

# Didaktischer Kommentar zum Unterrichtsmaterial **Stellenwerte üben am Zahlenstrahl/-strich (Zahlen bis 10 000)**

Nadine da Costa Silva & Katrin Rolka

Mai 2023



Dieses Material wurde durch Nadine da Costa Silva und Katrin Rolka konzipiert. Es kann unter der Creative Commons Lizenz BY-SA (Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen) 4.0 International

**Zitierbar als**

da Costa Silva, N. & Rolka, K. (2023). Didaktischer Kommentar zum Unterrichtsmaterial. Stellenwerte üben am Zahlenstrahl/-strich (Zahlen bis 10 000). Open Educational Resources. Online frei zugreifbar unter <https://maco.dzlm.de/node/54>

**Projektherkunft**

Dieser Förderbaustein wurde für das Projekt Mathematik aufholen nach Corona aufbereitet und wird auch im Projekt QuaMath weiter genutzt (beide Projekte gemeinsam von den Ländern finanziert).

**Hinweis zu  
verwandtem Material**

Weitere Materialien sind auf der gleichen Webseite wie das Material selbst zu finden.

# Stellenwerte üben am Zahlenstrahl/-strich

## – Hintergründe zum Unterrichtsmaterial

Zur Veranschaulichung der linearen Anordnung der Zahlen gilt der Zahlenstrahl (Abb. 1) als ein wichtiges Anschauungsmittel im Mathematikunterricht der Grundschule (z. B. Scherer & Moser Opitz 2010). Mit Hilfe des Zahlenstrahls können die zentrale Idee der Zahlenreihe und damit die Ordnung von Zahlen ihrer Größe nach (ordinale Zahlvorstellung) thematisiert werden (z. B. Freesemann 2014; Schipper 2009). Neben den in Abbildung 1 dargestellten Zahlenstrahlen (Hunderterstrahl und Tausenderstrahl) können durch einen Zahlenstrahl insbesondere auch weitere, prinzipiell beliebig große Zahlenräume dargestellt werden, beispielsweise durch einen Millionenstrahl der Zahlenraum von 1 bis 1 000 000. Damit kann am Zahlenstrahl die Unendlichkeit der natürlichen Zahlen gut verdeutlicht werden, da immer „1 weitergegangen“ werden kann. Darüber hinaus können Vorgänger und Nachfolger einer Zahl, aber auch weitere Nachbarzahlen (z. B. Nachbarzehner oder Nachbarhunderter) am Zahlenstrahl gut veranschaulicht werden (Schipper 2009).

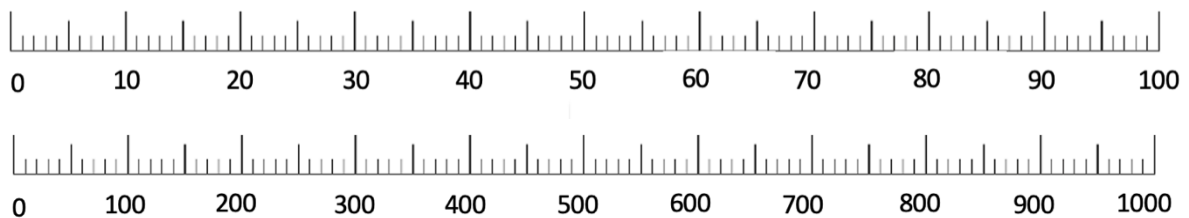


Abb. 1: Hunderterstrahl und Tausenderstrahl als Beispiele für Zahlenstrahle

Für die Interpretation eines Zahlenstrahls und das Eintragen von Zahlen ist die Deutung der Markierungsstriche und Zwischenräume wesentlich. Die von der Länge und Unterteilung identischen Zahlenstrahle in Abbildung 1 enthalten jeweils 100 Abstände (bzw. 101 Striche), allerdings verdeutlichen die Abstände zwischen zwei Strichen am oberen Zahlenstrahl jeweils 1, am unteren Zahlenstrahl jedoch 10 (vgl. Krauthausen 2018; Scherer & Moser Opitz 2010). Häufig werden für die langen Markierungsstriche Stufenzahlen, also Zehnerpotenzen, verwendet wie z. B. 1, 10 oder 100. Es kann aber jeder beliebige Abstand gewählt werden. Beispielsweise können Zwanzigerschritte genutzt werden, um wie in Abbildung 2 (Zahlenstrahl oben) mit einem Zahlenstrahl den Zahlenraum von 0 bis 200 abzubilden. Darüber hinaus muss ein Zahlenstrahl weder bei Null beginnen (vgl. Abb. 2, Mitte) noch müssen alle (langen) Markierungsstriche beschriftet sein (vgl. Abb. 2, unten). Hierdurch kann das flexible Denken und das Verständnis für das Stellenwertsystem gefördert werden.

