

Förderbaustein 6

Schwierige Subtraktionsaufgaben mit einfachen Aufgaben flexibel rechnen

Samira Cormann, Alissa Werner, Anna Nothofer, Marcus Nührenbörger

Unter Beratung von Lara Marie Graf, Uta Häsel-Weide,
Karina Höveler, Sophie Mense, Franziska Tilke, Inga Wienhues

Dezember 2023



Dieses Material wurde von Samira Cormann, Anna Nothofer, Alissa Werner und Marcus Nührenbörger unter Beratung von Lara Marie Graf, Uta Häsel-Weide, Karina Höveler, Sophie Mense, Franziska Tilke und Inga Wienhues entwickelt. Es kann unter der Creative Commons Lizenz BY-SA (Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen) 4.0 International weiterverwendet werden.

Zitierbar als

Cormann, S., Nothofer, A., Werner, A. & Nührenbörger, M. (2023) Verständig und sicher im Einspluseins und Einsminuseins. Förderbaustein schwierige Subtraktionsaufgaben mit einfachen Aufgaben flexibel rechnen.

Projektherkunft

Dieser Förderbaustein wurde für das Projekt Mathematik aufholen nach Corona aufbereitet und wird auch im Projekt QuaMath weiter genutzt (beide Projekte gemeinsam von den Ländern finanziert).

Hinweis zu verwandtem Material

Förder- und Diagnosematerial zu diesen Themen:

- (1) Grundvorstellungen an Kontexten entwickeln: Addition und Subtraktion
- (2) Grundvorstellungen darstellungsbasiert vertiefen: Addition und Subtraktion
- (3) Einfache Aufgaben Addition – konkrete Auseinandersetzung mit einfachen Aufgaben
- (4) Einfache Aufgaben Subtraktion – konkrete Auseinandersetzung mit einfachen Aufgaben
- (5) Schwierige Additionsaufgaben mit einfachen Aufgaben flexibel rechnen
- (6) Schwierige Subtraktionsaufgaben mit einfachen Aufgaben flexibel rechnen
- (7) Rechnen in Beziehungen: Addition und Subtraktion produktiv üben

1 Schwierige Subtraktionsaufgaben mit einfachen Aufgaben flexibel rechnen

Ziel des Bausteins ist es, dass die Lernenden den Zusammenhang zwischen einfachen und schwierigen Aufgaben verstehen. Dazu wird der Fokus auf Aufgabenbeziehungen gelenkt. Es wird thematisiert wie eine Aufgabe aus einer anderen abgeleitet werden kann und wie diese Aufgaben dann in Beziehung zueinander stehen. So lernen die Kinder einfache Aufgaben zum Lösen von schwierigen Aufgaben zu nutzen.

Auf dem Weg zum flexiblen und sicheren Rechnen ist es bereits im Anfangsunterricht notwendig, dass Kinder Beziehungen zwischen Aufgaben beim Rechnen kennen und nutzen lernen. Ein Ziel des Erkennens und Nutzens von Beziehungen ist das Ableiten des Ergebnisses einer Aufgabe unter Bezugnahme zu den sogenannten einfachen Aufgaben. Anders formuliert: Es geht darum, sich den erneuten Rechenaufwand zu sparen, indem Zahl- und Aufgabenbeziehungen genutzt werden. Dazu muss zunächst der Zusammenhang zwischen den Aufgaben erkannt werden, denn nur wer den Zusammenhang sieht, kann ihn auch nutzen. Diejenigen Kinder, die also in der Lage sind, den Zusammenhang zwischen Aufgabenpaaren wie

$17 - 8$ und $17 - 7$ zu erkennen und zu nutzen, sparen sich erneutes Berechnen oder mühsames Zählen der Aufgaben. $17 - 7$ ist eine einfache Aufgabe gleich 10 . Wer das weiß, kann dies für die Aufgabe $17 - 8$ nutzen. Hier wird lediglich eins mehr abgezogen. Das Ergebnis muss ebenfalls um eins kleiner sein. Wichtig ist gerade solches Erkennen von Strukturen - sogenannte strukturfokussierende Deutungen - zu schulen: Wie ist der Zusammenhang zwischen Aufgaben? Wie kann die eben berechnete Aufgabe für die nächste genutzt werden? Auf welche einfache Aufgabe kann eine schwierige zurückgeführt werden?

Die folgenden Diagnose- und Förderideen können Sie dabei unterstützen, Ihre Lernende für das Erkennen und Nutzen von Beziehungen zwischen Aufgaben zu sensibilisieren. Sie finden hierzu vor allem Anregungen, wie Kinder lernen können, beim Rechnen von schwierigen Aufgaben einfache verwandte Aufgaben zu nutzen.

Dazu werden in diesem Baustein einfache Aufgaben vertieft, dann werden Nachbaraufgaben kennengelernt und im Anschluss wird das Erkennen von einfachen in schwierigen Subtraktionsaufgaben fokussiert. Zuletzt soll das flexible Erkennen und Nutzen von Beziehungen zwischen einfachen und schwierigen Aufgaben gestärkt werden.

Einfache Aufgaben der Subtraktion:

- **Subtraktion von 0** (z. B. $17 - 0$),
- **Subtraktion von 1** (z. B. $9 - 1$),
- **Subtraktion von 5** (z. B. $8 - 5$, $8 - 3$),
- **Subtraktion von 10** (z. B. $17 - 10$, $17 - 7$),
- **Umkehrung von Zehnerübergängen** (z. B. $10 - 6$)
- **Umkehrung von Verdopplungsaufgaben** (z. B. $14 - 7$)

Abb. 1 Einfache Subtraktionsaufgaben (Wittmann & Müller 2017, S. 74)

Lernvoraussetzungen für die Arbeit mit dem Diagnose- und Förderbaustein „Schwierige Subtraktionsaufgaben mit einfachen Aufgaben flexibel rechnen“

Das Kind:

- Kennt die Zahlen bis 20 und hat entsprechende Zahlvorstellungen aufgebaut
- Ist mit der Darstellung von Zahlen und Aufgaben mit Wendeplättchen, Fünfer- und Zehnerstreifen am Zwanzigerfeld vertraut
- Hat tragfähige Vorstellungen zur Addition und Subtraktion ausgebildet
- Kennt den Begriff einfache Aufgaben sowie die Aufgabengruppen (s. Baustein 4)

Leitideen zur verständnisbasierten mathematischen Förderung:**diagnosegeleitet & differenzsensibel**

Um die Lernenden gezielt zu unterstützen, sollte die Förderung an die Lernvoraussetzungen und -entwicklungen der Kinder adaptiv angepasst werden. Hierzu ist es wichtig, spezifische Fördermaßnahmen kontinuierlich mit diagnostischen Prozessen zu verbinden. Um während der Förderung Einblicke in die mathematischen Entwicklungen, Denkweisen und Schwierigkeiten der Lernenden zu erhalten, bieten die sieben Bausteine zu Diagnose-Förderideen verschiedene Gesprächsanlässe und Beobachtungsmöglichkeiten. Die prozessbegleitenden Erkenntnisse ermöglichen die Festlegung und Adaption von Förderzielen sowie die differenzsensible Anpassung der Fördermaßnahmen an die individuellen Lernprozesse und -entwicklungen. Bei der Arbeit mit den Diagnose-Förder-Bausteinen ist es daher nicht notwendig und zielführend, alle Aufgaben nacheinander zu bearbeiten. Es ist vielmehr so gedacht, dass Aufgaben gezielt ausgewählt und adaptiert werden.

verstehensorientiert & beziehungsreich

Das reine Auswendiglernen von (unverstandenen) Inhalten ist keine tragfähige Grundlage für den weiteren Mathematikunterricht, da Lerninhalte im Fach Mathematik konsequent aufeinander aufbauen. Daher ist es zentral, die Vorstellungen der Lernenden aufzugreifen und (weiter) zu entwickeln, um auf diese Weise ein langfristiges, nachhaltiges mathematisches Lernen und Denken zu unterstützen. Im Zentrum der Diagnose-Förder-Bausteine stehen die zentralen mathematischen Inhalte zu Zahlen und Operationen, die den Aufbau eines inhaltlichen Verständnisses fördern. Um Inhalte zu verstehen, sind Einsichten in operative Beziehungen und deren Nutzen fundamental. Hierzu ist es wichtig, dass die Kinder immer wieder angeleitet werden, die Beziehungen zwischen den Zahlen und Aufgaben in den Blick zu nehmen und nicht Aufgabe für Aufgabe isoliert nebeneinander zu betrachten. Erst wenn das inhaltliche Verständnis gesichert ist, sollten Inhalte automatisiert werden.

