nacheinander eingeführt werden. Auch bei der Automatisierung werden Darstellungen verwendet, so dass die Lernenden eine Zerlegung mit Rückgriff darauf vornehmen können, um dann nach und nach die Zerlegung mental abrufen zu können. Stagniert der Lernzuwachs eines Kindes, so kann auch die Karteikartenanzahl reduziert werden.

Sofern die Karteikarten noch nicht im Baustein „Kardinale Zahlbeziehungen (er-)kennen“ eingeführt werden, können diese auch nachträglich gruppenweise eingeführt werden. Wichtig ist dabei, die Vorstellungen der entsprechenden Zerlegungsgruppen mit den Lernenden zu thematisieren bzw. zu wiederholen. Um die Lernenden nicht zu überfordern, sollte zunächst eine Zerlegungsgruppe (z. B. alle Zerlegungen von 10) automatisiert werden. Haben die Lernenden diese Aufgaben weitestgehend automatisiert, können die Zerlegung also mental abrufen, kann die nächste Zerlegungsgruppe dazu genommen werden.

Es sollte täglich ritualisiert mit der Kartei gearbeitet werden und ggfs. auch die Eltern miteinbezogen werden.

Kann das Kind die Zahl schnell und richtig zerlegen, darf es die Karte in das nächsthöhere Fach stellen, ansonsten stellt es die Karte zurück in das erste Fach. Das erste Fach wird täglich, das zweite Fach alle zwei oder drei Tage, das dritte Fach einmal die Woche und das vierte Fach alle 30 Tage gelernt (Leitner, 2003).

Insgesamt werden vom ersten bis zum letzten Fach mindestens vier Wiederholungsschleifen durchlaufen, bis die Kinder die Karteikarte in dem Fach „Kann ich!“ einsortieren (s. Abb. 3).



Abb. 3: Aufbau der Lernkartei (Zeichnung: C. Bendler)

Einführung „Karteikasten“

Die Lehrkraft erläutert den Aufbau eines Karteikastens und die Bedeutung der einzelnen Fächer und macht transparent, dass die Lernenden ritualisiert täglich einige Minuten mit den Karten üben werden. Sie bespricht mit den Lernenden die Karteikarten. Wichtig ist hierbei, durch entsprechende Impulse Verknüpfungen zu den aufgebauten Vorstellungen aus der Erarbeitungsphase der Zerlegungsgruppen (wie z. B. im Baustein „Kardinale Zahlbeziehungen (er-)kennen“) herzustellen, die die Lernenden bei der selbstständigen Arbeit mit den Karteikarten auch herstellen sollen (s. Abb. 4). Hilfreich ist, wenn die Lehrkraft einmal mit den Lernenden die gesamten Karten einer Zerlegungsgruppe mit entsprechenden Impulsen zu den Vorstellungsbildern durchgeht und in den Karteikasten einsortiert.



Abb. 4: Einführung der Lernkarteikarten (Zeichnung: C. Bendler)

Arbeitsphase

Die Lernenden arbeiten selbstständig mit der Lernkartei. Die Vorderseite der Karteikarten dient der Selbstabfrage, die Rückseite zeigt das Ergebnis und als Erinnerungsstütze ein passendes Vorstellungsbild für die Zerlegung. Die selbstständige Arbeit kann auch in Partnerarbeit erfolgen, um dabei die Zerlegungen und zugrundeliegenden Vorstellungsbilder laut zu verbalisieren (s. Abb. 5). Die Lehrkraft sollte zwischendurch bei den Lernenden schauen, ob diese die Zerlegung richtig ergänzen und das Vorstellungsbild auch tatsächlich abrufen können.



Abb. 5: Arbeiten mit der Lernkartei
(Zeichnung: C. Bandler)

In jeder Schleife gehen die Kinder eine Gruppe von Karteikarten durch. Auf der Vorderseite ist eine Zerlegung im Zahlenhaus abgebildet, bei der eine Zahl fehlt:

- Können sie die Zerlegung richtig ergänzen, dann darf die Karte in das nächsthöhere Fach einsortiert werden;
- wenn das Kind noch die Rückseite mit einer Abbildung als Hilfe heranziehen muss, dann wird die Karte wieder in demselben Fach einsortiert.

Reflexion

In der Reflexion werden die Erfahrungen mit der neuen Methode aufgegriffen: Was hat gut geklappt? Wobei hattet ihr Schwierigkeiten? In welches Fach kommt ein Kärtchen, wenn ihr sehr lange überlegen musstet, dann aber doch auf die Zerlegung gekommen seid? Wie kann ich gut mit meinem Partner zusammenarbeiten?