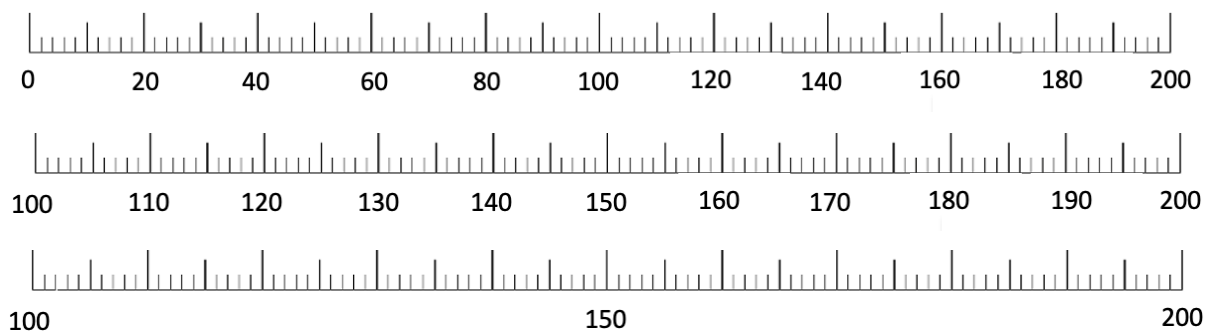


Abb. 2: Weitere Beispiele für Zahlenstrahle

Der Zahlenstrahl stellt durchaus ein abstraktes Modell dar, das verschiedene Herausforderungen für Schüler:innen beinhaltet (s. u. mögliche Schwierigkeiten). Wie alle Anschauungsmittel soll auch der Zahlenstrahl zwar eine Lernunterstützung sein, aber zunächst ist er Lerninhalt, weil die zugrunde liegenden Strukturen nicht selbsterklärend sind, sondern von den Schüler:innen erst erlernt werden müssen. Insbesondere sollten die Schüler:innen vor der Nutzung des Zahlenstrahls bereits eine erste Vorstellung davon haben, welche Zahlen in der Zahlenreihe früher oder später auftauchen beziehungsweise eine erste Vorstellung davon, was „mehr als“ oder „weniger als“ bedeutet (Primakom o. D.). Der Zahlenstrahl bietet vielfältige Chancen, das Stellenwertverständnis der Schüler:innen zu vertiefen, insbesondere weil dieser auch in größeren Zahlenräumen genutzt werden kann und dort zentrale Strukturen des Dezimalsystems gut erfahren werden können (z. B. Freeseemann 2014). Mit Blick auf die Betrachtung einzelner Stellenwerte können diese beispielsweise am Zahlenstrahl gut visualisiert werden, indem Zahlen betrachtet werden, bei denen einzelne Stellenwerte beibehalten und andere gezielt variiert werden. So ist gut ersichtlich, dass beispielsweise die Zahlen 6, 16, 26, 36 usw. oder die Zahlen 90, 190, 290, 390 usw. in dem entsprechenden Abschnitt in dem jeweiligen Zahlenstrahl immer an der gleichen Stelle positioniert sind (Abb. 3).