kooperativ & sprachsensibel

Mathematisches Verständnis entwickelt sich im Gespräch. Daher sind die Diagnose-Förder-Bausteine nicht zur Einzelarbeit (im Wochenplan) geeignet, sondern benötigen den Austausch der Lernenden untereinander und gezielte Impulse der Lehrkräfte. Die Diagnose-Förderideen bieten kooperative Aufgaben und verschiedene Impulse als Gesprächsanlässe. In mathematischen Gesprächen über Entdeckungen, Darstellungen, Lösungsprozesse und Begründungen lernen die Kinder nicht nur andere Sichtweisen oder auch alternative Wege zum zählenden Rechnen kennen, sondern sie vertiefen auch ihr eigenes Verständnis, indem sie versuchen, dieses zu artikulieren. Die Diagnose-Förderideen bieten die für viele Kinder benötigte sprachensible Unterstützung zum Beschreiben von Zusammenhängen und Beziehungen zwischen Zahlen und Aufgaben. Sprachliche Handlungen der Lehrkraft, Forschungsmittel und Wortspeicher mit Mathe-Wörtern und Sprachmitteln können die Lernenden hierbei unterstützen.

darstellungssensibel & nachhaltig

Zum Aufbau von grundlegenden, tragfähigen Vorstellungen über Zahlen, Operationen und mathematische Zusammenhänge ist der Einsatz und die Vernetzung von Darstellungen zentral. Das bedeutet, dass bei der Förderung die Handlung mit Material, die bildliche Darstellung, die Sprache und die mathematischen Symbole zueinander in Beziehung gesetzt werden müssen. Dafür reicht es nicht aus, wenn die Kinder in den Bausteinen Diagnose-Förderideen nur am Material handeln, sondern die Handlung muss auch mit der bildlichen, sprachlichen und/oder symbolischen Aufgaben verbunden werden. Zum Vorstellungsaufbau sind die in den Diagnose-Förderideen angesprochenen Materialien und Darstellungen mathematisch strukturiert (z. B. 5er-, 10er-Bündelung), fortsetzbar und in verschiedenen Zahlräumen einsetzbar. Die Strukturnutzung der Materialien (z. B. beim Zwanzigerfeld) und die Vernetzung der Darstellungen geschehen nicht automatisch, sondern bedürfen der gezielten Anregung durch die Lehrkraft – hierzu bieten die Diagnose-Förder-Bausteine verschiedene Anlässe.

2 Diagnose- und Förderideen

Allgemeine Informationen zum Baustein

Vorab zur Umsetzung der Diagnose- und Förderideen:

Einige der folgenden Diagnose- und Förderideen orientieren sich ggf. mehr an einfachen Aufgaben einer Aufgabengruppe. Wenn Ihre Lerngruppe bspw. vermehrt Schwierigkeiten mit Nachbaraufgaben von Halbierungsaufgaben hat, können Sie das Material entsprechend anpassen.

Einfache und Schwierige Aufgaben:

Es ist wichtig, explizit und regelmäßig wiederholend zu betonen, dass sich die Adjektive „einfach“ und „schwierig“ nicht auf die subjektiv wahrgenommene Komplexität einer Aufgabe beziehen, sondern inhaltliche Kategorien zur Einordnung von Aufgaben darstellen, die uns beim Rechnen helfen können.

Darstellung der Subtraktion am Zwanzigerfeld

In Baustein 4 werden unterschiedliche Möglichkeiten zur Darstellung der Subtraktion vorgestellt. In diesem Baustein wird bei gemeinsamen Handlungen mit der gesamten Lerngruppe mit dem Hochschieben gearbeitet, auf Arbeitsplättern mit dem Durchstreichen.

Zur Vorgehensweise der Lernenden:

Mithilfe dieses Bausteins sollen die Lernenden dafür sensibilisiert werden, Beziehungen zwischen verschiedenen Aufgaben zu erkennen und zu nutzen. Ein strukturorientierter Blick ist nicht von Anfang an gegeben, sondern muss erst angebahnt werden. Um die Subtraktionsaufgabe $15 - 7$ geschickt zu lösen, würden Sie vielleicht direkt an die Aufgabe $16 - 8$ und somit an die gleichsinnige Veränderung denken. Lernende würden dabei unterschiedlich vorgehen. Stünden beide Aufgaben in einem Schönen Päckchen untereinander, würden einige Schülerinnen und Schüler vermutlich beide Ergebnisse berechnen und feststellen, dass beide das gleiche ergeben. Andere fragen sich vielleicht, warum das Ergebnis beider Aufgaben dasselbe ist. Bitte regen Sie die Kinder stets dazu an diese Fragen zu stellen und ihnen auf den Grund zu gehen. Dazu können Sie die entsprechenden Impulse nutzen. Sie können die Kinder ebenfalls dazu auffordern, Auffälligkeiten zu markieren.

Es kann sein, dass ein Kind beim Lösen einer Aufgabe bereits die Aufgabenbeziehungen nutzt, bei der nächsten Aufgabe wiederum lediglich ausrechnet. Versuchen Sie das Kind in diesem Fall bitte wieder über z. B. die Impulsfragen auf das geschickte Vorgehen die Vorteile dessen zu erinnern.

Aufbau des Bausteins:

Dieser Baustein ist in 4 inhaltliche Einheiten untergliedert:

1. *Einfache Subtraktionsaufgaben wiederholen und 1–1-Tafel einführen,*
2. *Aufgabenbeziehungen erkunden,*

3. *einfache (Nachbar-)Aufgaben in schwierigen Subtraktionsaufgaben erkennen und*
4. *schwierige Subtraktionsaufgaben flexibel rechnen.*

Jede Einheit besteht aus einem Einstieg, unterschiedlich vielen Diagnose- und Förderideen sowie einem weiterführenden Gesprächsanlass.

Videos

Zu diesem Baustein gibt es ein *Lernvideo*. Das Video beinhaltet verschiedene interaktive, die in Tandems bearbeitet werden sollen. Zusätzlich gibt es ein *Handreichungsvideo*.

A Einfache Subtraktionsaufgaben wiederholen und 1–1-Tafel einführen

Bevor der Fokus auf die schwierigen Aufgaben gelenkt wird, wird die 1–1-Tafel in Kombination mit einer Wiederholung von einfachen Aufgaben eingeführt. Die gefärbte 1–1-Tafel finden Sie in der Kopiervorlage. Die verschiedenen Farben entsprechen den einfachen Aufgabengruppen aus der Einführung.

Einführung

Es werden verschiedene Aufgaben präsentiert. Die Kinder werden aufgefordert zu entscheiden, welche Aufgaben einfach sind und die entsprechende Aufgabengruppe zu benennen (z. B. „Aufgaben mit 5“). Sie sollen ebenfalls begründen, warum eine Aufgabe bspw. mit 5 einfach ist. Auf diese Weise wird das Wissen über die einfachen Aufgaben(gruppen) aktiviert, sodass die Kinder dieses in der Arbeitsphase nutzen können.

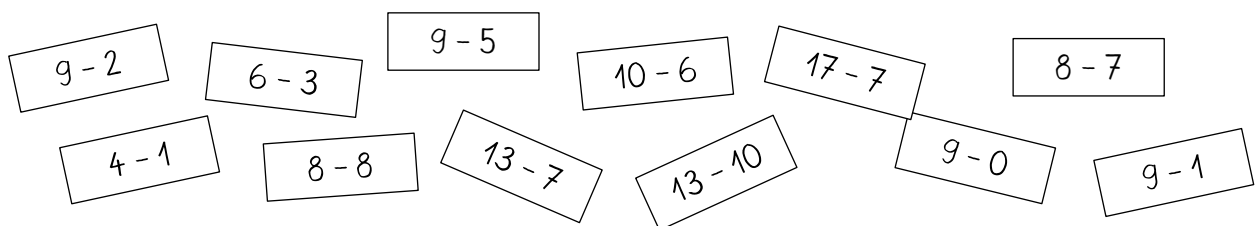


Abb. 2 Einführung zu Einfache Subtraktionsaufgaben wiederholen und 1-1-Tafel einführen

Zusätzlich wird die 1–1-Tafel präsentiert. Diese wird kurz eingeführt und gesagt, dass dort alle Aufgaben aus dem kleinen Einsminuseins sind. Sofern die 1+1-Tafel bereits bekannt ist, kann auf den ähnlichen Aufbau verwiesen werden. Die Kinder sollen eine einfache Aufgabe aus den vorherigen (z. B. $17 - 7$) in der 1–1-Tafel finden und anschließend auch alle weiteren Aufgaben dieser Aufgabengruppe (z. B. gleich 10) verorten. So werden sie mit dem Aufbau der 1–1-Tafel vertraut. In der Arbeitsphase sollen die Lernenden die weiteren einfachen Aufgabengruppen verorten.