Darauf kommt es an

- *Handlungsbegleitende Mathesprache:* Bei dem Arbeiten mit den Karteikarten ist es wichtig, die Kinder immer mitsprechen zu lassen, z. B. „ich zerlege 9 in 7 und 2“ und gegebenenfalls Hinweise wie „Denk an die Hände“ oder „Wie legst du das im Zwanzigerfeld?“ zu geben.
- *Vorstellungsbilder aufbauen:* Auf der Rückseite befindet sich unter der Lösung zudem eine Abbildung, die die Lernenden noch einmal dabei unterstützt, ein inneres Vorstellungsbild aufzubauen. Die Abbildung greift dabei immer den Aufgabenkontext auf, in dem die Zerlegungsgruppe eingeführt wurde (vgl. Baustein „Kardinale Zahlbeziehungen (er-) kennen“). Die Zerlegungen von und mit 5 und die Zerlegungen von 10 sind sowohl mit Fingerbildern als auch am Zwanzigerfeld, die anderen Zerlegungen ausschließlich am Zwanzigerfeld dargestellt. Wichtig ist, dass die Lehrkraft stichprobenartig prüft, ob die Lernenden auf Nachfrage hin auch ein Vorstellungsbild zu ihrer automatisiert genannten Antwort abrufen können.

Impulse

- Wie bist du auf das Ergebnis gekommen?
- Welches Bild hilft dir dabei?
- Wie kannst du dir diese Zerlegung (an deinen Händen/am Zwanzigerfeld) vorstellen?
- Bei schwierigen Zerlegungen: Welche einfache Zerlegung kann dir helfen?

Beobachtungsmöglichkeiten

- Welche Zerlegungsgruppe hat das Kind bereits automatisiert? Bei welcher Zerlegungsgruppe hat das Kind noch Schwierigkeiten?
- Ist die Vorstellung der jeweiligen Zerlegungsgruppe wirklich aufgebaut (d. h. kann das Kind sich ein Bild dazu vorstellen) oder müssen noch Übungen zum Verständnisaufbau nachgeholt werden?

Material

Arbeitsphase

- Karteikartenbox; Karteikarten für die Zerlegungsgruppen

(In Anlehnung an Gaidoschik, 2019, S. 96 ff.)

2.2 Schwierige Zerlegungen erarbeiten und automatisieren

Hinweis: Ein Großteil der Zerlegungen im Zahlenraum bis 10 wird durch die Zerlegungsgruppen abgedeckt. Die verbleibenden Zerlegungen werden als „schwierige Zerlegungen“ (s. Abb. 2, Farbe des Zerlegungshauses in der Lernkartei cremefarben) bezeichnet. Sie sollten erst erarbeitet werden, wenn die Zerlegungsgruppen weitgehend automatisiert sind.

2 Schwierige Zerlegungen: Einfache Zerlegungen verändern

Ziel: Die Lernenden können schwierige Zerlegungen als Nachbarzerlegungen aus einfachen Zerlegungen ableiten. Sie erfahren in dieser Aktivität, wie sie schwierige Zerlegungen aus leichten Nachbarzerlegungen der gleichen Zahl ableiten können.

Einführung

Die Lehrkraft erklärt der Klasse: „Wir kennen schon ganz viele Zahlzerlegungen! Z. B. wissen wir, dass wir 6 in 5 und 1 zerlegen können!“ Die Klasse wiederholt nochmal die Besonderheiten von Zerlegungen mit 5 („Ich kann einfach einen Fünferstreifen ins Zwanzigerfeld legen!“/„Die Aufgabe ist einfach, ich kann mir das auch am Fingerbild gut vorstellen!“) Die Lehrkraft hat 6 zerlegt in 5 und 1 zuvor neben das Zahlenhaus gehängt und noch einmal darunter an die Tafel gehängt. Es wird dann demonstrativ der Zerlegestrich verschoben und das Zahlenhaus neben der entstandenen Darstellung ergänzt (s. Abb. 6). Gemeinsam wird überlegt, welche Zerlegung nun entstanden ist („Wie viele Plättchen haben wir insgesamt? Wie viele sind links/rechts vom Zerlegestrich?“) und was sich verändert hat bzw. gleichgeblieben ist. Die Lehrkraft markiert die Veränderungen mit Forschermitteln (beispielsweise mit Pfeilen, um die Veränderungen zu verdeutlichen oder mit Umrandungen, um Besonderheiten hervorzuheben).