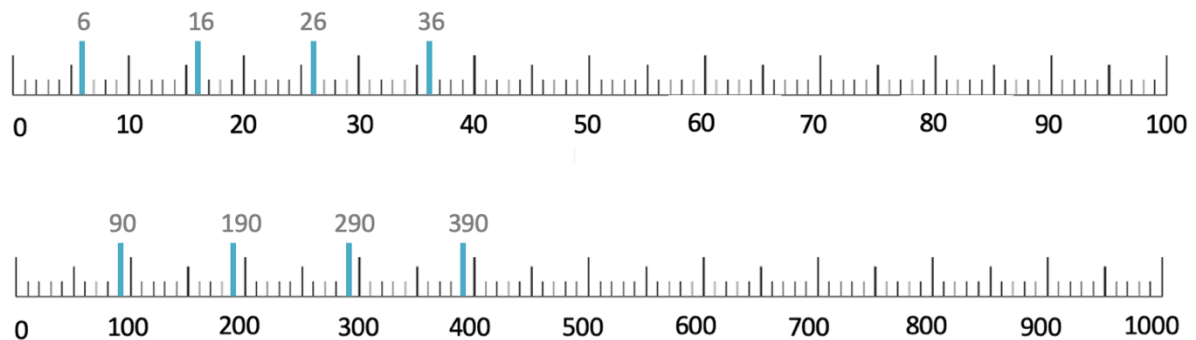


Abb. 3: Vergleich der Positionen unterschiedlicher Zahlen an Zahlenstrahlen

Neben der Tatsache, dass der Zahlenstrahl sich leicht auf größere Zahlenräume übertragen lässt, kann er auch – anders als viele andere Arbeits- und Anschauungsmittel (wie z. B. das Dienes Material) – in späteren Schuljahren bei Zahlbereichserweiterungen genutzt werden. Dabei ermöglicht die Fortsetzung nach links beispielsweise die Thematisierung negativer Zahlen, während eine Verfeinerung des Zahlenstrahls die Arbeit mit Dezimalzahlen oder Brüchen ermöglicht (vgl. Scherer & Moser Opitz 2010).

## Potenzielle Schwierigkeiten und Umgangsmöglichkeiten

Eine besondere Schwierigkeit bei der Arbeit mit einem Zahlenstrahl ist, dass er immer wieder neu gedeutet werden muss (z. B. Freesemann 2014; Schulz 2018, s. o.). Beispielsweise kann den Schüler:innen nicht klar sein, welche Bedeutung den Strichen und den Zwischenräumen am Zahlenstrahl zukommt. Insbesondere müssen sich die Schüler:innen immer wieder neu orientieren und überlegen, welcher Ausschnitt am Zahlenstrahl dargestellt ist und welche Skalierung vorliegt. An der gleichen Stelle in unterschiedlichen Zahlenstrahlen können verschiedene Zahlen dargestellt sein, wie z. B. die 30 und 300 in Abbildung 4. Des Weiteren kann dieselbe Zahl an unterschiedlichen Zahlenstrahlen an einer anderen Stelle verortet sein, wie z. B. die 80 im Hunderter- und Tausenderstrahl (Abb. 4).

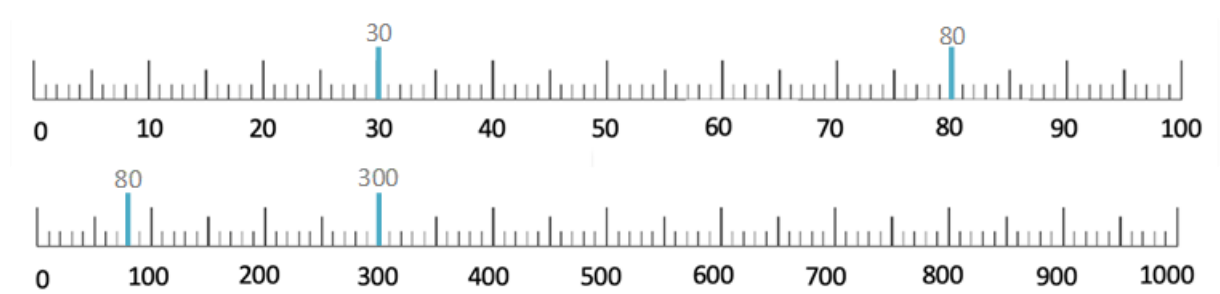


Abb. 4: Zahlenstrahle für unterschiedliche Zahlenräume

Wenn Schüler:innen Schwierigkeiten haben, größere Zahlenstrahle bzw. die jeweils repräsentierten Zahlenräume zu erfassen, wie beispielsweise den Zahlenstrahl von 0 bis 1 000 (z. B. Abb. 4, unten), dann ist es sinnvoll, zunächst die Frage zu bearbeiten, wie viele Zahlenstrahle von 0 bis 100 (z. B. Abb. 4, oben) sie aneinanderlegen müssen, damit sie einen Tausenderstrahl erhalten (vgl. Freesemann 2014). Die Einsicht kann durch Material unterstützt werden, wenn beispielsweise gebastelte Zahlenstrahle von den Schüler:innen physisch aneinandergelagt werden (ebd.).