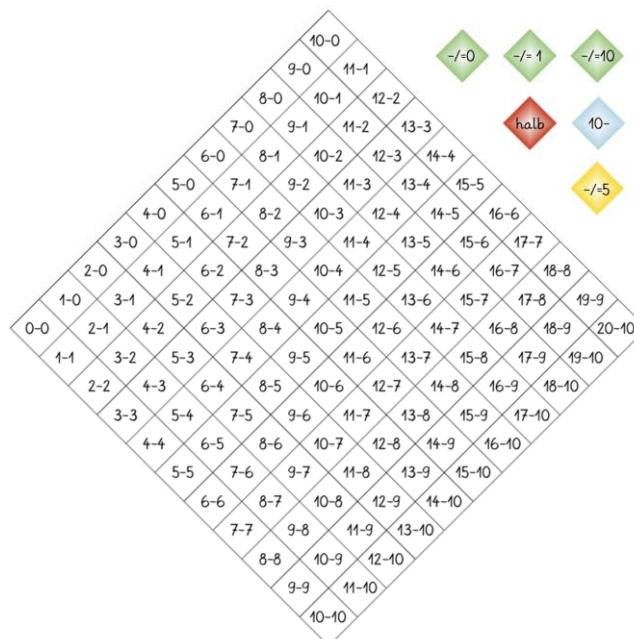


Abb. 3 Einfache Aufgaben in der 1-1-Tafel verorten © Ernst Klett Verlag

Arbeitsphase

Für die Arbeitsphase sind unterschiedliche Aufgaben vorgesehen.

1 Reihen in der 1–1-Tafel

Ziel: Die Lernenden sollen die Anordnung der 1–1-Tafel verstehen, um diese mit den strukturiert angeordneten Aufgabenbeziehungen künftig als Hilfsmittel nutzen zu können.

Zuerst betrachten die Schülerinnen und Schüler einen Ausschnitt aus der 1–1-Tafel und überlegen, wie sich das Ergebnis in der Reihe verändert. In einem formgleichen Ausschnitt notieren die Kinder selbstgewählte Aufgaben der zusätzlich vorliegenden 1–1-Tafel und überprüfen, ob sich die Aufgaben und Ergebnisse genauso verändern. Die Aufgaben werden parallel gestützt an einem Zwanzigerfeld gelegt. Somit bleibt die Erkenntnisverständnisbasiert.

Im Anschluss suchen sich die Kinder selbst ein Muster ähnlich der Reihen aus der 1–1-Tafel aus. Sie tauschen dieses Muster mit dem eines Partnerkindes und tragen ein, wie sich die Aufgaben und das Ergebnis verändern. Zur motorischen Unterstützung können leere Rauten vorbereitet werden, welche die Kinder entsprechend zusammenkleben.

Insgesamt ist anzumerken, dass die Kinder je nach Blickrichtung eine andere Entdeckung machen. Folgen sie der diagonalen Reihe von unten links nach oben rechts, erhöht sich die Differenz um 1. Folgen sie derselben Reihe von oben rechts nach unten links, verringert sich die Differenz um eins. Dies können sie mit den Kindern thematisieren oder als Impuls in die Arbeitsphase geben.

a) Lege mit Plättchen.
Wie verändern sich Aufgabe und Ergebnis?
Finde selbst eine Reihe in der 1–1-Tafel.

b) Überlegt ein Muster. Füllt die Felder nicht aus!
Tauscht mit einem anderen Tandem.

Abb. 5 Reihen in der 1–1-Tafel

Impulse

- Schaue dir die Aufgaben genau an. Welche Zahlen verändern sich (um wie viel) oder bleiben gleich? Was passiert dann mit dem Ergebnis?
- Wenn das Kind die Veränderung von z. B. oben nach unten (Zahl wird größer) beschreibt: Ein anderes Kind hat mir gesagt, dass die Zahl hier kleiner wird. Kann das auch stimmen? Was meinst du, wo hat das Kind das entdeckt?

Beobachtungsmöglichkeiten

- Wie bestimmt das Kind die Veränderung?
- Welches Muster finden die Kinder?

Weiterführender Gesprächsanlass

Anschließend wird die 1–1-Tafel mit den Markierungen genutzt, um Aufgaben zu finden und zu verorten. Es werden dieselben Aufgaben aus der Einführung (s. o.) genutzt. Die Lehrkraft wählt eine Aufgabe aus und beschreibt bspw.: „Meine Aufgabe liegt in der gelben Reihe“ oder „Meine Aufgabe liegt neben der Aufgabe $7 - 3$ “. Die Lernenden sollen nennen, welche Aufgabe gesucht ist, und ihre Einschätzung begründen. Wenn es mehrere Möglichkeiten gibt, sollte das thematisiert werden, damit dies den Kindern bewusst wird. Sie können dann mit den Kindern gemeinsam ein weiteres Kriterium suchen, welches die Aufgabe eindeutig identifiziert.

Je nach Leistungsniveau der Lerngruppe können die schwierigen Aufgaben bereits eingebracht werden – bspw. durch den Impuls: „ $13 - 9$ ist keine einfache Aufgabe. Wie können die markierten einfachen Aufgaben helfen, die Aufgabe zu lösen?“

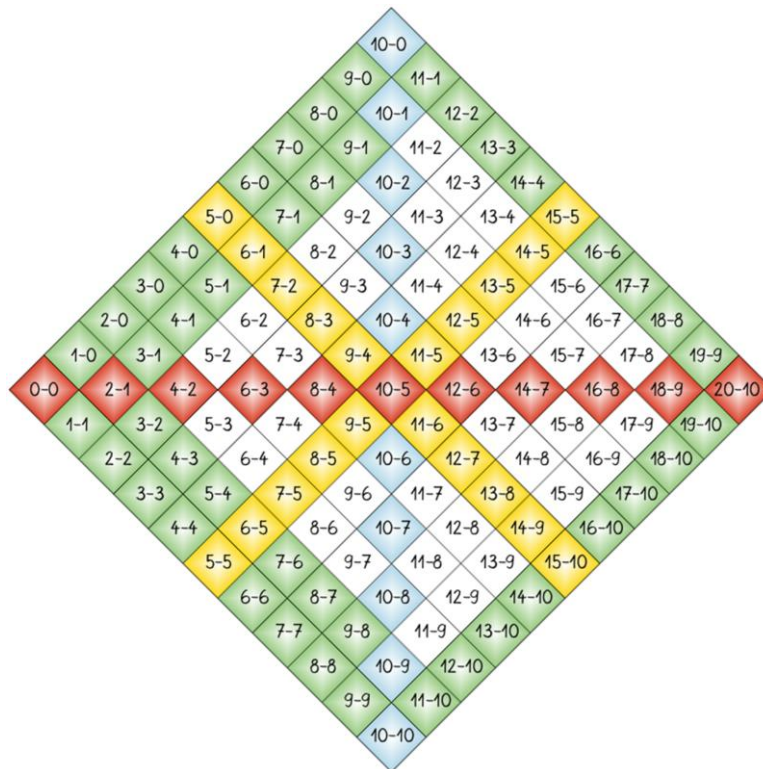


Abb. 6 1–1-Tafel © Ernst Klett Verlag GmbH

Material

| Einführung | Arbeitsphase | | Weiterführender Gesprächsanlass |
|---|---|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> Aufgabenkarten (Kopiervorlage 1.1) 1–1-Tafel (Kopiervorlage 1.2) | <ul style="list-style-type: none"> Einfache Aufgaben in der 1–1-Tafel verorten | <ul style="list-style-type: none"> Unterrichtsmaterial 1 | <ul style="list-style-type: none"> Aufgabenkarten (Kopiervorlage 1.1) 1–1-Tafel mit Markierungen (Kopiervorlage 1.3) |
| | <ul style="list-style-type: none"> Reihen in der 1–1-Tafel | <ul style="list-style-type: none"> Unterrichtsmaterial 2 | |

B Aufgabenbeziehungen erkunden

Eine Voraussetzung zur Nutzung von Aufgabenbeziehungen – bspw. von Nachbaraufgaben –, ist das Verständnis, wie diese Aufgaben zusammenhängen. Darum geht es in diesem Abschnitt.

Hinweis: In diesem Abschnitt Aufgabenbeziehungen erkunden geht es darum, dass die Kinder Beziehungen zwischen Aufgaben kennenlernen. Ob die Aufgaben einfach oder schwierig sind, spielt dabei noch keine Rolle. Dies wird später im Baustein thematisiert.

Einführung

In der Einführung lernen die Lernenden Nachbaraufgaben kennen. Dazu wird eine Aufgabe als Term und in der Darstellung im Zwanzigerfeld präsentiert (z. B. $7 - 5 = 2$). Das Ergebnis ist hier bereits notiert, damit der Fokus nicht auf dem Rechnen liegt, sondern auf dem Erkennen der Beziehungen zwischen den Aufgaben. Es wird gefragt: „Du hast $7 - 5$ schon gelöst. Wie verändert sich das Ergebnis bei $7 - 6$?“. Dies sollen die Kinder das Zwanzigerfeld verändern und daran erklären. Im Anschluss wird gefragt „Und warum musst du da eigentlich gar nicht mehr rechnen?“. Dies sollen die Lernenden nun begründen. Hier soll ein erstes Bewusstsein dafür geschaffen werden, dass Aufgaben in Beziehung zueinander stehen und diese zur Bestimmung des Ergebnisses genutzt werden kann.

$$\begin{array}{l} 7 - 5 = 2 \\ 7 - 6 = 1 \end{array}$$

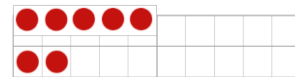


Abb. 7 Einführung zu Aufgabenbeziehungen erkunden

Arbeitsphase

Für die Arbeitsphase sind unterschiedliche Aufgaben vorgesehen.

