

## Didaktischer Kommentar zu

# Ich kann Multiplikations-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt

## Baustein N4 A



Dieses Material wurde durch Christoph Selter, Susanne Prediger, Marcus Nührenbörger und Stephan Hußmann ursprünglich konzipiert und durch Daniela Götze und Nicole Seidel adaptiert. Es kann unter der Creative Commons Lizenz BY-NC-SA (Namensnennung – Nicht Kommerziell – Weitergabe unter gleichen Bedingungen) 4.0 International weiterverwendet werden.

### Zitierbar als

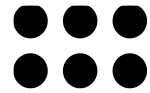
Selter, Christoph; Prediger, Susanne; Nührenbörger, Marcus; Hußmann, Stephan, Götze, Daniela & Seidel, Nicole (Hrsg.) (2022). Didaktischer Kommentar zu „Ich kann Multiplikations-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt.“ Mathe sicher können: Förderbausteine zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen. Open Educational Resources. Online frei zugänglich unter <https://maco.dzlm.de/node/80>.

### Projektherkunft

Dieses Fördermaterial ist ursprünglich entstanden im Rahmen von Mathe sicher können, einem Projekt des DZLM unter Förderung der Deutschen Telekom Stiftung. Es wurde für das Projekt Mathematik aufholen nach Corona adaptiert.

### Hinweis zu verwandtem Material

Weitere Materialien sind online unter [mathe-sicher-koennen.dzlm.de](https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de) verfügbar.



## N4 A Multiplikations-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt – Didaktischer Hintergrund

### Lerninhalt

Ein tragfähiges Operationsverständnis der Multiplikation ist von besonderer Bedeutung für das weitere Lernen in der Sekundarstufe. Einerseits stellt es die Grundlage für das Verstehen von Rechenwegen und -gesetzen dar. Andererseits wird es benötigt, um multiplikative Situationen als solche (auch im Alltag) erkennen und nutzen zu können. Studien zeigen jedoch auf, dass gerade schwächere Lernende kein ausreichendes Verständnis der Multiplikation besitzen (Bönig 1995). Stattdessen fokussieren sie sich auf das Auswendig-Wissen von Einmaleins-Aufgaben ohne zu hinterfragen, was Multiplikation überhaupt bedeutet.

In diesem Baustein geht es um den Erwerb der Kompetenz, multiplikative Strukturen in verschiedenen Darstellungen zu deuten und ineinander zu übersetzen. Im Vordergrund stehen dabei immer Begründungen der Lernenden zu der Frage „Warum passen Multiplikations-Aufgabe und Bild (bzw. Rechengeschichte) zusammen?“ Die Lernenden übersetzen zwischen Würfelbildern, lebenswirklichen Bildern, Punktefeldern, Rechengeschichten und Zahlenstrahl-Darstellungen. Dabei lernen sie, die multiplikative *Relation* zwischen Term und Bild abzugleichen (Das Bild passt zur Aufgabe  $3 \cdot 5$ , wenn ich drei Fünfer erkennen kann), anstatt sich auf *Einzelelemente* zu beschränken (Das Bild passt, wenn ich eine 3 und eine 5 sehen kann) oder ausschließlich auf das *Ergebnis* zu achten (Das Bild passt, wenn ich 15 erkennen kann) (Kuhnke 2013).

In Punktefeldern lässt sich das Kommutativgesetz und seine Allgemeingültigkeit erkennen. In gruppierten und linearen Darstellungen (z. B. Würfelbilder und Zahlenstrahlabbildungen) besitzen Multiplikator und Multiplikand hingegen grundsätzlich verschiedene Rollen. Diese zu verstehen, ist für das Verständnis der Multiplikation bedeutsam, weshalb die Bedeutung der einzelnen Faktoren durchgängig thematisiert und hinterfragt werden sollte.

**ACHTUNG:** Oftmals lernen die Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht der Grundschule, dass der erste Faktor die Rolle des Multiplikators (wie viele Gruppen?) und der zweite Faktor die Rolle des Multiplikanden (wie viele Elemente in jeder Gruppe?) besitzt. Insbesondere Lernende mit anderen Erstsprachen (z. B. türkisch) können ggf. an andere Konventionen gewöhnt sein. Solche Konventionen müssen erneut besprochen werden.





### Veranschaulichung und Material

#### Flächige Darstellungen und Punktefelder

Punktefelder sind die wichtigsten Darstellungen der Multiplikation, insbesondere durch ihre Nutzungsmöglichkeit für die Veranschaulichung von Rechengesetzen und für multiplikative Strukturen in anderen Zahlberei-

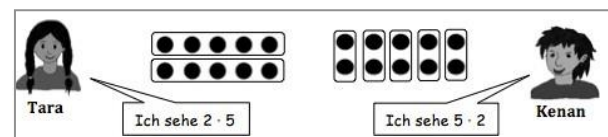
chen und der Algebra (Wittmann / Müller 1990, S. 110 - 116). Bei der Thematisierung von multiplikativen Deutungen in Punktefeldern ist zu erarbeiten, warum in einem rechteckigen Punktefeld eine Multiplikation gesehen werden kann. Ohne dieses Verständnis orientieren sich die Lernenden leicht ausschließlich daran, beim Punktefeld die Randpunkte zu zählen, um eine passende Aufgabe zu finden.

Welche Bilder passen zu der Aufgabe  $3 \cdot 4 = 12$ ? Kreuze an und erkläre.

	<input checked="" type="checkbox"/> Passt.	Begründung: weil drei Kreise nach unten und vier nach rechts gehen.
	<input type="checkbox"/> Passt nicht.	
	<input checked="" type="checkbox"/> Passt.	Begründung: weil drei Kreise hoch gehen und vier nach rechts.
	<input type="checkbox"/> Passt nicht.	