Wird am Zahlenstrahl gearbeitet, so ist ein häufig zu beobachtender Fehler, dass die ordinale und kardinale Deutung vermischt werden: Die 47 wird dann beispielsweise im 4. Zehnerabschnitt eines entsprechend skalierten Zahlenstrahls gesucht (vgl. Abb. 5), da davon ausgegangen wird, dass die Vierziger im 4. Abschnitt verortet sind (z. B. Schulz 2018). Letztlich müssen kardinaler und ordinaler Zahlaspekt miteinander verknüpft werden, beispielsweise wird die Zahl 7 durch den 8. Markierungsstrich am Zahlenstrahl repräsentiert.<sup>1</sup>

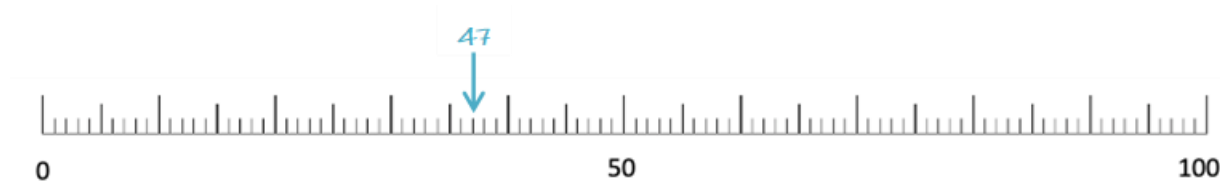


Abb. 5: Falsche Verortung der 47 durch Vermischung der ordinalen und kardinalen Deutung

<sup>1</sup> Bei erheblichen Schwierigkeiten bei der Arbeit mit dem Zahlenstrahl kann der Zusammenhang der ordinalen und kardinalen Deutung mit Schüler:innen gut durch den Übergang von der Hunderterkette zum Zahlenstrahl thematisiert werden (vgl. Prediger et al. 2013).

## Zahlen-/Rechenstrich als Variation des Zahlenstrahls

Als Variation des Zahlenstrahls wird je nach Intention beim Einsatz einer Aufgabe auch der Zahlenstrich (bzw. *Rechenstrich*) eingesetzt (vgl. Abb. 6). Im Gegensatz zum Zahlenstrahl hat der Zahlenstrich keine feste Skalierung. Er eignet sich gut für Orientierungsübungen im jeweiligen Zahlenraum, da nicht die genaue Position einer Zahl am Zahlenstrich, sondern die ungefähre Position mit Blick auf die weiteren eingetragenen Zahlen von Bedeutung ist. Zur Orientierung für das Eintragen von Zahlen am Zahlenstrich dienen aufgrund der fehlenden Skalierung beispielsweise die Start- und Endzahlen oder weitere bereits eingetragene Zahlen. Auch mit dem Zahlenstrich wird die ordinale Zahlvorstellung fokussiert, wobei ein stärkerer Schwerpunkt auf die Beziehung zwischen Zahlen gelegt wird. Am Zahlenstrich lassen sich zudem Rechenwege gut veranschaulichen (s. u., Abb. 7).

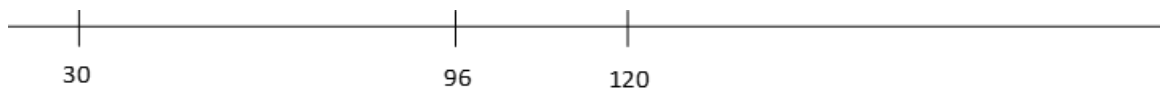


Abb. 6: Beispiel für einen Zahlenstrich

Auch wenn das innere Bild von der linearen Anordnung der Zahlen (*mentaler Zahlenstrahl*) für das rechnerische Denken und das Kopfrechnen von besonderer Bedeutung ist, eignet sich der Zahlenstrahl als Mittel zur Veranschaulichung für das Rechnen weniger (vgl. Käpnick 2014; Scherer & Moser Opitz 2010). Insbesondere verleitet er durch seine Anlage zum zählenden Rechnen (vgl. Scherer & Moser Opitz 2010). Zur unterstützenden Darstellung von Rechnungen sollte deshalb der Zahlenstrich verwendet werden (ebd.; Beispiel zum schrittweisen Rechnen in Abb. 7).