1 Nachbaraufgaben an der 1–1-Tafel

Ziel: Die Kinder lernen die Nachbaraufgaben in und mithilfe der 1–1-Tafel kennen. Dabei erkennen sie, dass viele Aufgaben in der 1–1-Tafel vier Nachbaraufgaben haben.

Wissen die Kinder über die Beziehungen der Aufgaben in den Kästchen der 1–1-Tafel zueinander, hilft dieses Verständnis beim geschickten Rechnen – z. B. von Nachbaraufgaben. Dies können die Lernenden später beim geschickten Rechnen von schwierigen Aufgaben nutzen. Jede schwierige Aufgabe hat mindestens eine einfache Nachbaraufgabe. Grenzt die einfache Aufgabe z. B. oben an die jeweilige Aufgabe, können die Kinder schnell erkennen, dass der Minuend gleich bleibt, während der Subtrahend bei der einfachen Aufgabe um eins kleiner ist und das Ergebnis dieser Aufgabe somit um eins größer ist.

a) Welche Nachbaraufgaben haben die Aufgaben? Suche in der 1–1-Tafel. Lege mit Plättchen und zeichne ein.

b) Nutze nun Plättchen anstelle von Ziffern. Wie unterscheiden sich die Ergebnisse der Nachbaraufgaben? Beschreibe!

Abb. 8 Nachbaraufgaben an der 1-1-Tafel

In dieser Aufgabe sollen die Schülerinnen und Schüler die Beziehung von Nachbargaufgaben kennenlernen. In Aufgabenteil a) arbeiten die Lernenden zuerst mit der 1–1-Tafel und dem Zwanzigerfeld. Sie suchen Nachbargaufgaben und legen diese. Dabei sollen sie erkennen, dass diese Aufgabe 4 Nachbargaufgaben hat. Diese grenzen in der 1–1-Tafel jeweils an die Ecken des Rechtecks der ursprünglichen Aufgabe. Bei jeder Nachbargaufgabe verändert sich der Subtrahend, der Minuend oder beide jeweils um 1. In Aufgabenteil b) sollen die Kinder Plättchen anstelle von Zahlen in die Felder malen und gemeinsam beschreiben, wie sich Subtrahend, Minuend und somit das Ergebnis verändern.

Impulse

- Woher weißt du, dass du alle Nachbargaufgaben gefunden hast?
- Sie können auch thematisieren, dass $11 - 2$ eine Nachbargaufgabe von $11 - 1$ ist?
- Wie viele Nachbargaufgaben hat die Aufgabe $10 - 0$? Warum?
- Was fällt dir auf?
- Warum ist das so?
- Wie verändert sich die Aufgabe und/oder das Ergebnis, in den unterschiedlichen Feldern? Warum ist das so?

Beobachtungsmöglichkeiten

- Wie erkennen die Kinder die Struktur von Nachbargaufgaben in der 1-1-Tafel?
- Welche Strukturen der Nachbargaufgaben begründen die Kinder?
- Wie begründen sie diese?
- Nutzen sie zur Begründung die Struktur der 1-1-Tafel?

2 Nachbargaufgaben – größer oder kleiner?

Ziel: Die Kinder lernen ihr Wissen flexibel einzusetzen, indem sie diese das zuvor Gelernte in einem anderen Kontext anwenden. Zusätzlich lernen sie, dass das Ergebnis kleiner wird, sobald sich der Subtrahend verkleinert und/oder der Minuend vergrößert – sowie sich das Ergebnis vergrößert, wenn sich der Subtrahend vergrößert und/oder der Minuend verkleinert.

Die Kinder erhalten Aufgabenpaare, bei denen eine Aufgabe bereits gelöst ist. Das Ergebnis der Nachbargaufgabe ist nicht angegeben. Die Lernenden sollen mithilfe der Plättchendarstellung im Zwanzigerfeld entscheiden, ob das Ergebnis der Nachbargaufgabe größer oder kleiner als das Ergebnis der vorgegeben Aufgabe ist. Dabei wird immer die zweite mit der ersten Aufgabe verglichen. Man könnte den Satz also erweitern durch „Das Ergebnis *der zweiten Aufgabe* ist [...]“. Die Aufgaben sind Nachbargaufgaben, sodass sich die Differenzen um eins unterscheiden.

a) Größer oder kleiner? Kreuze an.
 b) Wo siehst du den Unterschied? Nutze Forschermittel.

Eins mehr weg ab

$8 - 3 = 5$
 $8 - 4$

Das Ergebnis ist kleiner als größer als 5

$15 - 5 = 10$
 $15 - 4$

Das Ergebnis ist kleiner als größer als 10

$11 - 6 = 5$
 $10 - 6$

Das Ergebnis ist kleiner als größer als 5

$8 - 5 = 3$
 $9 - 5$

Das Ergebnis ist kleiner als größer als 3

Tauscht euch über eure Entdeckung aus!

Abb. 9 Nachbargaufgabe – größer oder kleiner?

In Aufgabenteil b) sollen sich die Lernenden in Tandems darüber austauschen, wann das Ergebnis größer und wann es kleiner wird. Hierbei sollen die Kinder lernen, dass sich das Ergebnis gleich verändert, unabhängig davon, ob z. B. der Minuend um eins größer wird oder der Subtrahend um eins kleiner und umgekehrt (bspw.: „Das sind ja alles Nachbaraufgaben. Es verändert sich entweder der Minuend oder der Subtrahend. Wenn der Minuend größer wird, wird auch das Ergebnis größer.“ „Stimmt! Beim Subtrahenden ist es genau andersherum. Wird der Subtrahend größer, verkleinert sich das Ergebnis. Wenn ich mir das am Zwanzigerfeld anschau, nehme ich entweder ein Plättchen mehr oder eins weniger weg“).

Die Kinder arbeiten erst in Einzelarbeit. So bekommen sie die Möglichkeit eigene Ideen zu entwickeln. Die Nutzung von Plättchen und Forschermitteln soll die Kinder darin unterstützen, ihre Ideen bewusst zu machen und zu strukturieren. Bei dem anschließenden Austausch können sie ihre Erkenntnisse nun fundiert begründen.

Impulse

- Warum ist das Ergebnis der Nachbaraufgabe kleiner/größer als das Ergebnis der Ausgangsaufgabe?
- Warum ist das Ergebnis um 1 kleiner/größer?
- Wie hast du das herausgefunden?
- Ein anderes Kind hat erklärt, dass es den Unterschied auch ohne Rechnen bestimmen kann. Was meinst du, wie könnte das Kind das wohl auch ohne rechnen erkannt haben?
- Warum ist das Ergebnis denn hier um 1 größer (z. B. $15 - 5$ und $15 - 4$) und hier (z. B. $8 - 3$ und $8 - 4$) um 1 kleiner?


Beobachtungsmöglichkeiten

- Wie ist das Kind bei der Bestimmung vorgegangen?
- Hat das Kind die Aufgabenbeziehung direkt zur Bestimmung des Unterschiedes genutzt? Hat das Kind hauptsächlich gerechnet?
- Erkennt das Kind die Aufgabenbeziehungen
- Wie zeichnet das Kind den Unterschied ein?
- Wie begründet die Schülerin/der Schüler ihre/seine Entdeckung?

2 Größer, kleiner, gleich?

Ziel: Die Kinder lernen Aufgabenbeziehungen zu erkennen, indem sie die Aufgaben vergleichen und so Gemeinsamkeiten und Unterschiede finden.

Die Lernenden sollen die Anzahlen vergleichen. Dabei sind die Anzahlen in einer symbolischen Subtraktionsaufgabe dargestellt. So werden die Kinder angeregt, beim Vergleichen stärker die Zahl- und Aufgabenbeziehungen zu nutzen. Sie können die Lernenden unterstützend mit Plättchen und einem Zwanzigerfeld arbeiten lassen. In Aufgabenteil b) sollen die Lernenden darüber kommunizieren, wie sie schnell erkennen können, wann eine Aufgabe größer, kleiner oder gleich ist (z. B. „Bei der Aufgabe $8 - 4$ und der Aufgabe $9 - 4$ ist der Subtrahend gleich. Um zu schauen, welches Ergebnis größer ist, muss ich mir also den Minuenden anschauen. Dieser ist bei der Aufgabe $9 - 4$ um 1 größer. Somit ist die Aufgabe $9 - 4$ größer als die Aufgabe $8 - 4$ “).

 a) $>, <, =$? Ergänzt!

b) Wann ist eine Aufgabe größer, kleiner oder gleich?




| | | |
|-------------------------|--------------------------|---|
| $8 - 4 \square 9 - 4$ | $19 - 9 \square 20 - 10$ | Hinweis:    |
| $6 - 4 \square 16 - 4$ | $18 - 1 \square 16 - 0$ | |
| $8 - 7 \square 8 - 5$ | $12 - 4 \square 11 - 5$ | |
| $18 - 12 \square 8 - 2$ | $10 - 1 \square 9 - 3$ | |
| $8 - 6 \square 9 - 4$ | $5 - 5 \square 7 - 3$ | |
| $5 - 5 \square 7 - 3$ | $7 - 4 \square 9 - 4$ | |
| $7 - 4 \square 9 - 4$ | $15 - 7 \square 16 - 8$ | |

Abb. 10 Größer, kleiner, gleich?

