

Förderbaustein 5

Schwierige Additionsaufgaben mit einfachen Aufgaben flexibel rechnen

Samira Cormann, Alissa Werner, Anna Nothofer & Marcus Nührenbörger

Unter Beratung von Lara Marie Graf, Uta Häsel-Weide, Karina Höveler, Lena Maiß, Sophie Mense, Franziska Tilke & Inga Wienhues

Juni 2023



Dieses Material wurde von Samira Cormann, Anna Nothofer, Alissa Werner und Marcus Nührenbörger unter Beratung von Lara Marie Graf, Uta Häsel-Weide, Karina Höveler, Lena Maiß, Sophie Mense, Franziska Tilke und Inga Wienhues entwickelt. Es kann unter der Creative Commons Lizenz BY-SA (Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen) 4.0 International weiterverwendet werden.

Zitierbar als

Cormann, S., Nothofer, A., Werner, A. & Nührenbörger, M. (2023) Verständig und sicher im Einsplus-eins und Einsminuseins. Förderbaustein schwierige Additionsaufgaben mit einfachen Aufgaben flexibel rechnen.

Projektherkunft

Dieser Förderbaustein wurde für das Projekt Mathematik aufholen nach Corona aufbereitet und wird auch im Projekt QuaMath weiter genutzt (beide Projekte gemeinsam von den Ländern finanziert).

Hinweis zu verwandtem Material

Förder- und Diagnosematerial zu diesen Themen:

- (1) Grundvorstellungen an Kontexten entwickeln: Addition und Subtraktion
- (2) Grundvorstellungen darstellungsbasiert vertiefen: Addition und Subtraktion
- (3) Einfache Aufgaben Addition – konkrete Auseinandersetzung mit einfachen Aufgaben
- (4) Einfache Aufgaben Subtraktion – konkrete Auseinandersetzung mit einfachen Aufgaben
- (5) Schwierige Additionsaufgaben mit einfachen Aufgaben flexibel rechnen
- (6) Schwierige Subtraktionsaufgaben mit einfachen Aufgaben flexibel rechnen
- (7) Rechnen in Beziehungen: Addition und Subtraktion produktiv üben

1 Förderbaustein Schwierige Additionsaufgaben mit einfachen Aufgaben flexibel rechnen

Ziel des Bausteins ist es, dass die Lernenden den Zusammenhang zwischen einfachen und schwierigen Aufgaben verstehen. Dazu wird über Nachbaraufgaben der Fokus auf Aufgabenbeziehungen gelenkt, womit die Lernenden einfache Aufgaben zum Lösen von schwierigen Aufgaben nutzen können.

Einfache Aufgaben der Addition

- **Addition von 0** (z. B. $15 + 0$)
- **Addition von 1** (z. B. $7 + 1$)
- **Addition von 5** (z. B. $8 + 5$)
- **Addition von 10** (z. B. $7 + 10$)
- **Aufgaben gleich 10** (z. B. $6 + 4$)
- **Verdopplungsaufgaben** (z. B. $4 + 4$)

Abb. 1 Einfache Additionsaufgaben, (Wittmann & Müller 2017, S. 74)

Auf dem Weg zum flexiblen und sicheren Rechnen ist es bereits im Anfangsunterricht notwendig, dass Kinder Beziehungen zwischen Zahlen beim Rechnen kennen und nutzen lernen. Ein Ziel des Erkennens und Nutzens von Beziehungen ist es, das Ergebnis einer Aufgabe aus dem bereits bekannten Ergebnis einer anderen, in Relation zur Ursprungsaufgabe stehenden Aufgabe abzuleiten. Anders formuliert: Es geht darum, sich den erneuten Rechenaufwand zu sparen, indem Zahl- und Aufgabenbeziehungen genutzt werden. Dazu muss zunächst der Zusammenhang zwischen den Aufgaben erkannt werden, denn nur wer den Zusammenhang sieht, kann ihn auch nutzen. Diejenigen Kinder, die also in der Lage sind, den Zusammenhang zwischen Aufgabenpaaren wie $5 + 7$ und $6 + 7$, $10 + 8$ und $9 + 8$ oder $3 + 7$ und $4 + 7$ zu erkennen und zu nutzen, sparen sich erneutes Berechnen oder mühsames Zählen der Aufgaben. Wichtig ist gerade solches Erkennen von Strukturen – sogenannte strukturfokussierende Deutungen – zu schulen: Wie ist der Zusammenhang zwischen Aufgaben? Wie kann die eben berechnete Aufgabe für die nächste genutzt werden? Auf welche einfache Aufgabe kann eine schwierige zurückgeführt werden?

Die folgenden Diagnose- und Förderideen können Sie dabei unterstützen, Ihre Schülerinnen und Schüler für das Erkennen und Nutzen von Beziehungen zwischen Aufgaben zu sensibilisieren. Sie finden hierzu vor allem Anregungen, wie Kinder beim Rechnen von schwierigen Aufgaben einfache verwandte Aufgaben nutzen können.

Dazu werden in diesem Baustein erst einfache Aufgaben zusammenfassend vertieft, dann werden Nachbaraufgaben kennengelernt und im Anschluss wird in den Diagnose- und Förderideen das Erkennen von einfachen in schwierigen Additionsaufgaben fokussiert. Zuletzt soll das flexible Erkennen und Nutzen von Beziehungen zwischen einfachen und schwierigen Aufgaben gestärkt werden.

Lernvoraussetzungen für die Arbeit mit dem Diagnose- und Förderbaustein „Schwierige Additionsaufgaben mit einfachen Aufgaben flexibel rechnen“

- Das Kind:
- Kennt die Zahlen bis 20 und hat entsprechende Zahlvorstellungen aufgebaut
- Ist mit der Darstellung von Zahlen und Aufgaben mit Wendeplättchen, Fünfer- und Zehnerstreifen am Zwanzigerfeld vertraut
- Hat tragfähige Vorstellungen zur Addition ausgebildet
- Kennt den Begriff einfache Aufgaben sowie die Aufgabengruppen (s. Baustein 3)

Leitideen zur verständnisbasierten mathematischen Förderung

diagnosegeleitet & differenzsensibel

Um die Lernenden gezielt zu unterstützen, sollte die Förderung an die Lernvoraussetzungen und -entwicklungen der Kinder adaptiv angepasst werden. Hierzu ist es wichtig, spezifische Fördermaßnahmen kontinuierlich mit diagnostischen Prozessen zu verbinden. Um während der Förderung Einblicke in die mathematischen Entwicklungen, Denkweisen und Schwierigkeiten der Lernenden zu erhalten, bieten die sieben Bausteine zu Diagnose-Förderideen verschiedene Gesprächsanlässe und Beobachtungsmöglichkeiten. Die prozessbegleitenden Erkenntnisse ermöglichen die Festlegung und Adaption von Förderzielen sowie die differenzsensible Anpassung der Fördermaßnahmen an die individuellen Lernprozesse und -entwicklungen. Bei der Arbeit mit den Diagnose-Förder-Bausteinen ist es daher nicht notwendig und zielführend, alle Aufgaben nacheinander zu bearbeiten. Es ist vielmehr so gedacht, dass Aufgaben gezielt ausgewählt und adaptiert werden.

verstehensorientiert & beziehungsreich

Das reine Auswendiglernen von (unverstandenen) Inhalten ist keine tragfähige Grundlage für den weiteren Mathematikunterricht, da Lerninhalte im Fach Mathematik konsequent aufeinander aufbauen. Daher ist es zentral, die Vorstellungen der Lernenden aufzugreifen und (weiter) zu entwickeln, um auf diese Weise ein langfristiges, nachhaltiges mathematisches Lernen und Denken zu unterstützen. Im Zentrum der Diagnose-Förder-Bausteine stehen die zentralen mathematischen Inhalte zu Zahlen und Operationen, die den Aufbau eines inhaltlichen Verständnisses fördern. Um Inhalte zu verstehen, sind Einsichten in operative Beziehungen und deren Nutzen fundamental. Hierzu ist es wichtig, dass die Kinder immer wieder angeleitet werden, die Beziehungen zwischen den Zahlen und Aufgaben in den Blick zu nehmen und nicht Aufgabe für Aufgabe isoliert nebeneinander zu betrachten. Erst wenn das inhaltliche Verständnis gesichert ist, sollten Inhalte automatisiert werden.