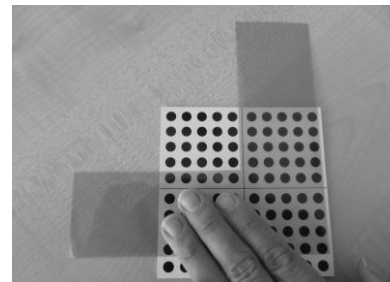
Deutung und Begründung von Darstellungen in der Diagnose zur Multiplikation

In Grundschulbüchern wird meist einheitlich die Konvention genutzt, dass die Anzahl der Zeilen durch den Multiplikator, die Anzahl der Spalten des Punktefeldes durch den Multiplikanden angegeben wird. Den Lernenden sollte verdeutlicht werden, dass es sich hierbei nur um eine Vereinbarung zur einheitlichen Kommunikation über die Punktefelder handelt, während grundsätzlich flexible Strukturierungen des Punktefeldes wünschenswert sind (vgl. Aufgabe 3.1).

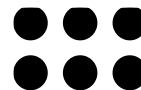


Mögliche multiplikative Strukturierungen von Punktefeldern

Um den Lernenden das Arbeiten mit Punktefeldern zu erleichtern, wird das Hunderterpunktefeld in Verbindung mit dem Malwinkel genutzt (vgl. Aufgabe 3.1 und 3.3).

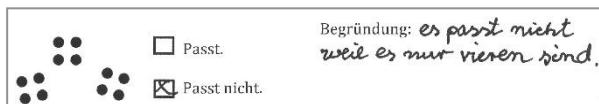


Das Hunderterpunktefeld mit Malwinkel



### Gruppierte Darstellung und Würfelbilder

Die Multiplikation in gruppierten Darstellungen zu erkennen, fällt einigen Lernenden besonders schwer, da nicht beide Faktoren als Objekte sichtbar sind, sondern der Multiplikator (1. Faktor) nur als Anzahl von Gruppen vorliegt (vgl. Abbildung: drei Vierergruppen).



Deutung und Begründung einer Darstellung in der Diagnose zur Multiplikation

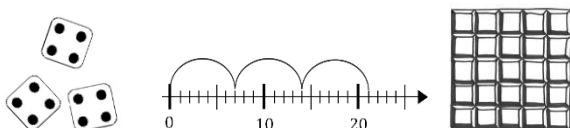
Gruppierte Darstellungen werden in der Fördereinheit 1 genutzt, um das grundlegende Verständnis der Multiplikation als Zusammenfassung gleichmächtiger Gruppen (bzw. rechnerisch als wiederholte Addition gleicher Summanden) zu erarbeiten. Dazu werden Würfelbilder verwendet. Aus der zeitlich-sukzessiven Handlung des Würfeln (*einmal vier, zweimal vier, dreimal vier* würfeln) wird das räumlich-simultane Würfelbild *drei Vierer* und der passende Term  $3 \cdot 4$  erstellt.

### Lineare Darstellung

Für die Erarbeitung linearer Vorstellungen zur Multiplikation wird in diesem Baustein der Zahlenstrahl genutzt, an welchem sich die Multiplikation als eine Reihe gleichgroßer Sprünge darstellen lässt (vgl. Wittmann / Müller 2012, S. 72 - 77; Schipper 2009, S. 148). Dieses Verständnis ist beispielsweise auch bei der Multiplikation von Dezimalzahlen bedeutsam. Für die Erarbeitung ist ein grundlegendes Verständnis des Zahlenstrahls Voraussetzung.

### Sachsituationen in Wort und Bild

Gerade bei Lernenden, deren Verständnis der Multiplikation bislang auf das Faktenwissen von Einmaleins-Aufgaben beschränkt war, ist es notwendig, einfache Umweltbezüge in Bildern (Fördereinheit 2) oder Rechengeschichten (Fördereinheit 4) mit Mal-Aufgaben in Beziehung zu setzen, um die Multiplikation für verschiedene Sachsituationen anwendbar zu machen. Die Fördereinheiten fordern Begründungen ein, weshalb ein Bild oder eine Rechengeschichte zu einer Multiplikation passt (bzw. sich mit dieser berechnen lässt).



Verschiedene Darstellungen von Multiplikations-Aufgaben – Würfelbild ( $3 \cdot 4$ ), Zahlenstrahl ( $3 \cdot 7$ ) und Sachsituation ( $5 \cdot 5$ )

### Aufbau der Förderung

Die Förderung besteht aus fünf Fördereinheiten und einer anschließenden Standortbestimmung:

- 1 Multiplikation und Würfelbilder
- 2 Multiplikation in der Umwelt
- 3 Multiplikation und Punktebilder
- 4 Multiplikation und Rechengeschichten
- 5 Multiplikation am Zahlenstrahl

Dieser Baustein beginnt in **Fördereinheit 1** mit der Erarbeitung eines Verständnisses von gruppierten Darstellungen und Würfelbildern. Durch ein Würfelspiel steht zunächst das zeitlich-sukzessive Herstellen von multiplikativen Strukturen im Vordergrund, das anschließend mit statischen Würfelbildern in Beziehung gesetzt wird.

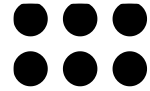
In **Fördereinheit 2** werden Darstellungswechsel zwischen bildlichen Darstellungen mit alltagsweltlichem Bezug und Termen erarbeitet. Bei der Arbeit mit Punktefeldern setzen sich die Lernenden in **Fördereinheit 3** mit Übersetzungsprozessen zwischen Multiplikations-Aufgaben und flächigen Darstellungen auseinander. Durch die Nutzung eines Hunderterpunktefeldes und eines Malwinkels vertiefen und automatisieren die Lernenden in dieser Fördereinheit das Finden eines passenden Punktebildes zum Term und andersrum.

In **Fördereinheit 4** erstellen die Lernenden eigene Rechengeschichten zu vorgegebenen Bildern oder Termen und bewerten, ob eine gegebene Rechengeschichte zu einer Multiplikationsaufgabe passt.

**Fördereinheit 5** erarbeitet anhand des Zahlenstrahls lineare Vorstellungen zur Multiplikation und vertieft diese durch verschiedene Übungsformate.