Weiterführender Gesprächsanlass

Abschließend sollen die Lernenden Aufgabenbeziehungen bewusst reflektieren. Es werden verschiedene Aufgaben gleichzeitig präsentiert. Die Kinder sollen unter der Aufgabenstellung „Welche Aufgaben passen zusammen?“ und „Wie kann dir das beim Rechnen helfen?“ das Gelernte vertiefen. Ein Kind legt die entsprechenden Aufgaben zusammen. Daraufhin soll ein anderes Kind begründen, wie sich das Ergebnis unterscheidet, ohne dieses konkret zu berechnen (z. B. „Die Aufgaben $7 - 2$ und $7 - 3$ passen zusammen. Der Minuend ist bei beiden Aufgaben 7. Der Subtrahend unterscheidet sich um 1. Bei der Aufgabe $7 - 3$ nehme ich ein Plättchen mehr weg. Das Ergebnis der Aufgabe $7 - 3$ ist also um 1 kleiner als das Ergebnis der Aufgabe $7 - 2$. $7 - 2$ ergibt 5 und $7 - 3$ ergibt 4“).

Wichtig ist hierbei, dass Sie nicht nur die Aufgabenpaare zulassen, an welche Sie denken. Erkennen die Kinder Aufgabenbeziehungen zwischen anderen Aufgaben, kann dies ebenfalls richtig sein – es kommt auf die Begründung an. Merkt ein Kind bspw. an, dass $11 - 3$ zu $7 - 3$ passt und begründet es entsprechend, ist dies bereits ein guter Übergang zum nächsten inhaltlichen Abschnitt in dem Baustein. Ebenso können die Kinder drei Aufgaben miteinander verknüpfen, z. B. $17 - 7$ mit $17 - 8$, danach wird $16 - 8$ ergänzt. Alle drei Aufgaben könnten in eine Reihe gelegt werden. Fällt einem Kind im Anschluss auf, dass $15 - 9$ zu $16 - 8$ passt, können Sie diese Karte direkt über oder unter die entsprechende Aufgabe legen.

Impulse

- Warum ist das Ergebnis kleiner/größer?
- Wie hast du das herausgefunden?
- Ein anderes Kind hat mir gerade gesagt, dass es den Unterschied auch ohne Rechnen bestimmen kann. Was meinst du, wie könnte das Kind das wohl auch ohne rechnen erkannt haben?

Beobachtungsmöglichkeiten

- Wie ist das Kind bei der Bestimmung vorgegangen?
- Hat das Kind die Aufgabenbeziehung direkt zur Bestimmung des Unterschiedes genutzt? Hat das Kind hauptsächlich gerechnet?
- Erkennt das Kind die Aufgabenbeziehungen durch den Austausch mit dem Partnerkind oder im Dialog mit der Lehrkraft?
- Wie kommunizieren die Lernenden über ihre Entdeckung?

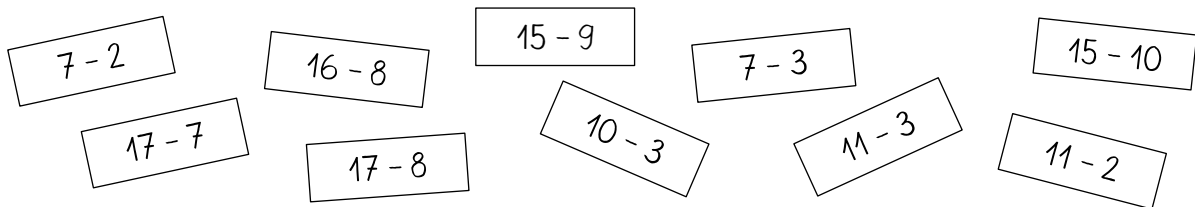


Abb. 11 Weiterführender Gesprächsanlass zu Aufgabenbeziehungen erkunden

Material

| Einführung | Arbeitsphase | | Weiterführender Gesprächsanlass |
|--|---|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> ▪ Zehnerfeld (Kopiervorlage 2.1) | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Nachbaraufgaben an der 1-1-Tafel | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Kopiervorlage 1.2 ▪ Unterrichtsmaterial 2.1 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Aufgabenkarten (Kopiervorlage 2.2) |
| | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Nachbaraufgabe – größer oder kleiner? | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Unterrichtsmaterial 2.2 | |
| | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Größer, kleiner, gleich? | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Unterrichtsmaterial 2.3 | |

C Einfache (Nachbar)Aufgaben in schwierigen Subtraktionsaufgaben erkennen

In diesem Abschnitt wird der Fokus auf das Nutzen von einfachen (Nachbar)aufgaben gelenkt. Die Schülerinnen und Schüler sollen lernen, einfache (Nachbar)aufgaben in schwierigen Aufgaben zu erkennen, um das flexible Rechnen weiter anzubahnen.

Einführung

Das erste abgebildete Aufgabenpaar wird den Kindern präsentiert. Die Kinder werden aufgefordert, nicht die Ergebnisse zu bestimmen, sondern zu entscheiden, welches die einfache Aufgabe ist. Dabei fragt die Lehrkraft stets nach einer Begründung: „Warum ist diese Aufgabe einfach?“. Das Ergebnis der einfachen Aufgabe wird bestimmt und die Lehrkraft stellt die Beziehung zu den anderen Aufgaben her: „Wie/warum kann man diese Aufgabe nutzen, um die schwierigere Aufgabe zu lösen, ohne neu zu rechnen?“ Die Kinder erläutern den Zusammenhang (z. B. „ $15 - 5$ ist eine einfache Aufgabe $= 10$. Dafür lege ich 15 Plättchen und schiebe 5 hoch. Bei der Aufgabe $15 - 6$ muss ich noch ein Plättchen mehr hochschieben. Das Ergebnis muss also um 1 kleiner sein. $10 - 1$ sind 9, deshalb sind $15 - 6$ auch 9“). Dabei sollen die Kinder das Zwanzigerfeld nutzen, indem sie erst die einfache Aufgabe legen und daraus die schwierige Aufgabe ableiten. Anschließend wird das zweite Aufgabenpaar präsentiert. Das Vorgehen entspricht dem Vorherigen.



Abb. 12 Einführung in einfache (Nachbar)aufgaben in schwierigen Subtraktionsaufgaben erkennen


Arbeitsphase

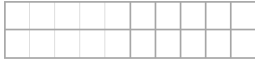
Für die Arbeitsphase sind unterschiedliche Aufgaben vorgesehen.

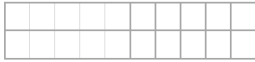
1 Einfache Aufgaben in Aufgabenpäckchen finden und nutzen

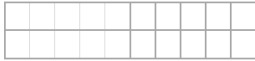
Ziel: Operative Zusammenhänge zwischen einfachen und schwierigen Aufgaben erkennen.

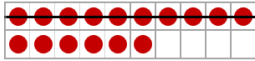
Die Kinder suchen die einfache(n) Aufgabe(n) und kreuzen diese an. Die Aufgabe(n) soll(en) im Zwanzigerfeld dargestellt werden, um die Lösung zu ermitteln. Dann nutzen die Kinder den Zusammenhang im Päckchen, um die Ergebnisse der anderen Aufgaben zu berechnen. Kinder, die die Zusammenhänge nicht vor dem Rechnen erkennen, können auch hinterher die Aufgabenbeziehung reflektieren. Hier können die Lernenden die operativen Zusammenhänge entdecken. In Aufgabenteil b erklären sich die Kinder ihr Vorgehen in

 a) Kreuze die einfache(n) Aufgabe(n) an! Male ein! Rechne!

 $13 - 7 = ___$

 $14 - 8 = ___$

 $15 - 9 = ___$

 $16 - 10 = ___$


 b) Erkläre! Wie hast du die schwierige Aufgabe schnell gelöst?

Abb. 13 Einfache Aufgaben in Aufgabenpäckchen finden und nutzen

Lerntandems gegenseitig (z. B. „Zuerst habe ich die einfache Aufgabe $14 - 7$ gefunden und am Zwanzigerfeld eingezeichnet. Darüber liegt eine schwierige Aufgabe $14 - 6$. Ich habe mir vorgestellt, dass ich ein Plättchen weniger wegnehme. Deshalb muss das Ergebnis der Aufgabe um eins kleiner sein. So bin ich mit den nächsten Aufgaben auch vorgegangen“). So werden die Erkenntnisse verbalisiert, verglichen und flexibilisiert.