kooperativ & sprachsensibel

Mathematisches Verständnis entwickelt sich im Gespräch. Daher sind die Diagnose-Förder-Bausteine nicht zur Einzelarbeit (im Wochenplan) geeignet, sondern benötigen den Austausch der Lernenden untereinander und gezielte Impulse der Lehrkräfte. Die Diagnose-Förderideen bieten kooperative Aufgaben und verschiedene Impulse als Gesprächsanlässe. In mathematischen Gesprächen über Entdeckungen, Darstellungen, Lösungsprozesse und Begründungen lernen die Kinder nicht nur andere Sichtweisen oder auch alternative Wege zum zählenden Rechnen kennen, sondern sie vertiefen auch ihr eigenes Verständnis, indem sie versuchen, dieses zu artikulieren. Die Diagnose-Förderideen bieten die für viele Kinder benötigte sprachensible Unterstützung zum Beschreiben von Zusammenhängen und Beziehungen zwischen Zahlen und Aufgaben. Sprachliche Handlungen der Lehrkraft, Forschungsmittel und Wortspeicher mit Mathe-Wörtern und Sprachmitteln können die Lernenden hierbei unterstützen.

darstellungssensibel & nachhaltig

Zum Aufbau von grundlegenden, tragfähigen Vorstellungen über Zahlen, Operationen und mathematische Zusammenhänge ist der Einsatz und die Vernetzung von Darstellungen zentral. Das bedeutet, dass bei der Förderung die Handlung mit Material, die bildliche Darstellung, die Sprache und die mathematischen Symbole zueinander in Beziehung gesetzt werden müssen. Dafür reicht es nicht aus, wenn die Kinder in den Bausteinen Diagnose-Förderideen nur am Material handeln, sondern die Handlung muss auch mit der bildlichen, sprachlichen und/oder symbolischen Aufgaben verbunden werden. Zum Vorstellungsaufbau sind die in den Diagnose-Förderideen angesprochenen Materialien und Darstellungen mathematisch strukturiert (z. B. 5er-, 10er-Bündelung), fortsetzbar und in verschiedenen Zahlräumen einsetzbar. Die Strukturierung der Materialien (z. B. beim Zwanzigerfeld) und die Vernetzung der Darstellungen geschehen nicht automatisch, sondern bedürfen der gezielten Anregung durch die Lehrkraft – hierzu bieten die Diagnose-Förder-Bausteine verschiedene Anlässe.

2 Diagnose- und Förderideen

Allgemeine Informationen zum Baustein

Vorab zur Umsetzung dieser Diagnose- und Förderideen

Im Folgenden werden verschiedene Aktivitäten zur Erkundung des Zusammenhangs einfacher und schwieriger Aufgaben dargestellt. Dabei orientieren sich einige Diagnose- und Förderideen ggf. mehr an einfachen Aufgaben einer Aufgabengruppe. Sie können das Material entsprechend an Ihre Lerngruppe anpassen: Wenn Ihre Lerngruppe beispielsweise vermehrt Schwierigkeiten mit Nachbaraufgaben von Verdopplungsaufgaben hat, können Sie das Material daraufhin abwandeln.

Hinweis: Bei der Auseinandersetzung mit einfachen und schwierigen Aufgaben ist es wichtig, explizit und regelmäßig wiederholend zu betonen, dass sich die Adjektive „einfach“ und „schwierig“ nicht auf die subjektiv wahrgenommene Komplexität einer Aufgabe beziehen, sondern inhaltliche Kategorien zur Einordnung von Aufgaben darstellen, die uns beim Rechnen helfen können.

Zur Vorgehensweise der Lernenden

Mithilfe dieses Bausteins sollen die Lernenden dafür sensibilisiert werden, Beziehungen zwischen verschiedenen Aufgaben zu erkennen und zu nutzen. Ein strukturorientierter Blick ist nicht von Anfang an gegeben, sondern muss erst angebahnt werden. Um die Additionsaufgabe $9 + 6$ geschickt zu lösen, würden Sie vielleicht direkt an die Aufgabe $10 + 5$ und somit an die gegensinnige Veränderung denken. Lernende würden dabei unterschiedlich vorgehen. Stünden beide Aufgaben in einem Schönen Päckchen untereinander, würden einige Kinder vermutlich beide Ergebnisse berechnen und feststellen, dass beide das gleiche ergeben. Andere fragen sich vielleicht schon, warum das Ergebnis beider Aufgaben dasselbe ist. Bitte regen Sie die Kinder stets dazu an, diese Fragen zu stellen und ihnen auf den Grund zu gehen. Dazu können Sie die entsprechenden Impulse nutzen. Sie können die Kinder ebenfalls dazu auffordern, Auffälligkeiten zu markieren.

Es kann sein, dass ein Kind beim Lösen einer Aufgabe bereits die Aufgabenbeziehungen nutzt, bei der nächsten Aufgabe wiederum lediglich ausrechnet. Versuchen Sie das Kind in diesem Fall bitte wieder über z. B. die Impulsfragen auf das geschickte Vorgehen die Vorteile dessen zu erinnern.

Aufbau des Bausteins

Dieser Baustein ist in vier inhaltliche Einheiten untergliedert: Einfache Additionsaufgaben wiederholen und 1+1-Tafel einführen, Aufgabenbeziehungen erkunden, einfache (Nachbar-)Aufgaben in schwierigen Additionsaufgaben erkennen und zuletzt schwierige Additionsaufgaben flexibel rechnen. Jede Einheit besteht aus einem Einstieg, unterschiedlich vielen Diagnose- und Förderideen sowie einem weiterführenden Gesprächsanlass. Manche der Diagnose- und Förderideen stützen sich auf die 1+1-Tafel. Wenn Sie die 1+1-Tafel nicht eingeführt haben oder einführen möchten, können Sie diesen Baustein trotzdem nutzen, da es zu den meisten inhaltlichen Einheiten Diagnose- und Förderideen mit und ohne 1+1-Tafel gibt.

Lernvideo

Zu diesem Baustein gibt es ein Lernvideo. Das Video beinhaltet eine kurze Einführung sowie drei verschiedene Aufgaben zur schwierigen Addition. Diese sind an die Aufgaben im Folgenden angelehnt, entsprechen diesen allerdings nicht exakt. Das Lernvideo ist interaktiv gestaltet, sodass die Lernenden aktiv zuhören und zugleich angeregt werden, über die Inhalte nachzudenken und diese direkt anzuwenden. Als Setting ist das Arbeiten in Tandems vorgesehen.

A Einfache Additionsaufgaben wiederholen und 1+1-Tafel einführen

Bevor der Fokus auf die schwierigen Aufgaben gelenkt wird, wird die 1+1-Tafel in Kombination mit einer Wiederholung von einfachen Aufgaben eingeführt.

Einführung

Es werden verschiedene Aufgaben präsentiert. Die Kinder werden aufgefordert zu entscheiden, welche Aufgaben einfach sind und die entsprechende Aufgabengruppe zu benennen (z. B. „Aufgaben mit 5“). Auf diese Weise wird das Wissen über die einfachen Aufgaben(gruppen) aktiviert, sodass die Kinder dieses in der Arbeitsphase nutzen können.

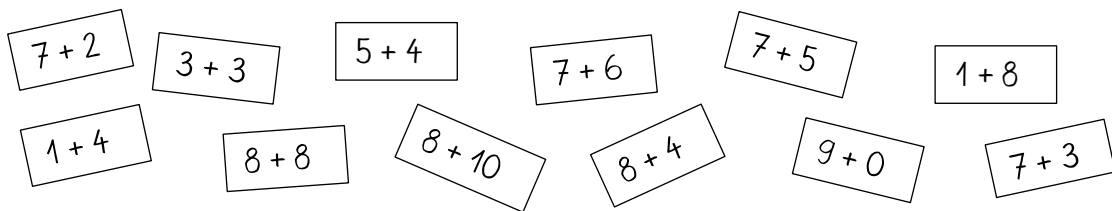


Abb. 2 Einführung zu Einfache Additionsaufgaben wiederholen und 1+1-Tafel einführen

Zusätzlich wird die 1+1-Tafel präsentiert. Diese wird kurz eingeführt und gesagt, dass dort alle Aufgaben aus dem kleinen Einspluseins sind. Die Kinder sollen eine einfache Aufgabe aus den vorherigen (z. B. $3 + 3$) in der 1+1-Tafel finden und anschließend auch alle weiteren Aufgaben dieser Aufgabengruppe (z. B. Verdopplungsaufgaben) verorten. So werden sie mit dem Aufbau der 1+1-Tafel vertraut. In der Arbeitsphase sollen die Lernenden die weiteren einfachen Aufgabengruppen verorten.