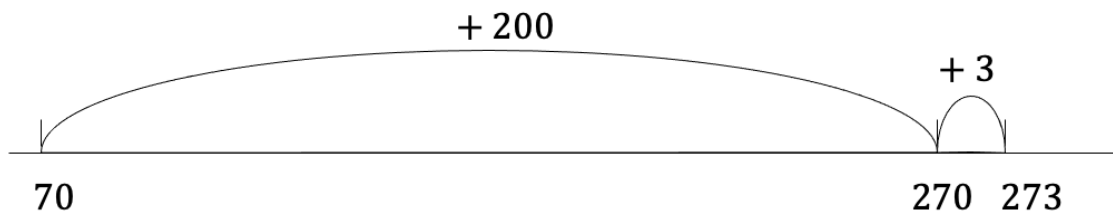


Abb. 7: Beispielaufgabe  $70 + 203 = 273$  am Zahlenstrich

Die Aufgaben in diesem Unterrichtsmaterial sind insgesamt so gestellt, dass Möglichkeiten zum Üben und Vertiefen des Stellenwertverständnisses eröffnet werden. Insbesondere werden den Schüler:innen durch den Zahlenstrahl, welcher bestimmte Strukturen des Dezimalsystems gut abbildet (s. o.), tiefere Einsichten in den Aufbau des Dezimalsystems und damit in zugrunde liegende Muster und Zahlbeziehungen ermöglicht. Bei der Konstruktion der Aufgaben wurde deshalb bewusst darauf geachtet, die Nutzung von Analogien anzuregen. Des Weiteren werden mögliche Schwierigkeiten der Schüler:innen bei der Arbeit mit dem Zahlenstrahl aufgegriffen, damit diese im Unterricht expliziert werden können.

## Didaktische Hinweise zu den einzelnen Aufgaben

In den verschiedenen Aufgaben(teilen) werden unterschiedliche Zahlenräume angesprochen. Diese können der folgenden tabellarischen Übersicht entnommen werden (Tab. 1). Sollten mehrere Zahlenräume für eine(n) Aufgabe(nteil) angegeben sein, so besteht beispielsweise die Möglichkeit, bestimmte Zahlenstrahle oder Rechenstriche in den Aufgaben(teilen) auszuwählen, wenn Schüler:innen zunächst gezielt im Hunderterraum arbeiten sollen.

Aufgabenblock	1															2				3						
Zahlenraum	1.1	1.2 a	1.2 b	1.2 c	1.2 d	1.2 e	1.2 f	1.2 g	1.3 a	1.3 b	1.4 a	1.4 b	1.4 c	1.5 a	1.5 b	1.5 c	1.5 d	1.5 e	2.1 a	2.1 b	2.2 a	2.2 b	3.1	3.2 a	3.2 b	3.3
0 – 100	x	x		x	x	x	x		x	x	x		x	x		x	x	x		x			x	x		x
0 – 1 000	x		x	x				x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		x			x	x		x	x
0 – 10 000												x	x		x	x	x	x					x			x

Tab.1: Übersicht zum Unterrichtsmaterial

### 1 Zahlen und Ausschnitte am Zahlenstrahl/-strich

In diesem Aufgabenblock sollen die Schüler:innen in verschiedenen Aufgabenvarianten Zahlen am Zahlenstrahl/-strich eintragen. Dabei können sie unterschiedliche Entdeckungen mit Blick auf den Aufbau des Dezimalsystems machen.

#### Zielsetzung der Aktivitäten, Lösungsstrategien und Umgang mit möglichen Schwierigkeiten

In Aufgabe 1.1 sind verschiedene teilweise beschriftete Zahlenstrahle gegeben, bei denen beispielsweise die Start- und Endzahlen variieren, zum Teil gesucht sind oder auch die Skalierungen variieren. Die Schüler:innen sollen die Zahlenstrahle vervollständigen und fehlende Zahlen eintragen. Dabei müssen die Schüler:innen in Abhängigkeit von dem jeweils gegebenen Zahlenstrahl die Skalierung beachten und die Striche und Abstände entsprechend interpretieren, was eine Herausforderung darstellen kann (s. o.). Insbesondere das Vervollständigen der Zahlenstrahle, die nicht bei 0 beginnen, kann schwierig sein. Durch einen Vergleich verschiedener Zahlenstrahle und der jeweils eingetragenen Zahlen können Analogien und Beziehungen zwischen den Zahlen erkannt werden, wie beispielsweise bei Betrachtung der 80 am ersten Zahlenstrahl und der 800 am dritten Zahlenstrahl. Die Reflexion der Skalierungen und der Position der Zahlen kann die Ausbildung eines sicheren Stellenwertverständnisses und einen verständigen Umgang mit dem Zahlenstrahl fördern.