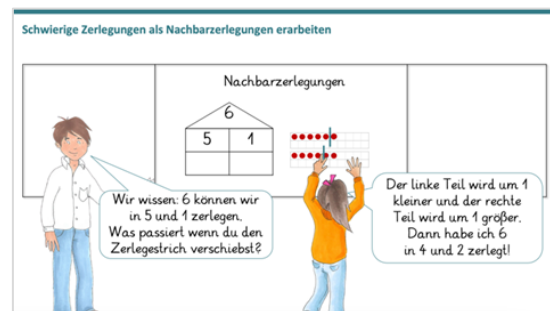


Abb. 6: Tafelbild Einführung „Schwierige Zerlegungen (Zeichnung: C. Bendler)

Arbeitsphase

Die eine Hälfte der Klasse bearbeitet das AB *Schwierige Zerlegungen erkunden A* und die andere das AB *Schwierige Zerlegungen erkunden B* (s. Abb. 7 und 8). Auf beiden Arbeitsblättern werden den Kindern bereits bekannte Zerlegungen im Zahlenhaus sowie im Zwanzigerfeld präsentiert (Zerlegungen mit 1 bzw. Zerlegungen mit 5). Die Kinder sollen die Aufgaben mit Plättchen legen und jeweils den Zerlegestrich verschieben, die passende Zerlegung dazu notieren und in die leeren Zwanzigerfelder einzeichnen. Anschließend sollen die Lernenden überlegen, was ihnen auffällt, dies mit Forschermitteln markieren und in Partnerarbeit ihre Entdeckungen mit Plättchen begründen.

Schwierige Zerlegungen erkunden A

Zerlegungen mit 1 kennst du schon. Lege sie mit dem Zwanzigerfeld. Verschiebe den Zerlegestrich. Wie heißt die neue Zerlegung? Zeichne ein.

a) Was fällt dir auf? Markiere mit Forschermitteln.

b) Triff dich mit deinem Partnerkind. Beschreibt euch gegenseitig eure Entdeckungen. Begründet sie mit den Zwanzigerfeldern.

Abb. 7: Arbeitsblatt „Schwierige Zerlegungen A“

Schwierige Zerlegungen erkunden B

Zerlegungen mit 5 kennst du schon. Lege sie mit dem Zwanzigerfeld. Verschiebe den Zerlegestrich. Wie heißt die neue Zerlegung? Zeichne ein.

a) Was fällt dir auf? Markiere mit Forschermitteln.

b) Triff dich mit deinem Partnerkind. Beschreibt euch gegenseitig eure Entdeckungen. Begründet sie mit den Zwanzigerfeldern.

Abb. 8: Arbeitsblatt „Schwierige Zerlegungen B“

Mögliche Entdeckungen der Kinder könnten sein:

Arbeitsblatt A

- Wenn ich den Zerlegestrich verschiebe, wird die Menge links davon um 1 kleiner und die Menge rechts davon um 1 größer. Die Gesamtanzahl an Plättchen verändert sich nicht.
- Wenn ich bei den Zerlegungen mit 1 den Zerlegestrich verschiebe, erhalte ich Zerlegungen mit 2.
- Wenn ich bei den Zerlegungen mit 1 den Zerlegestrich verschiebe, erhalte ich Zerlegungen mit 0.

Arbeitsblatt B

- Wenn ich den Zerlegestrich verschiebe, wird die Menge links davon um 1 kleiner und die Menge rechts davon um 1 größer. Die Gesamtanzahl an Plättchen verändert sich nicht.
- Wenn ich bei den Zerlegungen mit 5 den Zerlegestrich verschiebe, erhalte ich Zerlegungen mit 4.
- Wenn ich bei den Zerlegungen mit 5 den Zerlegestrich verschiebe, erhalte ich Zerlegungen mit 6.

Reflexion

Impulse

- Was passiert, wenn ich den Zerlegestrich verschiebe? Was bleibt gleich? Was verändert sich?
- Kann man das auch bei den Zerlegungen/Zahlenhäusern sehen?
- Wie kannst du mir das mit Forschermitteln zeigen?

Beobachtungsmöglichkeiten

- Betrachtet das Kind lediglich die neue Zerlegung im Zwanzigerfeld oder stellt es Beziehungen zu der vorangegangenen Darstellung her?
- Welche Bezüge zwischen der Plättchendarstellung und dem Zahlenhaus stellt das Kind her?
- Inwieweit kann das Kind begründen, wie es zu diesen Zusammenhängen kommt?