### Literatur

- Bönig, D. (1995): Multiplikation und Division. Empirische Untersuchung zum Operationsverständnis bei Grundschulern. Münster: Waxmann.
- Kuhnke, K. (2013): Vorgehensweisen von Grundschulkindern beim Darstellungswechsel: Eine Untersuchung am Beispiel der Multiplikation im 2. Schuljahr. Springer Spektrum: Wiesbaden.
- Schipper, W. (2009): Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen. Braunschweig: Westermann Schroedel.
- Wittmann, E. Ch. / Müller, G.N. (1990): Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1 – Vom Einspluseins zum Einmaleins. Stuttgart: Klett.
- Wittmann, E. / Müller, G.N. (2012): Das Zahlenbuch 2. Stuttgart: Klett.



## N4 A – Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung

Dauer: 20-30 Minuten

### Durchführung als Abschlussstandortbestimmung nach allen Fördereinheiten

#### Hinweise zur Durchführung:

Sollten während der Durchführung bei Aufgabe 1 oder 2 ungewöhnliche bzw. nicht verständliche Lösungen auftreten, werden die Lernenden gebeten, auf der Rückseite oder auf einem weißen Blatt Begründungen ihrer Terme zu formulieren bzw. auch ihre Strukturierungen in das Bild (insbesondere der Schokolade) zu zeichnen.

Bei Schwierigkeiten zum Begriff ‚Rechengeschichte‘ kann ein Verweis auf das Beispiel helfen: „Hier oben im Beispiel ist eine Rechengeschichte. Jetzt sollst du zu der Aufgabe  $6 \cdot 5$  eine eigene Rechengeschichte erfinden.“

Bei Abgabe des Blattes sollte die Lehrkraft kontrollieren, ob Aufgabe 4 verstanden wurde. Ggf. werden die Lernenden um eine weitere Bearbeitung auf der Rückseite oder auf einem weißen Blatt gebeten.

#### Kann ich Multiplikations-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt?

##### 1 Multiplikation und Würfelbilder

a) Schreibe zu dem Würfelbild eine passende Mal-Aufgabe auf.



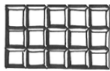
\_\_\_\_\_

b) Zeichne ein Würfelbild, das zur Aufgabe  $2 \cdot 6 = 12$  passt.



##### 2 Multiplikation in der Umwelt

Schreibe zu dem Schokoladen-Bild eine passende Mal-Aufgabe auf.

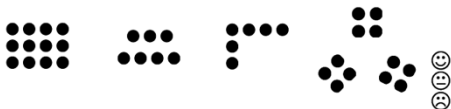


\_\_\_\_\_



##### 3 Multiplikation und Punktebilder

Welche Bilder passen zu der Aufgabe  $3 \cdot 4 = 12$ ? Kreise ein.



##### 4 Multiplikation und Rechengeschichten

Hier siehst du eine Rechengeschichte.

Rechengeschichte: *Tim packt 9 Bonbontüten.  
In jede Tüte packt er 10 Bonbons.*

Frage: *Wie viele Bonbons verpackt er insgesamt?*  
Mal-Aufgabe:  *$9 \cdot 10 = 90$*   
Antwort: *Tim verpackt insgesamt 90 Bonbons.*

Erfinde deine eigene Rechengeschichte zur Aufgabe  $6 \cdot 5$ .

Meine Rechengeschichte: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Frage: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Mal-Aufgabe: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

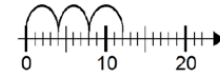
Antwort: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



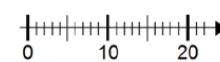
##### 5 Multiplikation am Zahlenstrahl

a) Schreibe zu dem Zahlenstrahl-Bild eine passende Mal-Aufgabe auf.



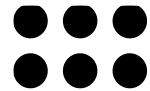
\_\_\_\_\_

b) Zeichne zu der Mal-Aufgabe ein passendes Bild in den Zahlenstrahl.



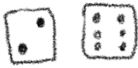

$3 \cdot 5$  \_\_\_\_\_



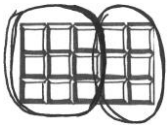


Hinweise zur Auswertung:





Diagnoseaufgabe 1: Multiplikation und Würfelbilder

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
a) 4 · 2 oder 2 · 4  2 · 2 · 2	Zwei Zweier werden verknüpft, um zwei Zahlen zu erhalten, die für die Bildung einer Aufgabe notwendig sind.  Alle sichtbaren Zahlen werden verwendet.	Multiplikation als Zusammenfassung gleichmächtiger Teilmengen (gruppierte Darstellungen) erarbeiten (1.1 - 1.3).
b)   	Die Lernenden übersetzen die einzelnen Symbole der Aufgabe in eine bildliche Darstellung anstelle der Struktur.  In Anlehnung an den Fehler ‚4·2‘ bei 1a) stellen die Lernenden den Faktor 6 durch zwei Dreier dar.	Oftmals übersetzen die Lernenden auf diese Weise trotz eines vorhandenen Verständnisses der Multiplikation: Darstellungswechsel thematisieren (1.1 - 1.3).

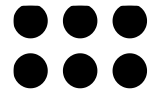
Diagnoseaufgabe 2: Multiplikation in der Umwelt

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
9 · 6 	Das Feld wird additiv zerlegt und die Summanden dann als Faktoren genutzt.	Nur wenn Verständnis der Multiplikation als Zusammenfassung gleichmächtiger Teilmengen gesichert ist (1.1 - 1.3), Darstellungswechsel der Multiplikation an lebensweltlichen Situationen erarbeiten (2.1).
z.B. 3 · 15 oder 5 · 5 · 5	Auf verschiedene Weisen werden Zahlen konstruiert und diese als Faktoren genutzt (Anzahl der Reihen und Gesamtzahl; Stücke pro Reihe)	