Hinweis: In einigen Päckchen gibt es mehrere einfache Aufgaben. Hier können Sie schauen, welche die Kinder als einfache Aufgabe erkennen und ob sie ggf. bereits beide einfachen Aufgaben finden, wenn es in dem Päckchen zwei gibt. Dass einige schwierige Aufgaben mehrere einfache Nachbargaufgaben haben, wird später fokussiert.

Impulse

- Welche Aufgabe ist einfach? Welche Aufgabengruppen gibt es?
- Gibt es noch weitere einfache Aufgaben in dem Päckchen? Warum/ Warum nicht?
- Wie kannst du das Ergebnis der Aufgabe unter/über der einfachen Aufgabe geschickt bestimmen? Warum?
- Schau dir die Punktefelder an. Was fällt dir auf?

Beobachtungsmöglichkeiten


- Wie hat das Kind die Ergebnisse bestimmt?
- Mit/ ohne Punktefeld? Ausgehend von der einfachen Aufgabe? Alles gerechnet?
- Erkennt das Kind die Aufgabenbeziehungen (durch den Austausch mit dem Partnerkind oder im Dialog mit der Lehrkraft)?
- Wie begründet die Schülerin/der Schüler ihre/seine Entdeckung?

1 Einfache Nachbaraufgabe der schwierigen Aufgaben finden und nutzen

Ziel: Aufgabenbeziehungen durch das Finden einfacher Nachbaraufgaben vertiefen.

Die Lernenden lösen schwierige Aufgaben, indem sie selbst passende einfache Nachbaraufgabe finden und so den operativen Zusammenhang zur Bestimmung des Ergebnisses nutzen. Hierbei sollen die Kinder in Tandems arbeiten. Es besteht die Möglichkeit, dass die Kinder so ggf. zwei einfache Aufgaben zu einer schwierigen Aufgabe finden.

Als Material könnten die Kinder bspw. das Zwanzigerfeld nutzen, indem sie die Aufgabe legen und dann überlegen. Ebenfalls können sie die 1–1-Tafel nutzen, indem sie die Aufgabe raussuchen und sich dann die Umgebung anschauen und überlegen, welche Aufgaben einfach sind.

 a) Welche einfache Nachbaraufgabe hilft euch?
Findet ihr eine weitere einfache Nachbaraufgabe?

| | |
|-----------------------|-----------------------|
| $7 - 3 = _ _ _$ | $13 - 4 = _ _ _$ |
| $_ _ _ = _ _ _$ | $_ _ _ = _ _ _$ |
| $_ _ _ = _ _ _$ | $_ _ _ = _ _ _$ |
| $15 - 6 = _ _ _$ | $9 - 3 = _ _ _$ |
| $_ _ _ = _ _ _$ | $_ _ _ = _ _ _$ |
| $_ _ _ = _ _ _$ | $_ _ _ = _ _ _$ |

Abb. 14 Einfache Nachbaraufgaben der schwierigen Aufgaben finden und nutzen

Impulse

- Welche Aufgabengruppen gibt es? Kannst du einen der Summanden so abwandeln, dass es eine einfache Aufgabe wird?
- Wie kannst du das Ergebnis der schwierigen Aufgabe geschickt bestimmen? Warum?
- Findest du die Aufgabe (7-3 z. B.) in der 1-1-Tafel? Welche einfache Nachbaraufgabe siehst du? Wie kann dir das helfen?
- Lege die schwierige Aufgabe im Zwanzigerfeld. Wie kannst du die Aufgabe verändern, damit du nun eine einfache Aufgabe hast? Wie hilft dir das beim Rechnen

Beobachtungsmöglichkeiten

- Findet das Kind Nachbaraufgaben?
- Findet das Kind einfache Nachbaraufgaben?
- Finden die Kinder ggf. mehrere passende Nachbaraufgaben?
- Wie findet der Lernende Nachbaraufgaben (mit/ ohne Material)?
- Wie hat das Kind die Ergebnisse bestimmt?
- Ausgehend von der einfachen Aufgabe? Alles gerechnet?

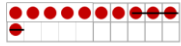
3 Immer gleich

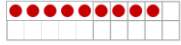
Ziel: Die Lernenden vertiefen das Wissen über Aufgabenbeziehungen, indem sie eine Aufgabe gleichsinnig zu einer einfachen Aufgabe verändern.

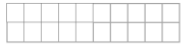
Hinweis: Das erste Beispiel kann vorab mit allen Kindern thematisiert werden. So kann verdeutlicht werden, dass es um gleichsinniges Verändern geht und der Pfeil an dem Zwanzigerfeld auf die Stelle deutet, die sich bei der neuen einfachen Aufgabe verändert.

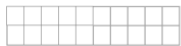
In dieser Diagnose- und Förderidee wird der Fokus stärker auf das flexible Rechnen durch gegensinniges Verändern gesetzt. In Aufgabenteil a) sollen die Lernenden eine schwierige Subtraktionsaufgabe in eine einfache Aufgabe verändern, wobei die Differenz gleichbleibt. Es müssen also Minuend und Subtrahend verändert werden. Dabei sollen die Kinder lernen, dass bei der Subtraktion – im Gegensatz zur Addition – gleichsinnig verändert wird. In Aufgabenteil b) sollen die Kinder selbst schwierige Aufgaben finden. Im Anschluss finden sie in Anlehnung an den ersten Aufgabenteil einfache Aufgaben. So erfahren die Lernenden, dass diese Strategie bei fast allen schwierigen Aufgaben funktioniert und üben diese zugleich. Bei vier schwierigen Aufgaben im kleinen 1-1 kommt man durch gleichsinniges Verändern um 1 nicht auf eine einfache Aufgabe. Es ist möglich, dass einige Kinder zufällig eine entsprechende Aufgabe in Aufgabenteil b) wählen. In diesem Fall könnten sie die Entdeckung machen, dass sich eine Subtraktionsaufgabe auch gleichsinnig um 2 verändern lässt.

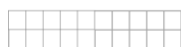
a) Immer gleich. Welche Zahlen fehlen?

$11 - 4 = 10 - \underline{\quad}$ 

$9 - 6 = 10 - \underline{\quad}$ 

$13 - 7 = \underline{\quad} - \underline{\quad}$ 

$17 - 9 = \underline{\quad} - \underline{\quad}$ 

$13 - 6 = \underline{\quad} - \underline{\quad}$ 

b) Notiere je eine schwierige Aufgabe.
Tauscht. Welche Aufgabe passt. Warum?

--- - --- = -----

--- - --- = -----

--- - --- = -----

--- - --- = -----

Abb. 15 immer gleich

Impulse

- Warum ergeben beide Aufgaben das Gleiche?
- Wie hast du das herausgefunden?
- Schau dir jeweils den Minuenden an. (Wie unterscheiden sich diese?)
- Schau dir den Subtrahenden an. Wie müsste sich dieser verändern, damit die Aufgaben das Gleiche ergeben?

Beobachtungsmöglichkeiten

- Wie ist das Kind bei der Bestimmung vorgegangen?
- Hat das Kind die Aufgabenbeziehung direkt zur Bestimmung des Unterschiedes genutzt? Hat das Kind hauptsächlich gerechnet?
- Erkennt das Kind die Aufgabenbeziehungen durch den Austausch mit dem Partnerkind oder im Dialog mit der Lehrkraft?
- Wie zeichnet das Kind den Unterschied ein?
- Wie begründet der Lernende, warum die Aufgaben das Gleiche ergeben?

Weiterführender Gesprächsanlass

Erneut sollen die Lernenden in dem weiterführenden Gesprächsanlass Aufgabenpaare finden. Es werden Aufgabenkarten präsentiert. Zusätzlich gibt es eine Tabelle mit den Spalten *einfache Aufgaben* und *schwierige Aufgaben*. Die Kinder sollen ein Aufgabenpaar finden und die beiden Aufgaben in die Tabelle einordnen. Dabei sollen sie kurz die Aufgabengruppe der einfachen Aufgabe nennen, damit erneut betont wird, dass diese Kategorien nicht subjektiv sind. Zudem gibt es auch einfache und schwierige Aufgaben, die keinen entsprechenden Partner haben. Hier sollen die Kinder selbst einen finden und in der benachbarten Spalte ergänzen.

| Einfache Aufgaben | Schwierige Aufgaben |
|-------------------|---------------------|
| | |
| | |
| | |

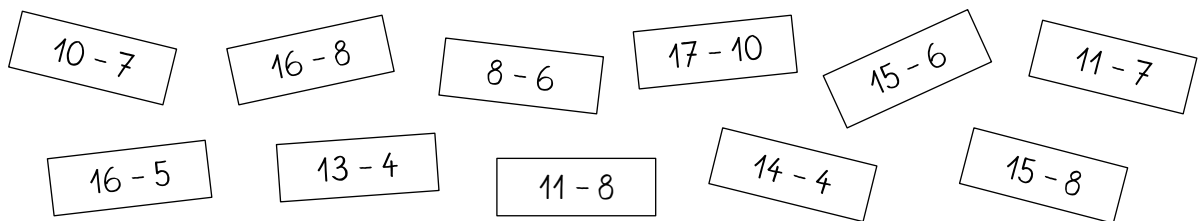


Abb. 16 Weiterführender Gesprächsanlass zu einfache (Nachbar)aufgaben in schwierigen Subtraktionsaufgaben erkennen

Wichtig ist, dass die Kinder ihre Entscheidungen begründen. Dabei nennt ein Kind das Aufgabenpaar und die Einordnung in die Tabelle. Ein weiteres Kind begründet, warum die schwierige Aufgabe einfach von der leichten Aufgabe abzuleiten ist und nennt das Ergebnis der schwierigen Aufgabe (z. B. „Die schwierige Aufgabe 11 – 7 kann ich mit der einfachen Aufgabe 10 – 7 leichter lösen. Der Minuend ist bei der schwierigen Subtraktionsaufgabe um eins größer, der Subtrahend bleibt gleich. Somit ist das Ergebnis der schwierigen Aufgabe ebenfalls um eins größer als 3 und somit gleich 4“).