In Aufgabe 1.2 liegen den Schüler:innen die Ziffernkarten 1 bis 9 vor, jede nur einmal vorhanden. In Teil a) wählen sie zwei Karten aus und sollen die beiden zugehörigen 2-stelligen Zahlen am Zahlenstrahl eintragen. Dementsprechend werden insgesamt Zahlen mit denselben Ziffern betrachtet (z. B. 24 und 42), und die Berücksichtigung der Position der Ziffer innerhalb der Zahlen wird jeweils besonders wichtig. Die Schüler:innen müssen also genau überlegen, was die einzelnen Ziffern in Abhängigkeit von ihrer Position innerhalb einer Zahl für die Einordnung am Zahlenstrahl bedeuten (vgl. Stellenwertprinzip z. B. in Fromme 2017 oder in Krauthausen 2018). Hierdurch werden Schwierigkeiten, die sich durch die deutsche inverse Sprechweise der Zahlwörter ergeben, adressiert, wobei das

Eintragen schriftlich vorgegebener Zahlen am Zahlenstrahl für *Zahlendreher* weniger anfällig ist. In Teil b) nehmen die Schüler:innen die Null zu ihren bereits in a) ausgewählten Karten hinzu und sollen möglichst viele 3-stellige Zahlen bilden. Diese Zahlen sollen anschließend an einem weiteren Zahlenstrahl eingetragen werden. Durch das Hinzunehmen der Null können 3-stellige Zahlen gebildet werden, die sich an dem gegebenen Zahlenstrahl genau eintragen lassen, und solche, die nur ungefähr eingetragen werden können (wenn die Einerstelle von Null verschieden ist). Um die wichtigen Überlegungen aus a) zu *Zahlendrehern* explizit zu machen, wurde Aufgabenteil d) erstellt. In diesem Aufgabenteil müssen die Schüler:innen sich damit auseinandersetzen, dass ein fiktiver Schüler die Positionen der Ziffern in der 45 und 54 falsch gedeutet hat und den Fehler erklären. Das Eintragen von invertierten Zahlen wird in Aufgabenteil e) wieder aufgegriffen, indem aus insgesamt drei Ziffernkarten weitere 2-stellige Zahlen gebildet und am Zahlenstrahl eingetragen werden sollen. In den Aufgabenteilen f) und g) wird fokussiert, welche Auswirkungen das Ändern eines Stellenwerts bei 2-stelligen beziehungsweise 3-stelligen Zahlen auf die Position der Zahlen am Zahlenstrahl hat. Das Markieren<sup>2</sup> der Zahlen ermöglicht, auf einen Blick zu sehen, welche Zahlen durch die Variation einer vorgegebenen Stelle erreicht werden können. Eingetragen werden sollen schließlich die jeweils kleinste und die größte mögliche Zahl. Zu den oben erwähnten Schwierigkeiten des Verzählens und Fehldeutens der Abstände kommen in Aufgabe 1.2 sprachliche Herausforderungen hinzu, da die Schüler:innen Begründungen und Beobachtungen verbalisieren sollen. Hierbei kann es hilfreich sein, zentrale Begrifflichkeiten gemeinsam zu erarbeiten (z. B. Einer, Zehner, Hunderter, Einerstelle, Zehnerstelle, Hunderterstelle, Ausschnitt am Zahlenstrahl) und/ oder Formulierungshilfen anzubieten (z. B. für 1.2f): „Die möglichen Zahlen am Zahlenstrahl sind immer ... von einem ganzen Zehner entfernt.“ oder „Die Zahl ... hat ... Einer, deswegen liegt die Zahl vor der ...“).

In Aufgabe 1.3 geht es um das Finden geeigneter Start- und Endzahlen an Zahlenstrahlen. In Aufgabenteil a) sind lediglich die Zahlen in der Mitte der Zahlenstriche vorgegeben (6, 60 und 600) und die Schüler:innen sollen selbst jeweils geeignete Start- und Endzahlen angeben. Die gewählte Darstellung der Zahlenstriche legt nahe, Start- und Endzahlen in der Art zu wählen, dass die vorgegebenen Zahlen jeweils in der Mitte liegen, d. h., dass die Start- und Endzahlen denselben numerischen Abstand zur vorgegebenen Zahl haben. Mögliche Lösungen sind dann beispielsweise 5 und 7 oder 4 und 8 für den ersten Zahlenstrich. Allerdings liegt beim Zahlenstrich – anders als beim Zahlenstrahl – keine feste Einteilung vor, weshalb der Abstand von der vorgegebenen Zahl in der Mitte nach rechts und links auch variieren darf. Insbesondere können die Schüler:innen von Zahlenstrich zu Zahlenstrich unterschiedlich vorgehen, um Start- und Endzahlen festzulegen. Beispielsweise können sie bei allen Zahlenstrichen einen Einerschritt nach links bzw. rechts gehen (5 und 7, 59 und 61, 599 und 601), aber sie können natürlich auch an einem Zahlenstrich Einerschritte gehen, an einem anderen Zahlenstrich Siebenerschritte (z. B. 5 und 7 bzw. 53 und 67) und an einem weiteren Zahlenstrich Zahlen wählen, die nicht denselben Abstand zur Mittelzahl haben (z. B. 500 und 650). Auch wenn diese Aufgabe verschiedene Lösungen zulässt, sind die Mittelzahlen so gewählt, dass die Strukturen des Dezimalsystems genutzt und damit die Start- und Endzahlen für die drei Zahlenstriche analog gefunden werden könnten (also z. B. 5 und 7, 50 und 70 bzw. 500 und 700). Diese Idee, Analogien in den unterschiedlichen Zahlenräumen zu nutzen, wird anschließend durch eine fiktive Lösung einer Schülerin in Aufgabenteil b) explizit thematisiert. Das schriftliche Formulieren der Analogien ist sicherlich eine Herausforderung für viele Schüler:innen, sodass hier auch ein mündlicher Austausch beispielsweise im Plenum unter Rückgriff auf die drei Zahlenstriche hilfreich sein kann.