Diagnoseaufgabe 3: Multiplikation und Punktbilder

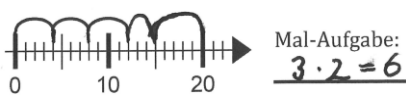


Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
1)  <input type="checkbox"/> Passt. <input checked="" type="checkbox"/> Passt nicht. Begründung: weil es zu wenig Kreise sind.	Falsche Lösung beruht auf einem Verzählen beim Bestimmen der Anzahl der Punkte.	Verständnis mdl. überprüfen. Multiplikation in flächigen Darstellungen thematisieren (3.1 - 3.3).
2)  Weil hier sieben Punkte gibt 3 Punkte oben und 4 Punkte unten.	Die einzelnen Faktoren werden als Anzahlen in dem Bild interpretiert, die multiplikative Struktur wird ignoriert.	Oftmals übersetzen die Lernenden auf diese Weise trotz eines vorhandenen Verständnisses der Multiplikation: Darstellungswechsel thematisieren (3.2).
3)  <input checked="" type="checkbox"/> Passt. <input type="checkbox"/> Passt nicht. Begründung: Dieses Bild passt weil da die gleiche Aufgabe ist wie oben.	Rechteckskonvention: Winkel eines Rechtecks wird mit Multiplikation identifiziert.	Multiplikation in flächigen Darstellungen (3.2) thematisieren und Begründungen für multiplikative Deutungen erarbeiten.
4)  <input type="checkbox"/> Passt. <input checked="" type="checkbox"/> Passt nicht.	Gruppierte Darstellungen sind nicht bekannt.	Verständnis gruppierter Darstellungen überprüfen und ggf. erarbeiten (1.1 - 1.3).

Diagnoseaufgabe 4: Multiplikation und Rechengeschichten

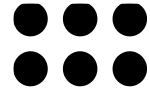


Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
<p>Ich habe 6 Bonbons und esse 5</p> $6 \cdot 5 = 30$	Geschichte passt zu einer anderen Operation (vorwiegend Subtraktion).	Wechselseitige Übersetzungen von multiplikativen Handlungen und Termen erarbeiten (4.1- 4.4).
<p>Anna hat keine Geburtstag Sie wird 5 Jahre alt. Sie hat 5 Freundinnen eingeladen.</p> $6 \cdot 5 = 30$	Geschichte lässt keine mathematische Operation zu.	
<p>Meine Rechengeschichte: In 3 Autos fahren immer 5 Leute. Frage: Wie viele fahren? Mal-Aufgabe: <math>3 \cdot 5 = 15</math> Antwort: 15 Leute fahren mit.</p>	Die Operation ist richtig, jedoch werden die Zahlen verändert.	Verständnis überprüfen. Meist kein Förderbedarf vorhanden, nicht selten Flüchtigkeitsfehler.

**Diagnoseaufgabe 5: Multiplikation am Zahlenstrahl**

Typische Fehler	Mögliche Ursache	Förderung
<p>a)</p>  <p>Mal-Aufgabe: <math>3 \cdot 2 = 6</math></p>	Nur die Anzahl der Bögen wird betrachtet, nicht die Länge. Oftmals werden Bögen bis zur 20 ergänzt.	Oftmals kein Verständnis des Zahlenstrahls vorhanden. Lineare Darstellungen der Multiplikation am Zahlenstrahl erarbeiten (5.1 - 5.3).
<p><math>5 \cdot 4 = 20</math></p>	Es werden Aufgaben zu den sichtbaren Zahlen 10 oder 20 konstruiert.	
 <p>Mal-Aufgabe: <math>4 \cdot 5 = 20</math></p>	Die fehlenden Bögen werden ergänzt und dann multiplikativ betrachtet.	Aufgabenverständnis mündlich überprüfen. Oftmals kein Förderbedarf.
<p>b)</p> 	Die Faktoren 3 und 5 werden einzeln übersetzt und bildlich dargestellt.	Oftmals kein Verständnis des Zahlenstrahls vorhanden. Lineare Darstellungen der Multiplikation am Zahlenstrahl erarbeiten (5.1 - 5.3).





# 1 Multiplikation und Würfelbilder

## 1.1 Erarbeiten (35 - 45 Minuten)

**Ziel:** Multiplikation als effizienten Rechenweg bei der Berechnung von Würfelpunkten verstehen; Zusammenhang zwischen Addition und Multiplikation erkennen und erklären

**Material:** a) 5 Würfel pro Kind, b), d) ggf. 10 Würfel pro Gruppe

**Umsetzung:** a) Spiel (GA), dann UG; b) EA; c) UG; d) EA

**Impuls:** Die beiden Wortspeicher zu Würfelbildern besprechen und ggf. Begriffe *Multiplikation* und *Mal-Aufgabe* als Synonyme thematisieren.

**Hintergrund:** Spiel mündlich erklären. Jedes Kind würfelt dreimal hintereinander. Nach dem 1. Wurf entscheidet es sich für eine Augenzahl, die es sammelt (i. d. R. eine Zahl, die im 1. Wurf oft vorkommt) und legt Würfel mit dieser Augenzahl beiseite. Beim 2. und beim 3. Wurf mit den restlichen Würfeln legt es jeweils weitere Würfel mit dieser Augenzahl beiseite. Am Ende zählen nur die Augen der Würfel mit gleicher Augenzahl. (Vereinfachte Form des Spiels *Kniffel*)

**Hilfestellung:** Begriffe der ersten zwei Spalten (Anzahl, Augenzahl) klären.

**Reflexion:** Rechnungen (Addition, Multiplikation) vergleichen lassen. Erklärungen einfordern: Wieso kannst du hier  $3 \cdot 5$  rechnen?

**Methode:** Aufgabe c) muss abgedeckt oder Aufgabe b) mündlich gestellt werden (z. B. mit 10 Würfeln auf dem Tisch).

**Impuls:** Welcher Rechenweg ist eurem am ähnlichsten? Wie findest du Jonas Rechenweg? Wieso kann Jonas so rechnen?

**Reflexion:** Rechenwege vergleichen. Rechne so wie Jonas.

a)

Würfelt eine möglichst hohe Punktzahl mit der gleichen Augenzahl. Tragt eure Spiele in die Tabelle ein.

Spiel	Spieler	Anzahl der Würfel mit gleicher Augenzahl	Augenzahl	Rechnung	Punkte insgesamt	Gewinner?
1.	Spieler 1					
	Spieler 2					
2.	Spieler 1					
	Spieler 2					
3.	Spieler 1					
	Spieler 2					
4.	Spieler 1					
	Spieler 2					
5.	Spieler 1					
	Spieler 2					

b)

Jonas holt sich 10 Würfel. Damit legt er nur Dreier.