Die Lehrkraft wählt folgende Aufgaben aus, an denen die Kinder ihre Entdeckungen mit Forschermitteln an der Tafel präsentieren können: 9 zerlegt in 8 und 1, 7 zerlegt in 5 und 2, 8 zerlegt in 5 und 3 (s. Abb. 9).

Anschließend werden die entdeckten Zusammenhänge unter der Fragestellung „Welche einfache Zerlegung kann mir helfen?“ auf weitere Aufgaben übertragen. Dazu schreibt die Lehrkraft das Zahlenhaus von 9 zerlegt in 6 und ___ an und fragt die Kinder nach der einfachen Zerlegung, die ihnen hilft. Diese Zerlegung notiert die Lehrkraft unter der schwierigen Zerlegung und lässt sich erklären, wie die einfache Zerlegung hilft. Entsprechend kann sie die übrigen Aufgaben der Arbeitsblätter noch einmal aufgreifen.

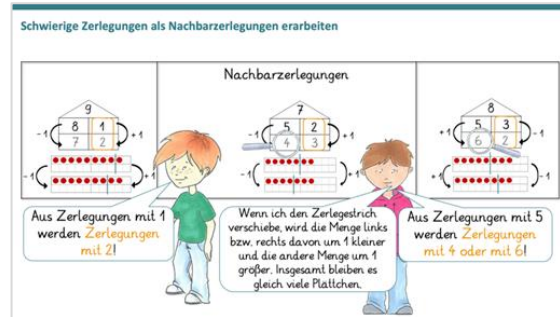


Abb. 9: Tafelbild Reflexion „Schwierige Zerlegungen“

Darauf kommt es an

- *Handlungsbegleitende Mathesprache:* Die Lehrkraft ermuntert die Kinder ihre Handlungen zu verbalisieren und begleitet selbst die Handlung sprachlich: „9 zerlegt in 8 und 1, ich drehe ein rotes Plättchen um, dann habe ich 9 in 7 und 2 zerlegt.“ Die Versprachlichung sollen die Kinder auch in der Reflexionsphase verwenden.
- *Beziehungen zwischen Zahlzerlegungen herstellen und beschreiben:* Die Kinder sollten dazu angeregt werden, die Zerlegungen nicht isoliert nebeneinander zu betrachten, sondern Beziehungen zwischen den Zerlegungen herzustellen („Was ist gleich? Was verändert sich?“).

Material

Einführung	Arbeitsphase	Reflexion
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Zwanzigerfeld für die Tafel 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ AB <i>Schwierige Zerlegungen erkunden</i> A & B 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Ergebnisse aus der Arbeitsphase

(In Anlehnung an Gaidoschik, 2019, S. 98.)

3 Aufgabenbeziehungen erkunden: Analogieaufgaben

Empfehlung: An dieser Stelle können Sie die Karteikarten für die schwierigen Zerlegungen einführen, wenn die Lernenden die Zerlegungsgruppen zuvor verstanden haben. Beachten Sie, dass dies nur zielführend ist, wenn die Lernenden die bisherigen Zerlegungen sicher beherrschen. Die Karteikarten sollten immer gruppenweise und nacheinander eingeführt werden, um Überforderungen zu vermeiden.

Ziel: Die Lernenden können schwierige Zerlegungen bis 10 schnell im Kopf durchführen. Auf Nachfrage hin können sie verständnisbezogen die Zerlegung beschreiben und/oder am Material erklären.

Arbeit mit der Lernkartei

An dieser Stelle kann die Arbeit mit der Lernkartei aus Aktivität 1 fortgesetzt werden.

Einführung in die Zerlegungsgruppe schwierige Zerlegungen

Während der Arbeit mit den Karteikarten zu den einfachen Zerlegungsgruppen wurden die Kinder dazu aufgefordert, die Zerlegungen mit den inneren Vorstellungsbildern zu verknüpfen. Bei den Karteikarten zu den schwierigen Zerlegungen ist es hingegen wichtig, dass die Kinder diese mit den bereits bekannten und automatisierten einfachen Zerlegungen verknüpfen: „Welche einfache Zerlegung kann dir helfen?“ (s. Abb. 10).

Wenn es einzelnen Kindern schwerfällt, die einfachen Zerlegungen selbstständig zu finden, können diese auch (vorübergehend) als Erinnerung auf der Vorderseite der Karteikarte notiert werden.