Material

| Einführung | Arbeitsphase | | Weiterführender Gesprächsanlass |
|--|--|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> Aufgabenkarten mit Zwanzigerfeld (Kopiervorlage 3.1) | <ul style="list-style-type: none"> Einfache Aufgabenpäckchen finden und nutzen | <ul style="list-style-type: none"> Unterrichtsmaterial 3.1 | <ul style="list-style-type: none"> Aufgabenkarten und Tabelle mit Spalten (Kopiervorlage 3.2) 1–1-Tafel mit Markierungen (Kopiervorlage 1.2) |
| | <ul style="list-style-type: none"> Einfach Nachbaraufgaben der schwierigen Aufgaben finden und nutzen | <ul style="list-style-type: none"> Unterrichtsmaterial 3.2 | |
| | <ul style="list-style-type: none"> Immer gleich | <ul style="list-style-type: none"> Unterrichtsmaterial 3.3 | |

D Schwierige Subtraktionsaufgaben flexibel rechnen

Zuletzt stehen die schwierigen Aufgaben selbst im Fokus, aus welchen die Kinder verschiedene einfache Aufgaben selbständig und verständnisorientiert ableiten sollen. Dabei können nicht nur direkte Nachbargaufgaben genutzt werden. So werden die Strategien zum flexiblen Rechnen vertieft.

Einführung

Die Einführungs idee entspricht der vorherigen. Es unterscheiden sich lediglich die Aufgaben. Die einfachen Aufgaben sind hier nicht mehr die direkten Nachbargaufgaben. Stattdessen liegt der Unterschied der beiden Differenzen bei 2, bei der zweiten Aufgabe wird gegensinnig verändert.

Das erste abgebildete Aufgabenpaar wird den Kindern präsentiert. Die Kinder werden aufgefordert, nicht die Ergebnisse zu bestimmen, sondern zu entscheiden, welches die einfache Aufgabe ist. Dabei fragt die Lehrkraft stets nach einer Begründung: „Warum ist diese Aufgabe einfach?“. Das Ergebnis der einfachen Aufgabe wird bestimmt und die Lehrkraft stellt die Beziehung zu der anderen Aufgabe her: „Wie/warum kann man diese Aufgabe nutzen, um die schwierigere Aufgabe zu lösen, ohne neu zu rechnen?“ Die Kinder erläutern den Zusammenhang. Dabei sollen die Kinder das Zwanzigerfeld nutzen, indem sie erst die einfache Aufgabe legen und daraus die schwierige Aufgabe ableiten. Die Lernenden sollten die einfache Aufgabe $10 - 4$ nutzen, um die Aufgabe $12 - 4$ zu bestimmen. Dabei sollte ihnen auffallen, dass der Minuend bei der schwierigen Aufgabe um zwei größer ist, während der Subtrahend gleich bleibt. Daraus folgern sie, dass das Ergebnis der schwierigen Aufgabe um zwei größer ist. Genauso können die Kinder dies an dem Zwanzigerfeld erklären. Für die einfache Aufgabe $10 - 4$ legen sie zehn rote Plättchen. Davon werden vier Plättchen abgedeckt. Für die schwierige Aufgabe $12 - 4$ müssen noch zwei Plättchen dazu gelegt werden, weil 12 um 2 größer ist als 10. $12 - 4$ ergibt also 8. Anschließend wird das zweite Aufgabenpaar präsentiert. Das Vorgehen entspricht dem Vorherigen.

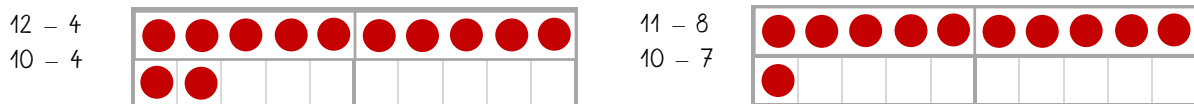


Abb. 17 Einführung schwierige Subtraktionsaufgaben flexibel rechnen

Arbeitsphase

Für die Arbeitsphase sind unterschiedliche Aufgaben vorgesehen.

1 Schöne Päckchen mit einfachen und schwierigen Aufgaben vergleichen

Ziel: Die Schülerinnen und Schüler nutzen Aufgabenbeziehungen, indem sie geschickt vorgehen und dies reflektieren.

In dieser Diagnose- und Förderidee stehen Schöne Päckchen im Vordergrund. Die Kinder sollen das erste Päckchen geschickt lösen. Im Idealfall finden und rechnen sie zuerst die bzw. eine der einfache(n) Aufgabe(n). Im Anschluss vergleichen die Lernenden die Päckchen in Tandems. Sie sollen über ihr Vorgehen reflektieren und sich über Gemeinsamkeiten und Unterschiede austauschen (z. B. „Bei unseren ersten Päckchen verkleinert sich jeweils der Minuend, während der Subtrahend gleichbleibt. Somit

wird auch das Ergebnis jeweils um eins kleiner“. „Bei der Bearbeitung habe ich mit der einfachen Aufgabe $10 - 4$ angefangen. Das Ergebnis der darüberliegenden Aufgaben ist eins größer, da der Minuend von unten betrachtet nun größer und wird“.

Hinweis: Für das Vergleichen der Schönen Päckchen ist es wichtig, dass die Tandems je unterschiedliche Päckchen ausgeteilt bekommen.

a) Löse die Päckchen.

| | |
|-----------------------|----------------------|
| $12 - 4 = \text{---}$ | $9 - 2 = \text{---}$ |
| $11 - 4 = \text{---}$ | $9 - 3 = \text{---}$ |
| $10 - 4 = \text{---}$ | $9 - 4 = \text{---}$ |
| $9 - 4 = \text{---}$ | $9 - 5 = \text{---}$ |

b) Wie bist du vorgegangen?


c)  Vergleiche eure Päckchen. Was fällt euch auf?

Abb. 18 Schöne Päckchen mit einfachen und schwierigen Aufgaben vergleichen

Impulse

- Wie könntest du vorgehen?
- Ist eine Aufgabe einfach?
- Was fällt dir auf?
- Wie verändern sich die Aufgaben in den Päckchen jeweils und wie das Ergebnis? Wie ist das bei dem Schönen Päckchen von deinem Partnerkind?


Beobachtungsmöglichkeiten

- Wie geht das Kind beim Lösen des Päckchens vor?
- Rechnet komplett, bestimmt geschickt; rechnet dabei die erste Aufgabe oder geht direkt von der leichten Aufgabe aus
- Was fällt den Kindern beim Vergleichen der Päckchen auf?

2 Schöne Päckchen fortsetzen und erstellen


Ziel: In dieser Diagnose- und Förderidee geht es um das Erkennen und Nutzen von Aufgabenbeziehungen ohne das Ergebnis zu bestimmen.