Jonas

Wie viele Punkte sind das insgesamt?



c)

Emily, Kenan und Jonas haben die Punkte so bestimmt:

<p>Emily:</p> <p>15      15</p> <p><math>15 + 15 = 30</math></p>	<p>Kenan:</p> <p><u>10 Dreier</u></p> <p><math>3+3+3+3+3</math> <math>+3+3+3+3+3</math> <math>= 30</math></p> <p>Jonas:</p> <p><math>10 \cdot 3 = 30</math></p>
--	---



Beschreibe, wie die Kinder rechnen. Welche Unterschiede gibt es zwischen den Rechenwegen?

d)

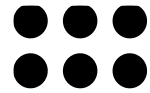
Jonas überlegt:



Jonas

Wenn ich mit zehn Würfeln Fünfer lege, wie viele Punkte wären das dann insgesamt?

Schreibe deinen Rechenweg auf.



**1.2 Erarbeiten (15 - 20 Minuten)**

**Ziel:** Beziehungen zwischen Addition und Multiplikation verstehen; Zwischen gruppierten Darstellungen und Termen wechseln und Darstellungswechsel erklären

**Material:** -

**Umsetzung:** a) UG, dann EA; b) EA, dann UG

Impuls: Wenn Beispiele genutzt werden: Warum klappt das *immer*?

Hintergrund: Rolle des Multiplikators und Multiplizierten klären. Woher weiß ich, wie viele Summanden die Plus-Aufgabe hat?

Impuls: Wie findest du die passende Mal-Aufgabe?  
 Typische Schwierigkeit: bei (1)  $6 \cdot 6 \cdot 6$  (sichtbare Einzelelemente verwendet). Besprochener Zusammenhang zwischen Addition und Multiplikation hilft bei der Klärung, dass  $6 \cdot 6 \cdot 6$  nicht passt.

a)

Ich kann zu jeder Mal-Aufgabe eine passende Plus-Aufgabe finden.



Mal-Aufgabe  
 $5 \cdot 3 = 15$

Plus-Aufgabe  
 $3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$

Wie findet man die passende Plus-Aufgabe zur Mal-Aufgabe?

b)

Wie viele Punkte sind es insgesamt?  
 Rechne mit einer Mal-Aufgabe und einer Plus-Aufgabe.



Mal-Aufgabe: \_\_\_\_\_

Plus-Aufgabe: \_\_\_\_\_

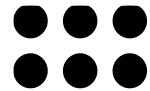


Mal-Aufgabe: \_\_\_\_\_

Plus-Aufgabe: \_\_\_\_\_

Warum passen diese Aufgaben zu den Bildern?





### 1.3 Üben (Aufgabengenerator)

**Ziel:** Erarbeitete Darstellungsvernetzung zwischen Bildern und Termen automatisieren

**Material:** 5 Würfel (ggf. auch 10 Würfel)

**Umsetzung:** a), b) Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund: Ist der Multiplikand größer als 6, lässt sich die Aufgabe mit Würfeln nicht darstellen. Dies wird von den Lernenden erkannt und kann thematisiert werden. Gleiches gilt für den Multiplikator je nach verwendeter Würfelanzahl.

Typische Schwierigkeit: Die einzelnen Faktoren werden dargestellt. Zum Term  $4 \cdot 5$  legen die Lernenden eine vier, eine fünf und teilweise sogar eine eins als Mal-Zeichen.

Weitere Aufgabe: Bei beiden Teilaufgaben auf zehn Würfel erweitern.

a)

Nehmt fünf Würfel und stellt euch gegenseitig Aufgaben.

Einer legt mehrere Würfel mit der gleichen Augenzahl.

Der andere nennt die passende Mal-Aufgabe und das Ergebnis.



Ich sehe 2 Vierer, also 2 mal 4 gleich 8 Punkte insgesamt.



Wechselt euch ab.

b)

Nehmt fünf Würfel und stellt euch gegenseitig Aufgaben.

Einer nennt eine Mal-Aufgabe.

Der andere legt das passende Würfelbild und nennt das Ergebnis.



4 mal 5



Ich sehe 4 Fünfer, also 4 mal 5 gleich 20 Punkte insgesamt.



Wechselt euch ab.

### 1.4 Üben (Aufgabengenerator)

**Ziel:** Erarbeitete Darstellungsvernetzung zwischen Bildern, Termen und Gruppensprache automatisieren

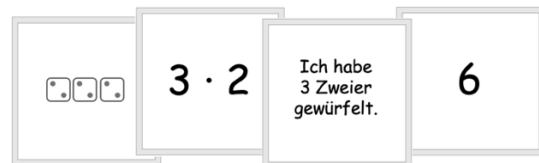
**Material:** Malquartett Würfelbilder

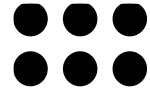
**Umsetzung:** Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund: Gruppierte Darstellungen der Multiplikation werden als räumlich-simultane Würfelbilder *drei Zweier* und dem passenden Term  $3 \cdot 2$  dargestellt. Ist der Multiplikand größer als 6, lässt sich die Aufgabe mit Würfeln nicht darstellen. Dies wird von den Lernenden erkannt und kann thematisiert werden.

Typische Schwierigkeit: Die Rollen von Multiplikator und Multiplikand werden vertauscht und nicht einheitlich gedeutet. Die Multiplikation in gruppierten Darstellungen zu erkennen, fällt einigen Lernenden besonders schwer, da nicht beide Faktoren als Objekte sichtbar sind, sondern der Multiplikator (1. Faktor) nur als Anzahl von Gruppen vorliegt.

Methode: Unterschiedliche Spielsituationen sind möglich, z. B. erhält jedes Kind einen Term zu dem es alle passenden Karten finden muss. Die Karten können auf unterschiedlich farbigem Papier gedruckt werden, sodass die verschiedenen Darstellungsformen bei verdeckten Karten voneinander unterschieden werden können und so das Suchen der passenden Karten vereinfacht.





## 2 Multiplikation in der Umwelt

### 2.1 Erarbeiten (20 - 30 Minuten)

**Ziel:** Zwischen Multiplikation in lebensweltlichen Bildern und Termen wechseln und Darstellungswechsel erklären

**Material:** -

**Umsetzung:** a) UG; b) EA, dann UG; c) EA; d) EA, dann UG

Impuls: Wie wärest du vorgegangen? Wie hättest du noch rechnen können?