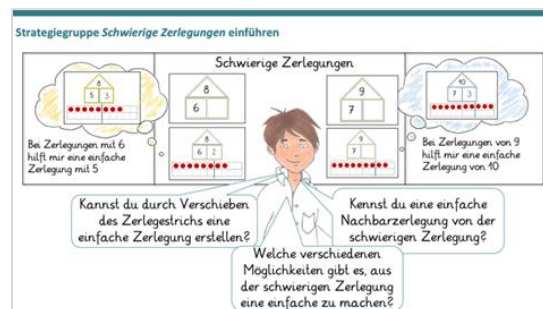


Abb. 10: Einführung der „Schwierigen Zerlegungen“ (Zeichnung: C. Bendler)

Arbeitsphase

Die Lernenden arbeiten selbstständig mit der Lernkartei. Die Vorderseite der Karteikarten dient der Selbstabfrage, die Rückseite zeigt das Ergebnis und als Erinnerungsstütze ein passendes Vorstellungsbild für die Zerlegung.

In jeder Schleife gehen die Kinder eine Gruppe von Karteikarten durch. Auf der Vorderseite ist eine Zerlegung im Zahlenhaus abgebildet, bei der eine Zahl fehlt:

- Können sie die Zerlegung richtig ergänzen, dann darf die Karte in dem nächsthöheren Fach einsortiert werden;
- wenn das Kind noch die Rückseite mit einer Abbildung als Hilfe heranziehen muss, dann wird die Karte wieder in demselben Fach einsortiert.

Darauf kommt es an

- *Handlungsbegleitende Mathesprache:* Bei dem Arbeiten mit den Karteikarten ist es wichtig, die Kinder immer mitsprechen zu lassen, z. B. „ich zerlege 9 in 7 und 2“ und gegebenenfalls Hinweise wie „Welche einfache Zerlegung kann dir helfen?“ zu geben.

Impulse

- Wie bist du auf das Ergebnis gekommen?
- Welches Bild hilft dir dabei?
- Wie kannst du dir diese Zerlegung (an deinen Händen/ am Zwanzigerfeld) vorstellen?
- Bei schwierigen Zerlegungen: Welche einfache Zerlegung kann dir helfen?

Beobachtungsmöglichkeiten

- Welche Zerlegungsgruppe hat das Kind bereits automatisiert? Bei welcher Zerlegungsgruppe hat das Kind noch Schwierigkeiten?
- Ist die Vorstellung der jeweiligen Zerlegungsgruppe wirklich aufgebaut (d.h. kann das Kind sich ein Bild dazu vorstellen) oder müssen noch Übungen zum Verständnisaufbau nachgeholt werden?

Material**Arbeitsphase**

- Karteikartenbox; Karteikarten für die Zerlegungsgruppen

(Aktivität in Anlehnung an Gaidoschik, 2019, S. 96 ff.)

Literatur

- Gaidoschik, M. (2016). *Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern. Ein Leitfaden für die Unterrichtspraxis* (9. Aufl.). Persen.
- Gerster, H.-D. (1994). Arithmetik im Anfangsunterricht. In A. Abele & H. Kalmbach (Hrsg.), *Handbuch zur Grundschulmathematik, 1. und 2. Schuljahr* (S. 35-102). Klett.
- Häsel-Weide, U. (2016). Gemeinsam ordnen – gemeinsam lernen. Mathematische Strukturen sichtbar machen. *Grundschulunterricht Mathematik, 1*, 30–33.
- Häsel-Weide, U., Nührenbörger, M., Moser Opitz, E. & Wittich, C. (2019). *Ablösung vom zählenden Rechnen: Fördereinheiten für heterogene Lerngruppen* (5. Auflage). Klett, Kallmeyer.
- Heß, B., Nührenbörger, M., Schwarzkopf, R. & Tubach, D. (2018). 1+1 Karten. Das Zahlenbuch. Klett.
- Schütte, S. (2008). *Qualität im Mathematikunterricht der Grundschule sichern: Für eine zeitgemäße Unterrichts- und Aufgabekultur*. (1. Aufl.). Oldenbourg.
- Wittmann, E. C. & Müller, G. N. (2017a). *Das Zahlenbuch. 2, Schülerband*. Ernst Klett Verlag.
- Wittmann, E. C. & Müller, G. N. (2017b). *Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1: Vom Einspluseins zum Einmaleins*. Klett, Kallmeyer.