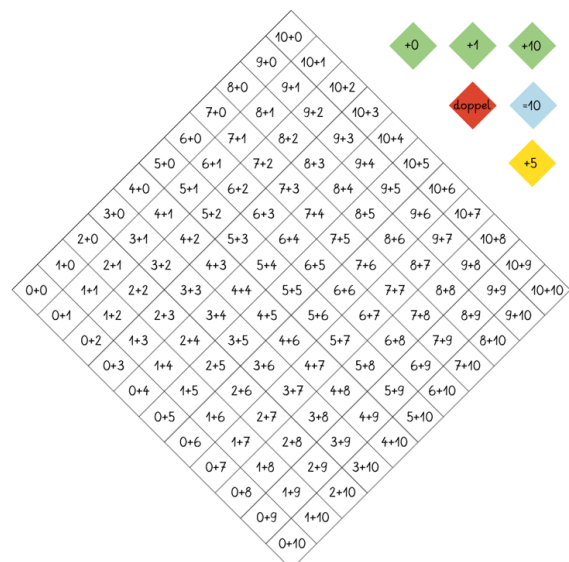


Abb. 3 Einfache Aufgaben in der 1+1-Tafel verorten
1+1-Tafel: © Ernst Klett Verlag GmbH

1 Einfache Aufgaben in der 1+1-Tafel verorten

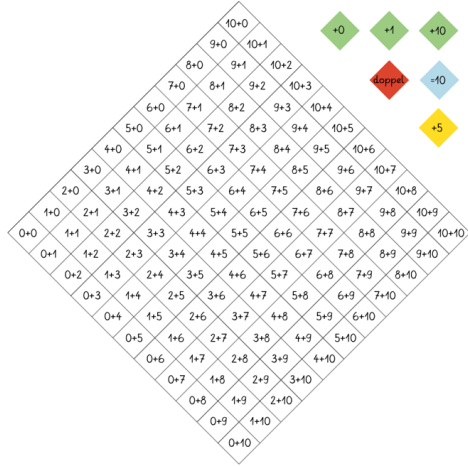
Ziel: Die Schülerinnen und Schüler lernen die 1+1-Tafel kennen, um sie später als Grundlage für flexibles Rechnen nutzen zu können. Dabei werden die einfachen Aufgaben wiederholt.

Die 1+1-Tafel enthält alle Additionsaufgaben von $0 + 0$ bis $10 + 10$. Die Lernenden sollen in der Arbeitsphase alle einfachen Aufgaben in den entsprechenden Farben (s. oben rechts auf dem Arbeitsblatt) einfärben. Im Anschluss sollen sich jeweils zwei Kinder zusammensetzen und beschreiben, wie die Aufgaben der Aufgabengruppen angeordnet sind und warum. Durch das Einfärben der einfachen Aufgaben soll den Schülerinnen und Schülern bewusstwerden, wie viele Aufgaben sie mit den bisher gelernten Strategien einfach bestimmen können. Zudem soll den Lernenden auffallen, dass die einzelnen Aufgaben einer Aufgabengruppe nach einem bestimmten Muster angeordnet sind („Alle Aufgaben =10 liegen in der Reihe von ganz oben nach ganz unten. Das ist so, weil die erste Zahl von einem Feld in das direkt darunter liegenden immer um eins kleiner wird, während die zweite Zahl um eins größer wird. Somit gleicht sich das aus und das Ergebnis bleibt gleich“). In der 1+1-Tafel lassen sich Aufgabenbeziehungen gut erkennen. Diese sollen die Kinder kennenlernen, damit sie die Beziehungen später ebenfalls zwischen den schwierigen und den ggf. benachbarten einfachen Aufgaben erkennen und nutzen können.

Hinweise

- Natürlich kann auch nur eine Aufgabengruppe thematisiert werden.
- Das Einfärben der Felder kann skizzenhaft (z. B. mit Textmarkern) erfolgen. Es geht nicht um genaues Ausmalen. Der Fokus soll darauf liegen, dass die Kinder den Aufbau der 1+1-Tafel kennenlernen, die Aufgaben dort verorten können und somit die Aufgabenbeziehungen in der 1+1-Tafel kennenlernen.

a) Markiere die einfachen Aufgaben. Was fällt dir auf?



b) Wie sind die Aufgaben angeordnet? Warum?

Abb. 4 Einfache Aufgaben in der 1+1-Tafel verorten

Impulse

- Bist du sicher, dass du alle Aufgaben der Aufgabengruppe (z. B. +1) markiert hast? Warum?
- Was fällt dir auf?
- Warum ist das so?
- Schau dir eine Aufgabengruppe genauer an. Wie verläuft die Markierung? Was passiert mit der ersten und zweiten Zahl/dem Ergebnis?
- Suche eine weitere Reihe, die in dieselbe Richtung läuft. Was passiert nun mit dem ersten und zweiten Summanden/dem Ergebnis? Vergleiche!

Beobachtungsmöglichkeiten

- Wie markiert das Kind die Aufgabentypen?
-> einzeln und vergisst ggf. ein Feld in der Reihe bis hin zur Markierung der gesamten Reihe (in dem Fall hat das Kind die Struktur der 1+1-Tafel vermutlich verstanden und bereits genutzt)?
- Was fällt den Kindern auf?

2 Reihen in der 1+1-Tafel

Ziel: Die Lernenden sollen die Anordnung der 1+1-Tafel verstehen, um diese mit den strukturiert angeordneten Aufgabenbeziehungen künftig als Hilfsmittel nutzen zu können.

Zuerst betrachten die Kinder einen Ausschnitt aus der 1+1-Tafel und überlegen, wie sich das Ergebnis in der Reihe verändert. In einem formgleichen Ausschnitt notieren die Kinder selbstgewählte Aufgaben und überprüfen, ob sich die Aufgaben und das Ergebnis genauso verändern. Die Aufgaben werden parallel gestützt an einem Zwanzigerfeld gelegt. Somit bleibt die Erkenntnis verständnisbasiert.

Im Anschluss suchen sich die Kinder selbst ein Muster ähnlich der Reihen aus der 1+1-Tafel aus. Sie tauschen dieses Muster mit dem eines Partnerkindes und tragen ein, wie sich die Aufgaben und das Ergebnis verändern.

Dabei ist anzumerken, dass die Kinder je nach Blickrichtung eine andere Entdeckung machen. Folgen sie der diagonalen Reihe von unten links nach oben rechts, erhöht sich das Ergebnis um 1. Folgen sie derselben Reihe von oben rechts nach unten links, verringert sich das Ergebnis um eins. Dies können sie mit den Kindern thematisieren oder als Impuls in die Arbeitsphase geben.

a) Wie verändern sich Aufgabe und Ergebnis?
Lege mit Plättchen.
Suche selbst ein Beispiel.

b) Überlegt ein Muster. Füllt die Felder nicht aus!
Tauscht mit einem anderen Tandem.

Abb. 5 Reihen in der 1+1-Tafel

Impulse

- Schau dir die Aufgaben genau an. Welche Zahlen verändern sich (um wie viel) oder bleiben gleich? Was passiert dann mit dem Ergebnis?
- Wenn das Kind die Veränderung von z. B. oben nach unten (Zahl wird größer) beschreibt: Ein anderes Kind hat mir gesagt, dass die Zahl hier kleiner wird. Kann das auch stimmen? Was meinst du, wo hat das Kind das entdeckt?

Beobachtungsmöglichkeiten

- Wie bestimmt das Kind die Veränderung?
- Welches Muster finden die Kinder?

Weiterführender Gesprächsanlass

Anschließend wird die 1+1-Tafel mit den Markierungen genutzt, um Aufgaben zu finden und zu verorten. Es werden dieselben Aufgaben aus der Einführung (s. o.) genutzt. Die Lehrkraft wählt eine Aufgabe aus und beschreibt beispielsweise: „Meine Aufgabe liegt in der gelben Reihe“ oder „Meine Aufgabe liegt neben der Aufgabe $5 + 3$ “. Die Lernenden sollen angeben, welche Aufgabe gesucht ist, und ihre Einschätzung begründen. Wenn es mehrere Möglichkeiten gibt, sollte das thematisiert werden, damit dies den Kindern bewusst wird. Sie können dann mit den Kindern gemeinsam ein weiteres Kriterium suchen, welches die Aufgabe eindeutig identifiziert.

Je nach Leistungsniveau der Lerngruppe können die schwierigen Aufgaben bereits eingebracht werden – beispielsweise durch den Impuls: „ $7 + 6$ ist keine einfache Aufgabe. Wie können die gefärbten Aufgaben helfen, die Aufgabe zu lösen?“.