Weitere Aufgabe: Schaut euch im Klassenraum (in der Schule o. Ä.) um. Findet ihr Gegenstände, zu denen ihr auch eine passende Mal-Aufgabe finden könnt?

a)  
Wie viele Eier sind im Karton?



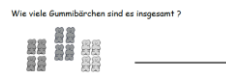
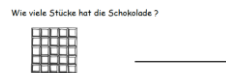
Erkläre, was Tara meint.

Impuls: Unterschiede und Gemeinsamkeiten zwischen Aufgabe (2) und (3) klären, die trotz Termgleichheit bestehen.

Impuls: Räumliche Vorstellung einer Multiplikation im Rechteckfeld thematisieren, wenn Lernende diese bei der Erklärung nutzen („Ich habe geguckt, wie viele nach unten und wie viele nach rechts gehen.“).

Impuls: Unterschied zwischen Rechteck und Winkel klären. Wie kann ich herausfinden, wie viele Puzzleteile jetzt schon liegen? Wieso rechne ich *jetzt* plus und für das *fertige* Puzzle mal?

b)  
Finde passende Mal-Aufgaben zu den Bildern. Rechne sie aus.



Begründe, warum die Aufgaben zu den Bildern passen.

Methode: Bilder auf Blätter zeichnen lassen. Diese an der Tafel / in der Tischmitte sortieren und den Termen aus (1), (2), (3) zuordnen lassen. Welche Bilder passen zur Aufgaben  $3 \cdot 8$ ?

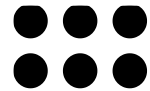
c)  
Zeichne passende Bilder zu den Aufgaben.



d)  
Denke dir eine Mal-Aufgabe aus. Zeichne dazu ein passendes Bild.  
Mal-Aufgabe: \_\_\_\_\_



Begründe, warum dein Bild zu deiner Aufgabe passt.



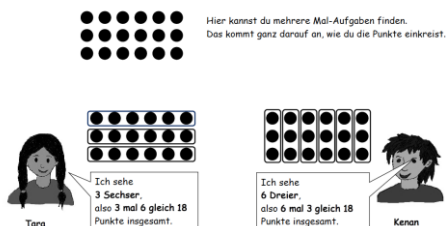
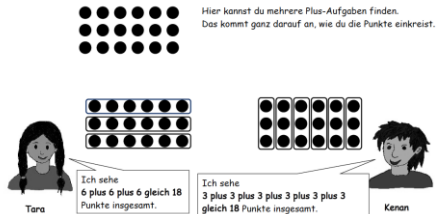

### 3 Multiplikation und Punktebilder

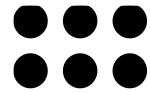
#### 3.1 Erarbeiten und Üben (20 - 30 Minuten zzgl. Aufgabengeneratoren)

**Ziel:** Flächige Vorstellung der Multiplikation entwickeln; Punktefelder flexibel deuten

**Material:** Malquartett, Hunderter-Punktefeld, kleiner Malwinkel

**Umsetzung:** a), Malquartett, b) PA oder GA, dann UG; c) Aufgabengenerator (PA)

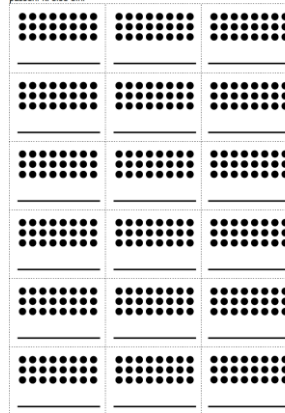
<p><b>Impuls:</b> Rechteckskonventionen besprechen. Wieso passt zu Kenans Bild die Aufgabe 6 mal 3?</p> <p><b>Impuls:</b> Kommutativität thematisieren. <math>3 \cdot 6</math> und <math>6 \cdot 3</math> sind Tauschaufgaben. Kannst du zu jedem Punktebild zwei Tauschaufgaben finden?</p> <p><b>Weitere Aufgabe:</b> Findest du alle Mal-Aufgaben zu dem Bild? Wieso sind das alle?</p>	<p>a)</p> 
<p><b>Impuls:</b> Wie unterscheiden sich die Bilder zu <math>6 + 6 + 6</math> und <math>3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3</math>? Kannst du zu jedem Punktebild mehrere Plus-Aufgaben finden?</p> <p><b>Weitere Aufgabe:</b> Findest du alle Plus-Aufgaben zu dem Bild? Wieso sind das alle?</p>	
<p><b>Hintergrund:</b> In Punktefeldern lässt sich das Kommutativgesetz und seine Allgemeingültigkeit erkennen.</p> <p><b>Typische Schwierigkeit:</b> Beschränkung auf Einzelelemente (Das Bild passt, wenn ich eine 3 und eine 2 sehen kann) oder ausschließlich auf das Ergebnis, anstatt die multiplikative Relation zwischen Term und Bild abzugleichen (Das Bild passt zur Aufgabe <math>3 \cdot 2</math>, wenn ich drei Zweier erkennen kann).</p> <p><b>Methode:</b> Unterschiedliche Spielsituationen sind möglich, z. B. erhält jedes Kind einen Term zu dem es alle passenden Karten finden muss. Die Karten können auf unterschiedlich farbigem Papier gedruckt werden, sodass die verschiedenen Darstellungsformen bei verdeckten Karten voneinander unterschieden werden können und so das Suchen der passenden Karten vereinfacht.</p>	<p>Malquartett Punktebilder</p> 



Weitere Aufgabe: Wie viele Mal-Aufgaben gibt es? Wieso sind das alle? Wie viele Plus-Aufgaben gibt es?

b)

Schreibe verschiedene Plus- und Mal-Aufgaben, die zu dem Bild passen. Kreise ein.



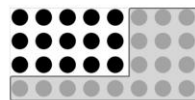
Habt ihr alle gefunden? Sortiert gemeinsam.

Hintergrund: Einführung des Hunderterpunktfeldes: Klären, dass Punktfeld Fünfer-Struktur besitzt, damit die Punkte nicht abgezählt werden müssen.