<sup>2</sup> Im Material wird bewusst zwischen „markieren“ und „eintragen“ unterschieden. Beim Markieren (z. B. 1.2f) (1)) steht die Beobachtung eines Musters im Fokus, und es soll lediglich ein Ausschnitt oder ein Strich farblich hervorgehoben werden. Beim Eintragen (z. B. 1.2f) (2)) sollen die Zahlen tatsächlich am Zahlenstrahl notiert werden. Sollte der Unterschied den Schüler:innen nicht bewusst sein, so gilt es, diesen explizit zu machen.

In Aufgabe 1.4a) und b) sollen die Schüler:innen vorgegebene Zahlen mit Zahlenstrahlen verbinden. Hierbei können die Schüler:innen unterschiedliche Strategien nutzen, beispielsweise, dass die 87 um 3 kleiner ist als die 90, dass die 60 einen Zehnerschritt kleiner ist als die 70 oder dass  $40 + 3$  gerechnet 43 ist (vgl. Primakom o. D.). Für die unterschiedlichen Strategien ist gegebenenfalls notwendig, dass die Schüler:innen bei der Orientierung am Zahlenstrahl die Richtung wechseln. Um eine Fokussierung auf das Stellenwertverständnis zu erreichen, wurden die Zahlen und Zahlenstrahle jeweils so gewählt, dass die analoge Positionierung der Zahlen auf den Zahlenstrahlen in Teil a) und auf denen in Teil b) deutlich wird. Die Aufgabenteile a) und b) können auch als Zahlendiktat eingesetzt werden, wenn den Schüler:innen lediglich die Zahlenstrahle gegeben werden. Bei der mündlichen Präsentation von Zahlen kann der Fehler von *Zahlendrehern* häufiger auftauchen und sollte explizit thematisiert werden (vgl. auch 1.2d) und e)). In Aufgabenteil c) müssen die Schüler:innen nicht nur vorgegebene Zahlen der Größe nach geordnet am Zahlenstrich eintragen, sondern auch geeignete Start- und Endzahlen wählen. Diese sollten die Schüler:innen ausgehend von der kleinsten und größten einzutragenden Zahl suchen, um alle vorgegebenen Zahlen am Zahlenstrich eintragen zu können. Bei diesem Aufgabenteil geht es nicht darum, die Zuordnungen der Zahlen exakt vorzunehmen, sondern die ungefähre Größenordnung zu beachten. Idealerweise werden sowohl die Reihenfolge als auch die Abstände der Zahlen in den Blick genommen. Während die korrekte Reihenfolge der Zahlen über die Betrachtung der einzelnen Stellenwerte gefunden werden kann, ist es herausfordernder, die Abstände annähernd einzuhalten. Wenn die Schüler:innen Schwierigkeiten haben, geeignete Start- und Endzahlen für die Zahlenstriche zu finden, könnten zwei Möglichkeiten zur Auswahl gestellt werden, beispielsweise 0 und 100 sowie 0 und 1 000 für den ersten Zahlenstrich. Dadurch werden die ungefähre Zuordnung der Zahlen entsprechend ihrer Größe sowie der Relationen zu anderen Zahlen stärker in den Blick genommen. Eine weitere naheliegende Möglichkeit ist die Wahl der jeweils kleinsten und größten einzutragenden Zahl als Start- und Endzahlen. Sollte auch bei vorgegebenen Start- und Endzahlen die Positionierung Schwierigkeiten bereiten, weil – anders als beim Zahlenstrahl – keine weitere Unterteilung sichtbar ist, können die Schüler:innen angeregt werden, zunächst die Mitte (ungefähr) zu markieren (z. B. über Falten oder Messen) und dann zu überlegen, welche Zahl dort eingetragen werden muss.