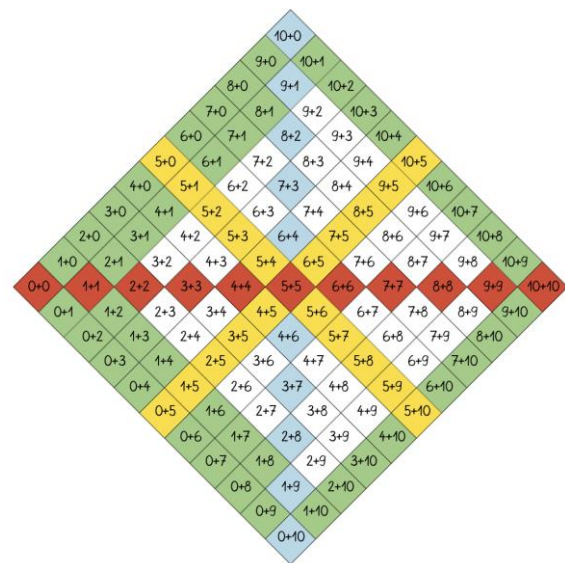


Abb. 6 1+1-Tafel © Ernst Klett Verlag GmbH

Material

Einführung	Arbeitsphase		Weiterführender Gesprächsanlass
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Aufgabenkarten (Kopiervorlage 1.1) ▪ 1+1-Tafel (Kopiervorlage 1.2) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Einfache Aufgaben in der 1+1-Tafel verorten 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Unterrichtsmaterial 1 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Aufgabenkarten (Kopiervorlage 1.1) ▪ 1+1-Tafel mit Markierungen (Kopiervorlage 1.3)
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Reihen in der 1+1-Tafel 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Unterrichtsmaterial 2 	

B Aufgabenbeziehungen erkunden

Eine Voraussetzung zur Nutzung von Aufgabenbeziehungen – beispielsweise von Nachbaraufgaben –, ist das Verständnis, wie diese Aufgaben zusammenhängen. Darum geht es in diesem Abschnitt.

Hinweis: In diesem Abschnitt Aufgabenbeziehungen erkunden geht es darum, dass die Kinder Beziehungen zwischen Aufgaben kennenlernen. Ob die Aufgaben einfach oder schwierig sind, spielt dabei noch keine Rolle. Dies wird später im Baustein thematisiert.

Einführung

In der Einführung lernen die Lernenden Nachbaraufgaben kennen. Dazu wird eine Aufgabe als Term und in der Darstellung im Zwanzigerfeld präsentiert (z. B. $3 + 6 = 9$). Das Ergebnis ist hier bereits notiert, damit der Fokus nicht auf dem Rechnen liegt, sondern auf dem Erkennen der Beziehungen zwischen den Aufgaben. Es wird gefragt: „Du weißt ja jetzt schon, was $3 + 6$ ergibt. Bei welcher Aufgabe kann dir das helfen?“ Alternativ können Sie eine Nachbaraufgabe (z. B. $2 + 6$) notieren und fragen. „Wie hilft dir die Aufgabe $3 + 6$ nun dabei, die Aufgabe $2 + 6$ zu bestimmen?“. Die Kinder sollen die Aufgabe am Zwanzigerfeld anpassen und erklären, wie sich das Ergebnis verändert. So untersuchen die Kinder Aufgabenbeziehungen.

$$\begin{array}{r} 3 + 6 = 9 \\ 2 + 6 = 8 \end{array}$$

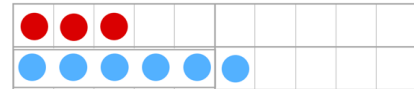


Abb. 7 Einführung zu Aufgabenbeziehungen erkunden

Abb. 7 Einführung zu Aufgabenbeziehungen erkunden

Arbeitsphase

Für die Arbeitsphase sind unterschiedliche Aufgaben vorgesehen.

1 Nachbaraufgaben an der 1+1-Tafel

Ziel: Die Kinder lernen die Nachbaraufgaben in und mithilfe der 1+1-Tafel kennen. Dabei erkennen sie, dass viele Aufgaben in der 1+1-Tafel vier Nachbaraufgaben haben.

Wissen die Kinder über die Beziehungen der Aufgaben in den Kästchen der 1+1-Tafel zueinander, hilft dieses Verständnis beim geschickten Rechnen – z. B. von Nachbaraufgaben. Dies können die Lernenden später beim geschickten Rechnen von schwierigen Aufgaben nutzen. Jede schwierige Aufgabe hat mindestens eine einfache Nachbaraufgabe. Grenzt die einfache Aufgabe z. B. oben rechts an die jeweilige Aufgabe, können die Kinder schnell erkennen, dass bei der einfachen Aufgabe nur ein Summand um eins größer ist und das Ergebnis dieser Aufgabe somit ebenso.

a) Welche Nachbaraufgaben haben die Aufgaben?
Suche in der 1+1-Tafel und male dazu.

Eine Aufgabe hat 4 Nachbaraufgaben.

b) Nutze nun Plättchen anstelle von Ziffern.
Wie unterscheiden sich die Ergebnisse der Nachbaraufgaben?

Abb. 8 Nachbaraufgaben an der 1+1-Tafel

In dieser Aufgabe sollen die Schülerinnen und Schüler die Beziehung von Nachbaraufgaben kennenlernen. In Aufgabenteil a) arbeiten die Lernenden zuerst mit der 1+1-Tafel und suchen Nachbaraufgaben. Dabei sollen sie erkennen, dass diese Aufgabe vier Nachbaraufgaben hat und diese in der 1+1-Tafel jeweils an die langen Seiten des Rechtecks der ursprünglichen Aufgabe grenzen. In Aufgabenteil b) sollen die Kinder Plättchen anstelle von Zahlen in die Felder malen und gemeinsam kennzeichnen, wie sich die einzelnen Summanden und somit das Ergebnis verändern.

Impulse

- Bist du sicher, dass du alle Nachbaraufgaben gefunden hast? Warum?
- Sie können auch thematisieren, dass $11 + 1$ eine Nachbaraufgabe von $10 + 1$ ist: Und wie ist das, wenn ich die Aufgabe $10 + 0$ nehme? Hat die dann nur zwei Nachbaraufgaben? Warum?
- Was fällt dir auf?
- Warum ist das so?
- Wie verändert sich die Aufgabe und/oder das Ergebnis, in den unterschiedlichen Feldern? Warum ist das so?

Beobachtungsmöglichkeiten

- Wie erkennen die Kinder die Struktur von Nachbaraufgaben in der 1+1-Tafel?
- Welche Strukturen der Nachbaraufgaben begründen die Kinder?
- Wie begründen sie diese?
- Nutzen sie zur Begründung die Struktur der 1+1-Tafel?

2 Nachbaraufgaben – größer oder kleiner?

Ziel: Die Kinder flexibilisieren ihr Wissen über Nachbaraufgaben, indem sie diese in einem anderen Kontext bearbeiten. Zusätzlich setzen die Schülerinnen und Schüler sich vermehrt mit den Aufgabenbeziehungen auseinander.

Die Kinder erhalten Aufgabenpaare, bei denen eine Aufgabe bereits gelöst ist. Das Ergebnis der Nachbaraufgabe ist nicht angegeben. Die Lernenden sollen entscheiden, ob das Ergebnis der Nachbaraufgabe größer oder kleiner als das Ergebnis der vorgegeben Aufgabe ist. Dabei wird immer die zweite mit der ersten Aufgabe verglichen. Man könnte den Satz also erweitern durch „Das Ergebnis der zweiten Aufgabe ist [...]“. Die Aufgaben sind Nachbaraufgaben und haben somit stets eine Differenz von eins. In Aufgabenteil b) sollen die Kinder in das Zwanzigerfeld einzeichnen, wie sich die beiden Aufgaben im Zwanzigerfeld unterscheiden. Anschließend sollen sie sich darüber mit einem Partnerkind austauschen. Hierbei sollen die Kinder lernen, dass sich das Ergebnis gleich verändert, unabhängig davon, ob sich der erste oder der zweite Summand verändert (z. B.: „Das sind ja alles Nachbaraufgaben. Ein Summand bleibt immer gleich, ein anderer verändert sich. Wenn der Summand größer ist, ist auch das Ergebnis größer“. „Stimmt! Und wenn der Summand kleiner ist, ist das Ergebnis auch kleiner. Wenn ich mir das am Zwanzigerfeld anschau, lege ich entweder ein Plättchen dazu oder ich nehme eins weg.“).