Reflexion: Die notierten Aufgaben können sortiert werden. Welche Mal-Aufgaben und Plus-Aufgaben gehören zusammen? Zu welchen Plus-Aufgaben gibt es keine Mal-Aufgaben?

c)

Legt zuerst ein Punktebild mit dem Malwinkel auf dem Hunderterfeld. Sucht dann gemeinsam möglichst viele passende Aufgaben. Wechselt euch ab.



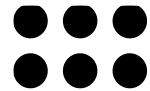
Emily

Ich sehe 3 Fünfer, also die Aufgabe 3 mal 5.



Jonas

Ich sehe 5 plus 5 plus 5.



**3.2 Erarbeiten (15 - 20 Minuten)**

**Ziel:** Zwischen Multiplikation in Punktfeld und Termen wechseln und Darstellungswechsel erklären

**Material:** Hunderter-Punktfeld, Malwinkel

**Umsetzung:** Jeweils EA oder PA, dann UG

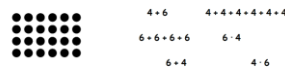
Impuls: Feld mit Hunderter-Punktfeld und Malwinkel nachlegen. Kreise so ein, dass man die Aufgabe in dem Punktebild gut sehen kann.

Zu beachten: Die Lernenden sollten nicht nur über das Ergebnis argumentieren („Die Aufgabe passt, weil das Ergebnis 24 ist.“), sondern es sollte auch die Struktur der Terme thematisiert werden, wie im Bild  $4 \cdot 6$  gesehen werden kann.

Typische Schwierigkeit: Lernende akzeptieren auch das 1. oder 3. Bild und begründen ihren Standpunkt mit dem Vorkommen der 3 und der 5 in Bild und Term. In diesem Fall kann der Verweis auf die Aufgabenstellung helfen „... um herauszufinden, wie viele Punkte das Bild hat.“

a)

Welche Aufgaben passen zu dem Punktebild?  
Kreise die passenden Aufgaben ein.



Begründe, warum die Aufgaben passen, die du eingekreist hast.  
Warum passen die anderen nicht?

Bei welchen Punktebildern kannst du  $3 \cdot 5 = 15$  rechnen, um herauszufinden, wie viele Punkte das Bild hat?  
Kreise ein.



Begründe, warum die Punktebilder passen, die du eingekreist hast.  
Warum passen die anderen nicht?

Weitere Aufgabe: Zeichne auch ein Bild, das nicht zu der Aufgabe  $2 \cdot 6$  passt, aber in dem die Zahlen 2 und 6 vorkommen. Tauscht eure Bilder aus und findet heraus, welche Bilder zu  $2 \cdot 6$  passen und welche nicht.

b)

Zeichne verschiedene Bilder, die zu der Aufgabe  $2 \cdot 6$  passen.



Begründe, warum deine Bilder zu der Aufgabe passen.

**3.3 Üben (Aufgabengenerator)**

**Ziel:** Erarbeitete Übersetzungsprozesse automatisieren; Punktfelder operativ verändern – Beziehungen zwischen Mal-Aufgaben erkennen

**Material:** Hunderter-Punktfeld, kleiner Malwinkel

**Umsetzung:** Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund: Diese Aufgabe kann bei der halbschriftlichen Multiplikation wieder aufgegriffen werden. Sie bereitet die Verwendung von Hilfsaufgaben vor.

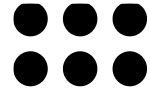
Weitere Aufgabe: Festen Startpunkt vorgeben (z. B.  $5 \cdot 5$ ,  $10 \cdot 10$ ). Welche Aufgaben kannst du mit einmaligem Verschieben erreichen?

1. Ein Kind legt ein Punktebild mit dem Malwinkel und dem Hunderterfeld.

2. Das andere Kind nennt die Mal-Aufgabe und das Ergebnis.

3. Verschiebt das Malwinkel um eine Reihe nach oben/unten oder zur Seite.

4. Überlegt gemeinsam: Wie hat sich die Gesamtanzahl der Punkte durch das Verschieben verändert? Erklärt das mit dem Punktebild.



## 4 Multiplikation und Rechengeschichten

### 4.1- 4.3 Erarbeiten (30 - 45 Minuten)

**Ziel:** Zwischen Rechengeschichten, lebenswirklichen Bildern und Termen wechseln und Darstellungswechsel erklären

**Material:** Hunderter-Punktfeld, kleiner Malwinkel

**Umsetzung:** 4.1, 4.2 EA oder PA, dann jeweils UG; 4.3 EA, dann PA oder GA, dann UG

**Reflexion:** Bei der Reflexion der Rechengeschichten kann eine von der Lehrkraft erstellte, nicht passende Geschichte unter die anderen gemischt werden. Die muss von den Lernenden gefunden werden, sodass die Aufmerksamkeit beim Überprüfen der Geschichten erhalten bleibt.

#### 4.1

Zeichne zur Rechengeschichte ein passendes Bild.  
 Schreibe dann die passende Mal-Aufgabe dazu.

- a) **Rechengeschichte:** Eine Schokoladentafel hat 6 Riegel.  
 In jedem Riegel sind 4 Stücke.

**Frage:** Wie viele Stücke sind es insgesamt?



Mal-Aufgabe:

\_\_\_\_\_

- b) **Rechengeschichte:** Moritz packt 4 Bonbontüten.  
 In jede Tüte packt er 10 Bonbons.

**Frage:** Wie viele Bonbons verpackt er insgesamt?



Mal-Aufgabe:

\_\_\_\_\_

#### 4.2 a)

Schreibe zum Bild eine passende Mal-Aufgabe.  
 Schreibe auch eine passende Rechengeschichte und Frage auf.



Mal-Aufgabe:

\_\_\_\_\_

**Rechengeschichte:**

\_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

**Frage:**

\_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

#### b)

Schreibe zum Bild eine passende Mal-Aufgabe.  
 Schreibe auch eine passende Rechengeschichte und Frage auf.



Mal-Aufgabe:

\_\_\_\_\_

**Rechengeschichte:**

\_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

**Frage:**

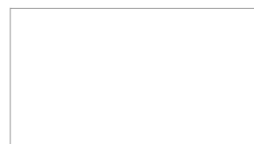
\_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

**Hilfestellung:** Der Kontext *Geld* hilft den Lernenden aufgrund seiner Nähe zum Alltag der Lernenden, wenn sie keine Ideen zur Anfertigung einer eigenen Geschichte haben.