Erneut geht es um Schöne Päckchen. Zuerst sind Schöne Päckchen dargestellt, welche die Kinder vervollständigen sollen. Sie sollen lediglich das Ergebnis der einfachen Aufgabe notieren und kennzeichnen, wie sich das Ergebnis verändert. So nutzen sie bewusst die gelernte Strategie. Im Anschluss sollen die Schülerinnen und Schüler eigene Schöne Päckchen um eine einfache Aufgabe erstellen. Zuletzt tauschen die Kinder ihre eigenen Päckchen mit einem Partnerkind und bestimmen die Ergebnisse geschickt.

a)  Vervollständige die Aufgaben. Rechne nur die einfache(n) Aufgabe(n). Zeichne ein: wie unterscheiden sich die Ergebnisse?

| | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| $9 + 6$ | $\text{---} + \text{---}$ | $8 + 2$ |
| $\text{---} + 7$ | $15 + 3$ | $\text{---} + \text{---}$ |
| $11 + 8$ | $13 + 4$ | $\text{---} + \text{---}$ |
| $12 + \text{---}$ | $\text{---} + \text{---}$ | $\text{---} + \text{---}$ |
| $\text{---} + \text{---}$ | $9 + \text{---}$ | $\text{---} + 10$ |

b) Denke dir selber ein oder zwei schöne Päckchen aus.

c)  Tauscht und bestimmt die Ergebnisse geschickt.

| | |
|--|--|
| $\text{---} + \text{---} = \text{---}$ | $\text{---} + \text{---} = \text{---}$ |
| $\text{---} + \text{---} = \text{---}$ | $\text{---} + \text{---} = \text{---}$ |
| $\text{---} + \text{---} = \text{---}$ | $\text{---} + \text{---} = \text{---}$ |
| $\text{---} + \text{---} = \text{---}$ | $\text{---} + \text{---} = \text{---}$ |
| $\text{---} + \text{---} = \text{---}$ | $\text{---} + \text{---} = \text{---}$ |

Abb. 19 Schöne Päckchen fortsetzen und erstellen

Impulse

- Wie könntest du vorgehen? Schau dir erstmal die jeweils ersten Summanden der Aufgaben des Päckchens an. Was fällt dir auf?
- Welches ist/ sind die einfache(n) Aufgabe(n)?
- Wie verändert sich das Ergebnis von der einfachen zu den Aufgaben da drüber/ darunter?

Beobachtungsmöglichkeiten

- Welche Aufgaben findet das Kind?
- Nachbараufgaben, einfache Nachbараufgaben, mehrere passende Aufgaben?
- Wie findet der Lernende Nachbараufgaben (mit/ ohne Material)?

3 1–1-Tafel: Welche Aufgaben helfen?

Ziel: Die 1–1-Tafel wird als Hilfsmittel genutzt, um schnell und sicher mehrere einfache Aufgaben zu finden. So können die Schülerinnen und Schüler verschiedene Strategien zur Bestimmung der schwierigen Aufgabe nutzen. Sie können Aufgaben flexibel mit der 1–1-Tafel rechnen.

Eine schwierige Aufgabe ist markiert. Die Kinder sollen gemeinsam in Tandems überlegen, welche einfachen Aufgaben dabei helfen können, die schwierige Aufgabe zu lösen. Diese markieren die Schülerinnen und Schüler. Sie sollen sich ebenso über den Unterschied der markierten einfachen zur schwierigen Aufgabe austauschen. Bspw. könnte den Kindern auffallen, dass die Halbierungsaufgabe $12 - 6$ hilft. Ihnen sollte auffallen, dass sich der Minuend und der Subtrahend sich gleichsinnig um 1 verändern und das Ergebnis deshalb gleich bleibt und somit 6 ergibt.

In einer neuen 1–1-Tafel ist eine andere schwierige Aufgabe markiert (Wolke) sowie vier weitere Aufgaben, welche möglicherweise das Lösen erleichtern. Die Kinder sollen zu zweit entscheiden, welche Aufgaben tatsächlich helfen, welche nicht und warum. Hier können die Lernenden ggf. feststellen, dass die Aufgaben helfen können, welche in einer vertikalen (Ergebnis $+/-1$), horizontalen (Ergebnis $+/-1$), von links unten nach rechts oben diagonalen (Ergebnis $+/-1$) oder in einer von links oben nach rechts unten diagonalen (Ergebnis bleibt gleich) Line von der Ursprungsaufgabe liegen, helfen.

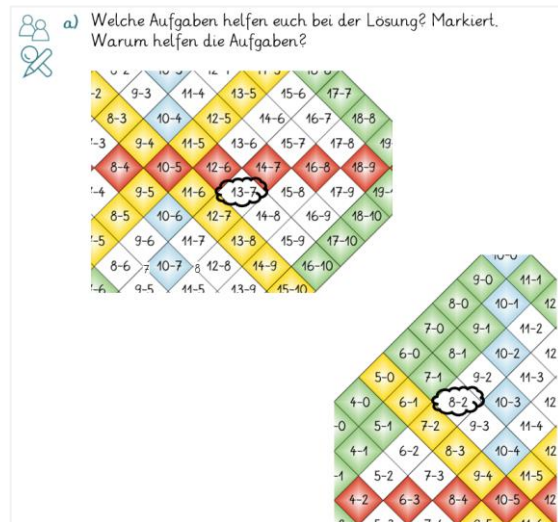


Abb. 20 1–1-Tafel: Welche Aufgaben helfen? (Teil a)

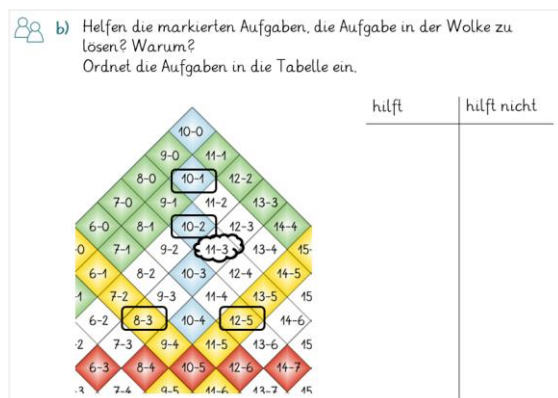


Abb. 21 1–1-Tafel: Welche Aufgaben helfen? (Teil b)

Impulse

- Welche einfachen Aufgaben gibt es? Kannst du einen der Summanden so abwandeln, dass es eine einfache Aufgabe wird?
- Wie kannst du das Ergebnis der schwierigen Aufgabe geschickt bestimmen? Warum?

Beobachtungsmöglichkeiten

- Welche Aufgaben findet das Kind?
- Nachbaraufgaben, einfache Nachbaraufgaben, mehrere passende Aufgaben?
- Wie findet der Lernende Nachbaraufgaben (mit/ ohne Material)?

Weiterführender Gesprächsanlass

Schöne Päckchen vorstellen: Die Kinder stellen ihre gefundenen operativen Aufgabenserien mit einfachen und schwierigen Aufgaben vor. Sie bestimmen die einfache Aufgabe und erläutern die Zusammenhänge. Hierbei können die Kinder auch nur die ersten zwei Aufgaben der Serie zeigen, so dass die anderen Kinder aufgefordert sind zu überlegen, wie die Folge weiter gehen wird. Alternativ könnten die Kinder die Serie zeigen und die Mitschülerinnen und -schüler bestimmen die einfache Aufgabe.

Schwierige Aufgaben einordnen und beschreiben: Den Kindern wird eine schwierige Aufgabe gezeigt – z. B. $17 - 9$. Die Lehrkraft fragt: „Welche einfache verwandte Aufgabe hilft mir, die Aufgabe $17 - 9$ zu bestimmen? Es gibt mehrere Möglichkeiten“ (z. B.: $18 - 9$, $17 - 10$, $16 - 8$). Die Kinder sollen kurz zu zweit überlegen. Ein Kind macht einen Vorschlag und das Partnerkind wird zeitgleich mit eingebunden, indem es den Vorschlag begründet. Die Lehrkraft achtet darauf, dass die Kinder begründen, warum diese Aufgabe passt, und erläutern, wie das Ergebnis von $17 - 9$ schnell bestimmt werden kann (z. B. „Bei den Aufgaben $17 - 9$ und $17 - 10$ unterscheidet sich nur der Subtrahend. Dieser ist bei der schwierigen Aufgabe um eins kleiner. Somit muss das Ergebnis der schwierigen Aufgabe um eins größer sein. So kann ich das Ergebnis schnell bestimmen. Ich weiß direkt, dass $17 - 10 = 7$ sind. Wenn das Ergebnis meiner schwierigen Aufgabe um eins größer sein muss, ergibt $17 - 9 = 8$ “). Um die Aufgabenbeziehungen weiter bewusst zu machen, soll aus den beiden vorherigen Aufgaben eine Serie gebildet werden. „Wenn aus diesen Aufgaben ein Schönes Päckchen werden soll, welche Aufgaben muss ich dann ergänzen?“. Die Kinder nennen die Aufgaben und erläutern ihre Entscheidungen. Weitere Fragen für die Reflexion: Welche unterschiedlichen Päckchen können entstehen? Was ändert sich, wenn zum Beispiel die $17 - 10$ nicht über, sondern unter die Aufgabe $17 - 9$ geschrieben wird?

Material

| Einführung | Arbeitsphase | | Weiterführender Gesprächsanlass |
|---|--|---|---------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> ▪ Aufgabenkarten (Kopiervorlage 4.1) ▪ Zwanzigerfeld (Kopiervorlage 3.1) | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Schöne Päckchen mit einfachen und schwierigen Aufgaben vergleichen | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Unterrichtsmaterial 4.1 | |
| | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Schöne Päckchen fortsetzen und erstellen | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Unterrichtsmaterial 4.2 | |
| | <ul style="list-style-type: none"> ▪ 1–1-Tafel: welche Aufgaben helfen? | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Unterrichtsmaterial 4.3 | |