Die Kinder arbeiten erst in Einzelarbeit. So bekommen sie die Möglichkeit, eigene Ideen zu entwickeln. Die Nutzung von Plättchen und Forschermitteln soll die Kinder darin unterstützen, ihre Ideen bewusst zu machen und zu strukturieren. Bei dem anschließenden Austausch können sie ihre Erkenntnisse nun fundiert begründen.

a) Größer oder kleiner? Kreuze an.

b) Wo siehst du den Unterschied? Nutze Forschermittel.

$$\begin{array}{l} 8 + 4 = 12 \\ 8 + 3 \end{array}$$

Das Ergebnis ist kleiner als 12. größer als

$$\begin{array}{l} 7 + 2 = 9 \\ 7 + 3 \end{array}$$

Das Ergebnis ist kleiner als 9. größer als

$$\begin{array}{l} 9 + 6 = 15 \\ 10 + 6 \end{array}$$

Das Ergebnis ist kleiner als 15. größer als

$$\begin{array}{l} 14 + 3 = 17 \\ 15 + 3 \end{array}$$

Das Ergebnis ist kleiner als 17. größer als

c) Tauscht euch über eure Entdeckung aus!

Abb. 9 Nachbaraufgabe – größer oder kleiner?

Impulse

- Warum ist das Ergebnis der Nachbaraufgabe kleiner/größer als das Ergebnis der Ausgangsaufgabe?
- Warum ist das Ergebnis um 1 kleiner/größer?
- Wie hast du das herausgefunden?
- Ein anderes Kind hat erklärt, dass es den Unterschied auch ohne Rechnen bestimmen kann. Was meinst du, wie könnte das Kind das wohl auch ohne rechnen erkannt haben?
- Warum ist das Ergebnis denn hier um 1 größer (z. B. $7 + 2$ und $7 + 3$) und hier (z. B. $8 + 4$ und $8 + 3$) um 1 kleiner?

Beobachtungsmöglichkeiten

- Wie ist das Kind bei der Bestimmung vorgegangen?
- Hat das Kind die Aufgabenbeziehung direkt zur Bestimmung des Unterschiedes genutzt? Hat das Kind hauptsächlich gerechnet?
- Erkennt das Kind die Aufgabenbeziehungen?
- Wie zeichnet das Kind den Unterschied ein?
- Wie begründet das Kind seine Entdeckung?

3 Größer, kleiner, gleich?

Ziel: Die Kinder lernen Aufgabenbeziehungen zu erkennen, indem sie die Aufgaben vergleichen und so Gemeinsamkeiten und Unterschiede finden.

Die Lernenden sollen die Anzahlen vergleichen. Dabei sind die Anzahlen in einer symbolischen Additionsaufgabe dargestellt. So werden die Kinder angeregt, beim Vergleichen stärker die Zahl- und Aufgabenbeziehungen zu nutzen. Sie können die Lernenden unterstützend mit Plättchen und einem Zwanzigerfeld arbeiten lassen. In Aufgabenteil b) sollen die Lernenden darüber kommunizieren, wie sie schnell erkennen können, wann eine Aufgabe größer, kleiner oder gleich ist (z. B. „Bei der Aufgabe $8 + 4$ und der Aufgabe $9 + 4$ ist der zweite Summand gleich. Um zu schauen, welches Ergebnis größer ist, muss ich mir also den ersten Summanden anschauen. Dieser ist bei der Aufgabe $9 + 4$ um 1 größer. Somit ist die Aufgabe $9 + 4$ größer als die Aufgabe $8 + 4$ “; oder verallgemeinernd: „Wenn sich je ein Summand aus beiden Aufgaben gleicht, dann kann ich am jeweils anderen Summanden direkt sehen, welche Anzahl größer ist“).

a) $>, <, =?$ Ergänzt!

b) Wann ist eine Aufgabe größer, kleiner oder gleich?


$8 + 4 \square 9 + 4$	$20 + 0 \square 19 + 0$	Hinweis: 
$8 + 4 \square 8 + 5$	$18 + 1 \square 16 + 0$	
$8 + 7 \square 8 + 5$	$12 + 4 \square 14 + 2$	
$8 + 12 \square 8 + 2$	$10 + 1 \square 2 + 10$	
$8 + 6 \square 9 + 4$		
$5 + 5 \square 7 + 3$		
$3 + 4 \square 9 + 4$		
$7 + 6 \square 8 + 8$		

Abb. 10 Größer, kleiner, gleich?

Impulse

- Warum ist das Ergebnis kleiner/größer?
- Wie hast du das herausgefunden?
- Ein anderes Kind hat mir gerade gesagt, dass es den Unterschied auch ohne Rechnen bestimmen kann. Was meinst du, wie könnte das Kind das wohl auch ohne rechnen erkannt haben?

Beobachtungsmöglichkeiten

- Wie ist das Kind bei der Bestimmung vorgegangen?
- Hat das Kind die Aufgabenbeziehung direkt zur Bestimmung des Unterschiedes genutzt? Hat das Kind hauptsächlich gerechnet?
- Erkennt das Kind die Aufgabenbeziehungen durch den Austausch mit dem Partnerkind oder im Dialog mit der Lehrkraft?
- Wie kommunizieren die Lernenden über ihre Entdeckung?

Weiterführender Gesprächsanlass

Abschließend sollen die Lernenden Aufgabenbeziehungen bewusst reflektieren. Es werden verschiedene Aufgaben gleichzeitig präsentiert. Die Kinder sollen unter der Aufgabenstellung „Welche Aufgaben passen zusammen?“ und „Wie kann dir das beim Rechnen helfen?“ das Gelernte flexibilisieren. Ein Kind legt die entsprechenden Aufgaben zusammen. Daraufhin soll ein anderes Kind begründen, wie sich das Ergebnis unterscheidet, ohne dieses konkret zu berechnen (z. B. „Die Aufgaben $9 + 0$ und $9 + 1$ passen zusammen. Der erste Summand ist bei beiden Aufgaben 9. Der zweite Summand unterscheidet sich um 1. Das Ergebnis der größeren Aufgabe $9 + 1$ ist also um 1 größer als das Ergebnis der Aufgabe $9 + 0$. $9 + 0$ ergibt 9 und $9 + 1$ ergibt 10“).

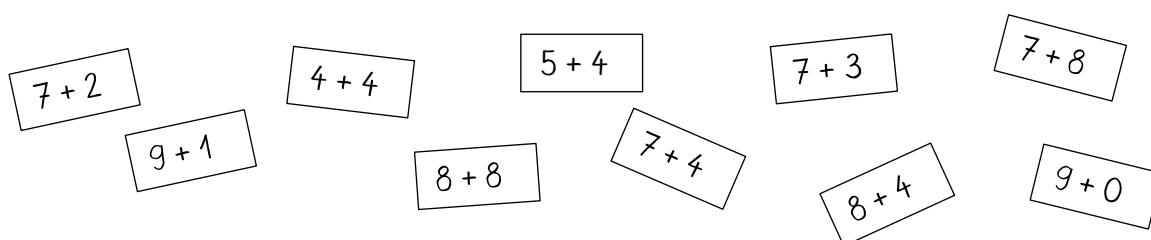


Abb. 11 Weiterführender Gesprächsanlass zu Aufgabenbeziehungen erkunden

Material

Einführung	Arbeitsphase		Weiterführender Gesprächsanlass
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Zehnerfeld (Kopiervorlage 2.1) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Nachbaraufgaben an der 1+1-Tafel 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Kopiervorlage 1.2 ▪ Unterrichtsmaterial 2.1 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Aufgabenkarten (Kopiervorlage 2.2)
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Nachbaraufgabe – größer oder kleiner? 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Unterrichtsmaterial 2.2 	
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Größer, kleiner, gleich? 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Unterrichtsmaterial 2.3 	

C Einfache (Nachbar)Aufgaben in schwierigen Additionsaufgaben erkennen

In diesem Abschnitt wird der Fokus auf das Nutzen von einfachen (Nachbar)aufgaben gelenkt. Die Schülerinnen und Schüler sollen lernen, einfache (Nachbar)aufgaben in schwierigen Aufgaben zu erkennen, um das flexible Rechnen weiter anzubahnen.

Einführung

Das erste abgebildete Aufgabenpaar wird den Kindern präsentiert. Die Kinder werden aufgefordert, nicht die Ergebnisse zu bestimmen, sondern zu entscheiden, welches die einfache Aufgabe ist. Dabei fragt die Lehrkraft stets nach einer Begründung: „Warum ist diese Aufgabe einfach?“. Das Ergebnis der einfachen Aufgabe wird bestimmt und die Lehrkraft stellt die Beziehung zu den anderen Aufgaben her: „Wie/warum kann man diese Aufgabe nutzen, um die schwierigere Aufgabe zu lösen, ohne neu zu rechnen?“ Die Kinder erläutern den Zusammenhang. Dabei sollen die Kinder das Zwanzigerfeld nutzen, indem sie erst die einfache Aufgabe legen und daraus die schwierige Aufgabe ableiten. Anschließend wird das zweite Aufgabenpaar präsentiert. Das Vorgehen entspricht dem Vorherigen.