Weitere Aufgabe: Zeichne auch ein Bild oder erfinde eine Geschichte, das bzw. die nicht zur Aufgabe  $3 \cdot 7$  passt, in dem/r aber die Zahlen 3 und 7 vorkommen. Dann in UG nach passenden und nichtpassenden Geschichten sortieren lassen.

#### 4.3

Male zu der Aufgabe  $3 \cdot 7$  ein passendes Bild.  
 Schreibe auch eine passende Rechengeschichte und Frage auf.



Mal-Aufgabe:

$3 \cdot 7 = 21$

**Rechengeschichte:**

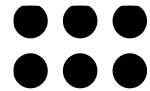
\_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

**Frage:**

\_\_\_\_\_

Tauscht eure Rechengeschichten gegenseitig aus.  
 Welche Rechengeschichten passen gut zu der Aufgabe?





**4.4 Erarbeiten (20 - 25 Minuten)**

**Ziel:** Rechengeschichten überprüfen und einschätzen

**Material:** -

**Umsetzung:** a) EA oder PA; b) EA, dann GA, dann UG

Impuls: Wie heißen die passenden Aufgaben zu Ricos Geschichten?

Zu beachten: Aufgabe b) nicht direkt gemeinsam reflektieren, da unbekannte Rechengeschichten in GA/UG noch benötigt werden.

Reflexion: Erfundene Rechengeschichten der Lernenden in Beziehung zueinander setzen: Was ist bei den Geschichten gleich und was ist verschieden?

a)

Zu der Aufgabe  $6 \cdot 5$  hat Rico zwei Rechengeschichten erfunden.

Ich habe 6 Bonbons  
und esse 5.

Jana kauft 6 Äpfel  
und 5 Bananen.

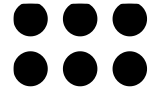
☞ Passen Ricos Rechengeschichten zu der Aufgabe  $6 \cdot 5$ ?  
Begründe deine Entscheidung.

b)

b) Erfinde eine eigene Rechengeschichte, die zu der  
Mal-Aufgabe  $6 \cdot 5$  passt.

c) Erfinde eine eigene Rechengeschichte mit den Zahlen 6 und 5,  
die nicht zu der Mal-Aufgabe  $6 \cdot 5$  passt.

☞ Tauscht eure Rechengeschichten miteinander.  
Erkennt ihr, welche Rechengeschichten zur Aufgabe  $6 \cdot 5$  passen und welche nicht?



## 5 Multiplikation am Zahlenstrahl

### 5.1 Erarbeiten (5 - 10 Minuten)

**Ziel:** Multiplikation in linearen und gruppierten Darstellungen erkennen und aufeinander beziehen

**Material:** -

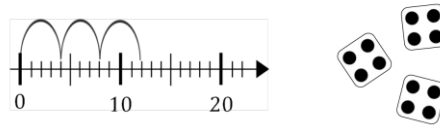
**Umsetzung:** UG

Voraussetzung: Verständnis des Zahlenstrahls (ggf. mit Wortspeicher erarbeiten).

Zu beachten: Lernende sollten nicht nur das Gesamtergebnis 12 oder die Einzelemente 4, sondern ebenfalls die Relationen in den Bildern in den Blick nehmen: Beide Bilder zeigen drei Vierer.

Impuls: Unterschiedliche Rollen der 3 als Multiplikator und der 4 als Multiplikand thematisieren (3 Vierersprünge, 3 Vierer).

Erkläre, warum beide Bilder die Aufgabe  $3 \cdot 4$  zeigen.



### 5.2- 5.3 Üben (10 - 20 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)

**Ziel:** Zwischen linearen Darstellungen und Termen wechseln und Darstellungswechsel erklären

**Material:** Zahlenstrahlkarten, Folienstifte

**Umsetzung:** 5.2 EA, dann UG; 5.3 a) EA; b) Aufgabengenerator (PA)

Impuls: Rolle von Multiplikand und Multiplikator klären, ggf. Verweis auf Aufgabe 5.1. Kontrastierend kann die Tauschaufgabe mit einer anderen Farbe eingezeichnet und verglichen werden. Nur das Ergebnis bleibt gleich, die Rollen von Multiplikand und Multiplikator tauschen.

#### 5.2

Schreibe die passende Mal-Aufgabe auf und rechne aus.

Mal-Aufgabe \_\_\_\_\_

Mal-Aufgabe \_\_\_\_\_

Mal-Aufgabe \_\_\_\_\_

Zeichne und schreibe eine eigene Mal-Aufgabe.

Mal-Aufgabe \_\_\_\_\_

Erkläre, warum die Mal-Aufgabe zum Zahlenstrahl passt.

Reflexion: Bilder der Lernenden anschließend vergleichen. Auch hier ggf. die Rollen der Faktoren bei Tauschaufgaben klären.

#### 5.3 a)

Zeichne in diesem Zahlenstrahl passende Sprünge zur Aufgabe  $4 \cdot 10$ .

Zeichne in diesem Zahlenstrahl passende Sprünge zur Aufgabe  $5 \cdot 8$ .

Zeichne in diesem Zahlenstrahl passende Sprünge zur Aufgabe  $10 \cdot 4$ .

Zeichne in diesem Zahlenstrahl passende Sprünge zur Aufgabe  $8 \cdot 5$ .

Weitere Aufgabe: Diese Aufgabe kann auch umgedreht werden (ähnlich Aufgabe 5.2). Der eine zeichnet ein Bild. Der andere nennt die passende Mal-Aufgabe.

Weitere Aufgabe: Zeichnet ein Bild in den Zahlenstrahl, das zu einer Mal-Aufgabe mit dem Ergebnis 20 passt. Wie viele verschiedene Bilder findet ihr?

#### 5.3 b)

Nehmt euch die Zahlenstrahl-Karten. Einer nennt eine Mal-Aufgabe. Der andere zeichnet (mit dem Folienstift) passende Sprünge auf den Zahlenstrahl.



Wechselt euch ab.