$8 + 6$		$9 + 3$	
$8 + 5$		$10 + 3$	

Abb. 12 Einführung in einfache (Nachbar)aufgaben in schwierigen Additionsaufgaben erkennen

Arbeitsphase


Für die Arbeitsphase sind unterschiedliche Aufgaben vorgesehen.

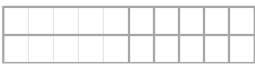
1 Einfache Aufgaben in Aufgabenpäckchen finden und nutzen

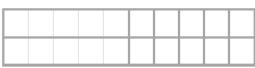
Ziel: Operative Zusammenhänge zwischen einfachen und schwierigen Aufgaben erkennen.

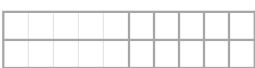
Hinweis: In einigen Päckchen gibt es mehrere einfache Aufgaben. Hier können Sie schauen, welche die Kinder als einfache Aufgabe erkennen und ob sie ggf. bereits beide einfachen Aufgaben finden, wenn es in dem Päckchen zwei gibt. Dass einige schwierige Aufgaben mehrere einfache Nachbargaufgaben haben, wird später fokussiert.

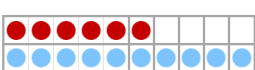
Die Kinder suchen die einfache(n) Aufgabe(n) und kreuzen diese an. Die Aufgabe(n) soll(en) im Zwanzigerfeld dargestellt werden, um die Lösung zu ermitteln. Dann nutzen die Kinder den Zusammenhang im Päckchen, um die Ergebnisse der anderen Aufgaben zu berechnen. Kinder, die die Zusammenhänge nicht vor dem Rechnen erkennen, können auch hinterher die Aufgabenbeziehung reflektieren. Hier können die Lernenden die operativen Zusammenhänge entdecken. In Aufgabenteil b erklären sich die Kinder ihr Vorgehen in Lerntandems gegenseitig (z. B. „Zuerst

 a) Kreuze die einfache(n) Aufgabe(n) an! Male ein! Rechne!

 $6 + 7 = \text{---}$

 $6 + 8 = \text{---}$

 $6 + 9 = \text{---}$

 $6 + 10 = \text{---}$


 b) Erklärt! Wie hast du die schwierige Aufgabe schnell gelöst?

Abb. 13 Einfache Aufgaben in Aufgabenpäckchen finden und nutzen

habe ich die einfache Aufgabe $6 + 10$ gefunden und am Zwanzigerfeld eingezeichnet. Darüber liegt eine schwierige Aufgabe $6 + 9$. Ich habe mir vorgestellt, dass es ein blaues Plättchen weniger gibt. Deshalb muss das Ergebnis der Aufgabe auch um eins kleiner sein. So bin ich mit den nächsten Aufgaben auch vorgegangen“). So werden die Erkenntnisse verbalisiert, verglichen und flexibilisiert.

Impulse

- Welche Aufgabe ist einfach? Welche Aufgabengruppen gibt es?
- Gibt es noch weitere einfache Aufgaben in dem Päckchen? Warum/Warum nicht?
- Wie kannst du das Ergebnis der Aufgabe unter/über der einfachen Aufgabe geschickt bestimmen? Warum?
- Schau dir die Punktefelder an. Was fällt dir auf?

Beobachtungsmöglichkeiten


- Wie hat das Kind die Ergebnisse bestimmt?
- Mit/ohne Punktefeld? Ausgehend von der einfachen Aufgabe? Alles gerechnet?
- Erkennt das Kind die Aufgabenbeziehungen (durch den Austausch mit dem Partnerkind oder im Dialog mit der Lehrkraft)?
- Wie begründet das Kind seine Entdeckung?

2 Einfache Nachbaraufgabe der schwierigen Aufgaben finden und nutzen

Ziel: Aufgabenbeziehungen durch das Finden einfacher Nachbaraufgaben vertiefen.

Die Lernenden lösen schwierige Aufgaben, indem sie selbst passende einfache Nachbaraufgabe finden und so den operativen Zusammenhang zur Bestimmung des Ergebnisses nutzen. Hierbei sollen die Kinder in Tandems arbeiten. Es besteht die Möglichkeit, dass die Kinder so ggf. zwei einfache Aufgaben zu einer schwierigen Aufgabe finden.

Als Material könnten die Kinder beispielsweise das Zwanzigerfeld nutzen, indem sie die Aufgabe legen und dann überlegen. Ebenfalls können sie die 1+1-Tafel nutzen, indem sie die Aufgabe raussuchen und sich dann ihre Umgebung anschauen und überlegen, welche Aufgaben einfach sind. Dabei ist anzumerken, dass einzelne Aufgaben, wie $13 + 4$, nicht in der 1+1-Tafel sind. Evtl. suchen einzelne Lernende die Aufgabe $3 + 4$ und fügen anschließend wieder den Zehner beim ersten Summanden hinzu.

 a) Welche einfache Nachbaraufgabe hilft euch?

$3 + 6 = ___$	$6 + 8 = ___$
$13 + 4 = ___$	$8 + 4 = ___$
$___ + ___ = ___$	$___ + ___ = ___$
$___ + ___ = ___$	$___ + ___ = ___$

Abb. 14 Einfache Nachbaraufgaben der schwierigen Aufgaben finden und nutzen

Impulse

- Welche Aufgabe ist einfach? Welche Aufgabengruppen gibt es?
- Gibt es noch weitere einfache Aufgaben in dem Päckchen? Warum/Warum nicht?
- Wie kannst du das Ergebnis der Aufgabe unter/über der einfachen Aufgabe geschickt bestimmen? Warum?
- Schau dir die Punktefelder an. Was fällt dir auf?

Beobachtungsmöglichkeiten

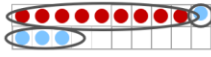
- Wie hat das Kind die Ergebnisse bestimmt?
- Mit/ohne Punktefeld? Ausgehend von der einfachen Aufgabe? Alles gerechnet?
- Erkennt das Kind die Aufgabenbeziehungen (durch den Austausch mit dem Partnerkind oder im Dialog mit der Lehrkraft)?
- Wie begründet das Kind seine Entdeckung?

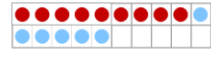
3 Immer gleich

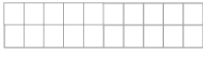
Ziel: Die Lernenden vertiefen das Wissen über Aufgabenbeziehungen, indem sie eine Aufgabe selbst zu einer einfachen Aufgabe verändern.

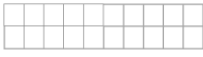
In dieser Diagnose- und Förderidee wird der Fokus stärker auf das flexible Rechnen gesetzt. In Aufgabenteil a) sollen die Lernenden eine schwierige Additionsaufgabe in eine einfache Aufgabe mit drei Summanden verändern, indem sie den zweiten Summanden zerlegen. Beispielsweise ergeben die ersten beiden Summanden der neuen Additionsaufgabe 10, wird der dritte Summand addiert, ist es eine Aufgabe mit +10 und diese somit ebenfalls einfach. In den Unterrichtsmaterialien finden Sie diese Diagnose- und Förderidee auch mit Aufgaben, welche zum gegensinnigen Verändern anregen sollen. In Aufgabenteil b) sollen die Kinder selbst schwierige Aufgaben finden. Im Anschluss finden sie in Anlehnung an den ersten Aufgabenteil einfache Aufgaben. So erfahren die Lernenden, dass diese Strategie bei allen schwierigen Aufgaben funktioniert und üben diese zugleich.

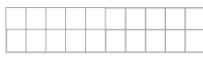
a) Immer gleich. Welche Zahlen fehlen?

$9 + 4 = 9 + 1 + \underline{\quad}$ 

$9 + 6 = 9 + \underline{\quad} + \underline{\quad}$ 

$12 + 7 = 12 + 2 + \underline{\quad}$ 

$8 + 9 = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}$ 

$7 + 6 = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}$ 

b) Notiere je eine schwierige Aufgabe. Tauscht. Welche Aufgabe passt. Warum?

$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$

$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$

$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$

$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$

Abb. 15 immer gleich

Impulse

- Warum ergeben beide Aufgaben das Gleiche?
- Wie hast du das herausgefunden?
- Schau dir jeweils den ersten Summanden an. (Wie) unterscheiden sich diese?
- Schau dir den zweiten Summanden an. Wie müsste sich dieser verändern, damit die Aufgaben das Gleiche ergeben?

Beobachtungsmöglichkeiten

- Wie ist das Kind bei der Bestimmung vorgegangen?
- Hat das Kind die Aufgabenbeziehung direkt zur Bestimmung des Unterschiedes genutzt? Hat das Kind hauptsächlich gerechnet?
- Erkennt das Kind die Aufgabenbeziehungen durch den Austausch mit dem Partnerkind oder im Dialog mit der Lehrkraft?
- Wie zeichnet das Kind den Unterschied ein?
- Wie begründet der Lernende, warum die Aufgaben das gleiche ergeben?

Weiterführender Gesprächsanlass

Erneut sollen die Lernenden in dem weiterführenden Gesprächsanlass Aufgabenpaare finden. Es werden Aufgabenkarten präsentiert. Zusätzlich gibt es eine Tabelle mit den Spalten *einfache Aufgaben* und *schwierige Aufgaben*. Die Kinder sollen ein Aufgabenpaar finden und die beiden Aufgaben in die Tabelle einordnen. Dabei sollen sie kurz die Aufgabengruppe der einfachen Aufgabe nennen, damit erneut betont wird, dass diese Kategorien nicht subjektiv sind. Zudem gibt es auch einfache und schwierige Aufgaben, die keinen entsprechenden Partner haben. Hier sollen die Kinder selbst einen finden und in der benachbarten Spalte ergänzen.

Einfache Aufgaben	Schwierige Aufgaben

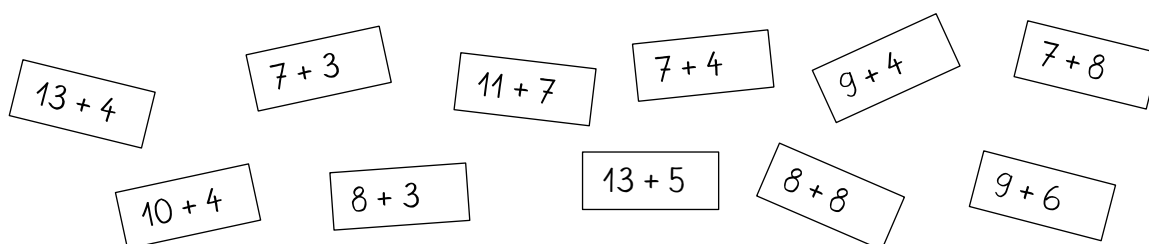


Abb. 16 Weiterführender Gesprächsanlass zu einfache (Nachbar)aufgaben in schwierigen Additionsaufgaben erkennen

Wichtig ist, dass die Kinder ihre Entscheidungen begründen. Dabei nennt ein Kind das Aufgabenpaar und die Einordnung in die Tabelle. Ein weiteres Kind begründet, warum die schwierige Aufgabe einfach von der leichten Aufgabe abzuleiten ist und nennt das Ergebnis der schwierigen Aufgabe (z. B. „Die schwierige Aufgabe $7+4$ kann ich mit der einfachen Aufgabe $7+3$ leichter lösen. Der zweite Summand ist bei der schwierigen Additionsaufgabe um eins größer, der erste Summand bleibt gleich. Somit ist das Ergebnis der schwierigen Aufgabe ebenfalls um eins größer als 10 und somit gleich 11“).

Material

Einführung	Arbeitsphase		Weiterführender Gesprächsanlass
<ul style="list-style-type: none"> Aufgabenkarten mit Zwanzigerfeld (Kopiervorlage 3.1) 	<ul style="list-style-type: none"> Einfache Aufgabenpäckchen finden und nutzen 	<ul style="list-style-type: none"> Unterrichtsmaterial 3.1 	<ul style="list-style-type: none"> Aufgabenkarten und Tabelle mit Spalten (Kopiervorlage 3.2) 1+1-Tafel mit Markierungen (Kopiervorlage 1.2)
	<ul style="list-style-type: none"> Einfach Nachbaraufgaben der schwierigen Aufgaben finden und nutzen 	<ul style="list-style-type: none"> Unterrichtsmaterial 3.2 	
	<ul style="list-style-type: none"> Immer gleich 	<ul style="list-style-type: none"> Unterrichtsmaterial 3.3 	

D Schwierige Additionsaufgaben flexibel rechnen

Zuletzt stehen die schwierigen Aufgaben selbst im Fokus, aus welchen die Kinder verschiedene einfache Aufgaben selbständig und verständnisorientiert ableiten sollen. Dabei können nicht nur direkte Nachbaraufgaben genutzt werden. So werden die Strategien zum flexiblen Rechnen vertieft.

Einführung

Die Einführungs-idee entspricht der vorherigen. Es unterscheiden sich lediglich die Aufgaben. Die einfachen Aufgaben sind hier nicht mehr die direkten Nachbaraufgaben. Stattdessen ist die Differenz bei einem Summanden 2, bei der zweiten Aufgabe wird gegensinnig verändert.

Das erste abgebildete Aufgabenpaar wird den Kindern präsentiert. Die Kinder werden aufgefordert, nicht die Ergebnisse zu bestimmen, sondern zu entscheiden, welches die einfache Aufgabe ist. Dabei fragt die Lehrkraft stets nach einer Begründung: „Warum ist diese Aufgabe einfach?“. Das Ergebnis der einfachen Aufgabe wird bestimmt und die Lehrkraft stellt die Beziehung zu der anderen Aufgabe her: „Wie/warum kann man diese Aufgabe nutzen, um die schwierigere Aufgabe zu lösen, ohne neu zu rechnen?“ Die Kinder erläutern den Zusammenhang. Dabei sollen die Kinder das Zwanzigerfeld nutzen indem sie erst die einfache Aufgabe legen und daraus die schwierige Aufgabe ableiten. Die Lernenden könnten bspw. sagen: „Die Aufgabe $8+2$ ist eine einfache Aufgabe $=10$. Bei der schwierigen Aufgabe $8+4$ ist der erste Summand gleich, der zweite um zwei größer. Stelle ich mir das im Zwanzigerfeld vor, lege ich erst acht rote und zwei blaue Plättchen für die einfache Aufgabe $8+2$, insgesamt habe ich 10 Plättchen. Dann lege ich noch zwei blaue Plättchen dazu, weil die 4 um 2 größer ist als die Zahl 2. $8+4$ ergibt also zwölf.“ Anschließend wird das zweite Aufgabenpaar präsentiert. Das Vorgehen entspricht dem Vorherigen.

$$\begin{array}{l} 8 + 4 \\ 8 + 2 \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & & & & & & & \\ \hline & & & & & & & \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 8 + 3 \\ 10 + 1 \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & & & & & & & \\ \hline & & & & & & & \\ \hline \end{array}$$

Abb. 17 Einführung schwierige Additionsaufgaben flexibel rechnen

Arbeitsphase

Für die Arbeitsphase sind unterschiedliche Aufgaben vorgesehen.

1 Schöne Päckchen mit einfachen und schwierigen Aufgaben vergleichen

Ziel: Die Schülerinnen und Schüler sollen die Aufgabenbeziehungen vertiefen. Hier kann geschaut werden, ob die Kinder bereits geschickt rechnen.

In dieser Diagnose- und Förderidee stehen Schöne Päckchen im Vordergrund. Die Kinder sollen das erste Päckchen geschickt lösen. Im Idealfall finden und rechnen sie zuerst die bzw. eine der einfache(n) Aufgabe(n). Im Anschluss vergleichen die Lernenden die Päckchen in Tandems. Sie sollen über ihr Vorgehen reflektieren und sich über Gemeinsamkeiten und Unterschiede austauschen (z. B. „Bei unseren ersten Päckchen bleibt jeweils ein Summand gleich, während der andere um eins kleiner wird. Somit wird auch das Ergebnis jeweils um eins kleiner“. „Bei der Bearbeitung habe ich mit der einfachen Aufgabe 4+6 angefangen. Das Ergebnis der darüberliegenden Aufgaben ist eins größer, da ein Summand von unten betrachtet nun größer und wird“.

a) Löse die Päckchen.

$4 + 3 = \text{---}$	$9 + 4 = \text{---}$
$4 + 6 = \text{---}$	$7 + 6 = \text{---}$
$4 + 9 = \text{---}$	$5 + 8 = \text{---}$
$4 + 12 = \text{---}$	$3 + 10 = \text{---}$

b) Wie bist du vorgegangen?


c)  Vergleicht eure Päckchen. Was fällt euch auf?

Abb. 18 Schöne Päckchen mit einfachen und schwierigen Aufgaben vergleichen

Hinweis: Für das Vergleichen der Schönen Päckchen ist es wichtig, dass die Tandems je unterschiedliche Päckchen ausgeteilt bekommen.

Impulse

- Wie könntest du vorgehen?
- Ist eine Aufgabe einfach?
- Was fällt dir auf?
- Wie verändern sich die Aufgaben in den Päckchen jeweils und wie das Ergebnis? Wie ist das bei dem Schönen Päckchen von deinem Partnerkind?


Beobachtungsmöglichkeiten

- Wie geht das Kind beim Lösen des Päckchens vor?
- Rechnet komplett, bestimmt geschickt; rechnet dabei die erste Aufgabe oder geht direkt von der leichten Aufgabe aus
- Was fällt den Kindern beim Vergleichen der Päckchen auf?


2 Schöne Päckchen fortsetzen und erstellen


Ziel: In dieser Diagnose- und Förderidee geht es um das Erkennen und Nutzen von Aufgabenbeziehungen ohne das Ergebnis zu bestimmen.

Erneut geht es um Schöne Päckchen. Zuerst sind Schöne Päckchen dargestellt, welche die Kinder vervollständigen sollen. Sie sollen lediglich das Ergebnis der einfachen Aufgabe notieren und kennzeichnen, wie sich das Ergebnis verändert. So nutzen sie bewusst die gelernte Strategie. Im Anschluss sollen die Schülerinnen und Schüler eigene Schöne Päckchen um eine einfache Aufgabe erstellen. Zuletzt tauschen die Kinder ihre eigenen Päckchen mit einem Partnerkind und bestimmten die Ergebnisse geschickt.

 a) Vervollständige die Aufgaben. Rechne nur die einfache(n) Aufgabe(n). Zeichne ein: wie unterscheiden sich die Ergebnisse?

$9 + 6$	$\text{---} + \text{---}$	$9 + 2$
$\text{---} + 7$	$15 + 3$	$\text{---} + \text{---}$
$7 + 8$	$13 + 4$	$\text{---} + \text{---}$
$6 + \text{---}$	$\text{---} + \text{---}$	$\text{---} + \text{---}$
$\text{---} + \text{---}$	$9 + \text{---}$	$\text{---} + 10$

b)  Denke dir selbst ein oder zwei schöne Päckchen aus.

c)  Tauscht und bestimmt die Ergebnisse geschickt.

$\text{---} + \text{---} = \text{---}$	$\text{---} + \text{---} = \text{---}$
$\text{---} + \text{---} = \text{---}$	$\text{---} + \text{---} = \text{---}$
$\text{---} + \text{---} = \text{---}$	$\text{---} + \text{---} = \text{---}$
$\text{---} + \text{---} = \text{---}$	$\text{---} + \text{---} = \text{---}$
$\text{---} + \text{---} = \text{---}$	$\text{---} + \text{---} = \text{---}$

Abb. 19 Schöne Päckchen fortsetzen und erstellen

Impulse

- Wie könntest du vorgehen? Schau dir erstmal die jeweils ersten Summanden der Aufgaben des Päckchens an. Was fällt dir auf?
- Welches ist/sind die einfache(n) Aufga-be(n)?

Beobachtungsmöglichkeiten

- Wie lösen die Kinder die Päckchen?
- Welche Päckchen finden die Kinder?
- Nach dem Schema der Päckchen vorher; der Abstand ist jeweils 1; verschiedene Päckchen mit größeren Abständen

1 1+1-Tafel: Welche Aufgaben helfen?

Ziel: Die 1+1-Tafel wird als Hilfsmittel genutzt, um schnell und sicher mehrere einfache Aufgaben zu finden. So können die Schülerinnen und Schüler verschiedene Strategien zur Bestimmung der schwierigen Aufgabe nutzen. Sie können Aufgaben flexibel mit der 1+1-Tafel rechnen.

Eine schwierige Aufgabe ist markiert. Die Kinder sollen gemeinsam in Tandems überlegen, welche einfachen Aufgaben dabei helfen können, die schwierige Aufgabe zu lösen. Diese markieren die Kinder. Sie sollen sich ebenso über den Unterschied der markierten einfachen zur schwierigen Aufgabe austauschen („Mir hilft einfache Aufgabe $6 + 6$. $6 + 6$ ist eine Verdopplungsaufgabe und eine Nachbaraufgabe von $6 + 7$. Das Ergebnis der Aufgabe $6 + 7$ muss ein größer als $6 + 6 = 12$ und somit 13 ergeben“).

In einer neuen 1+1-Tafel ist eine andere schwierige Aufgabe markiert (Wolke) sowie drei weitere Aufgaben, welche möglicherweise das Lösen erleichtern. Die Kinder sollen zu zweit entscheiden, welche Aufgaben tatsächlich helfen, welche nicht und warum. Hier können die Lernenden ggf. feststellen, dass die Aufgaben helfen können, welche in einer vertikalen (Ergebnis bleibt gleich), horizontalen (Ergebnis ± 2) oder diagonalen (± 1) Linie von der Ursprungsaufgabe liegen, helfen.

a) Welche Aufgaben helfen euch bei der Lösung? Markiert. Warum helfen die Aufgaben?

Abb. 20 1+1-Tafel: Welche Aufgaben helfen? (Teil a)

b) Helfen die Aufgaben die rote Aufgabe zu lösen? Warum? Ordnet die Aufgaben in die Tabelle ein.

	hilft	hilft nicht

Abb. 21 1+1-Tafel: Welche Aufgaben helfen? (Teil b)

Impulse

- Welche einfachen Aufgaben gibt es? Kannst du einen der Summanden so abwandeln, dass es eine einfache Aufgabe wird?
- Wie kannst du das Ergebnis der schwierigen Aufgabe geschickt

Beobachtungsmöglichkeiten

- Welche Aufgaben findet das Kind?
- Nachbaraufgaben, einfache Nachbaraufgaben, mehrere passende Aufgaben?
- Wie findet das Kind Nachbaraufgaben (mit/ohne Material)?

Weiterführender Gesprächsanlass

Schöne Päckchen vorstellen: Die Kinder stellen ihre gefundenen operativen Aufgabenserien mit einfachen und schwierigen Aufgaben vor. Sie bestimmen die einfache Aufgabe und erläutern die Zusammenhänge. Hierbei können die Kinder auch nur die ersten zwei Aufgaben der Serie zeigen, so dass die anderen Kinder aufgefordert sind zu überlegen, wie die Folge weiter gehen wird. Alternativ könnten die Kinder die Serie zeigen und die Mitschülerinnen und -schüler bestimmen die einfache Aufgabe.

Schwierige Aufgaben einordnen und beschreiben: Den Kindern wird eine schwierige Aufgabe gezeigt – z. B. $8 + 9$. Die Lehrkraft fragt: „Welche einfache verwandte Aufgabe kann ich bilden, die mir hilft, $8 + 9$ zu rechnen?“ (Mehrere Aufgaben sind möglich und sinnvoll, zum Beispiel $9 + 9$, $8 + 10$, $8 + 8$.) Ein Kind macht einen Vorschlag und das Partnerkind wird zeitgleich mit eingebunden, indem es den Vorschlag begründet. Die Lehrkraft achtet darauf, dass die Kinder begründen, warum diese Aufgabe passt, und erläutern, wie das Ergebnis von $8 + 9$ schnell bestimmt werden kann (z. B. „Bei den Aufgaben $9 + 9$ und $8 + 9$ unterscheidet sich nur der erste Summand. Dieser ist bei der schwierigen Aufgabe um eins kleiner. Somit muss das Ergebnis der schwierigen Aufgabe ebenfalls um eins kleiner sein. So kann ich das Ergebnis schnell bestimmen. Ich weiß direkt, dass $9 + 9 = 18$ sind. Wenn das Ergebnis meiner schwierigen Aufgabe um eins kleiner sein muss, ergibt $8 + 9 = 17$ “). Um die Aufgabenbeziehungen weiter bewusst zu machen, soll aus den beiden vorherigen Aufgaben eine Serie gebildet werden. „Wenn aus diesen Aufgaben ein Schönes Päckchen werden soll, welche Aufgaben muss ich dann ergänzen?“. Die Kinder nennen die Aufgaben und erläutern ihre Entscheidungen. Weitere Fragen für die Reflexion: Welche unterschiedlichen Päckchen können entstehen? Was ändert sich, wenn zum Beispiel die $8 + 8$ nicht über, sondern unter die $8 + 9$ geschrieben wird?

Material

Einführung	Arbeitsphase		Weiterführender Gesprächsanlass
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Aufgabenkarten (Kopiervorlage 4.1) ▪ Zwanzigerfeld (Kopiervorlage 3.1) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Schöne Päckchen mit einfachen und schwierigen Aufgaben vergleichen 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Unterrichtsmaterial 4.1 	
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Schöne Päckchen fortsetzen und erstellen 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Unterrichtsmaterial 4.2 	
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ 1+1-Tafel: welche Aufgaben helfen? 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Unterrichtsmaterial 4.3 	