In Aufgabe 1.5 wird der Fokus auf Ausschnitte von Zahlenstrahlen gelegt. Die Schüler:innen sollen angeben, welche Zahlen in bestimmten Ausschnitten eines Zahlenstrahls liegen und erkennen, wie bestimmte Zahlenstrahle miteinander zusammenhängen. Hierbei spielt auch die grundlegende Idee des „Hinein- oder Hinauszoomens“ eine zentrale Rolle. Dementsprechend ist die Beachtung der jeweiligen Skalierung und folglich die entsprechende Deutung der Zahlenstrahle hier zentral. Damit hängt auch zusammen, dass sich auf manchen Zahlenstrahlen bestimmte Zahlen nur ungefähr eintragen lassen, während dies auf einem anderen Zahlenstrahl exakt möglich ist. Dies wird explizit in Aufgabenteil d) aufgegriffen, da sich die Zahl 227 beispielsweise auf dem ersten Zahlenstrahl von 0 bis 1 000 nicht genau eintragen lässt, auf dem Zahlenstrahl von 200 bis 300 aber sehr wohl.

## 2 Nachbarzahlen

Am Zahlenstrahl lassen sich Nachbarschaftsbeziehungen von Zahlen gut veranschaulichen, was in diesem Aufgabenblock im Mittelpunkt steht. Nicht nur Vorgänger und Nachfolger von Zahlen lassen sich verorten, sondern auch Nachbarzehner, -hunderter, -tausender, usw., da sie – je nach Skalierung des Zahlenstrahls – in Form von „längeren Strichen“ hervorgehoben sind



## Zielsetzung der Aktivitäten, mögliche Lösungsstrategien und Schwierigkeiten

In Aufgabe 2.1 sollen die Schüler:innen in Aufgabenteil a) zu gegebenen Zahlen im Zahlenraum bis 100 und in b) anschließend im Zahlenraum bis 1 000 Vorgänger, Nachfolger sowie Nachbarzehner und gegebenenfalls Nachbarhunderter identifizieren. In einem ersten Schritt sollen die Schüler:innen zur Unterstützung die gegebenen Zahlen am jeweiligen Zahlenstrahl eintragen. Diese Zahlen wurden so gewählt, dass Besonderheiten des Stellenwertsystems deutlich werden. Beispielsweise haben die Zahlen 12 und 17 dieselben Nachbarzehner, aber andere Vorgänger und Nachfolger. Bei glatten Zehnerzahlen wie 30 und 50 kann die Angabe des Vorgängers zwar eine Herausforderung darstellen, aber genau diese Bewältigung ist zentral für ein sicheres Stellenwertverständnis. Vor dem Hintergrund, die Besonderheiten des Stellenwertsystems zu thematisieren, wurden auch die Zahlen im Tausenderraum ausgewählt. Beispielsweise können die Schüler:innen die Nachbarzahlen von 136 und die Nachbarzahlen von 436 vergleichen und zu der Einsicht gelangen, dass sich jeweils nur die Hunderterstelle um 3 unterscheidet. Des Weiteren kann den Schüler:innen bei der Bearbeitung des Aufgabenteils bereits bewusst werden, dass Vorgänger und Nachfolger eine Zahl eindeutig definieren, dies aber nicht für Nachbarzehner oder gar Nachbarhunderter gilt. Dies wird in Aufgabe 3.1 (s. u.) noch einmal explizit aufgegriffen.

In Aufgabe 2.2 wird die Verortung von Zahlen und ihrer Nachbarzahlen explizit in den Blick genommen, da die Schüler:innen zu gegebenen Zahlen die Nachbarzahlen am Zahlenstrahl eintragen sollen. Hierbei wird an den verschiedenen Zahlenstrahlen deutlich, dass je nach Skalierung die Nachbarzahlen bestimmten Markern am Zahlenstrahl entsprechen. Sind beispielsweise Nachbarzehner auf dem Zahlenstrahl von 0 bis 100 gesucht, so lassen sich diese leicht als die „längeren Striche“ rechts und links von der eingetragenen Zahl identifizieren. Darüber hinaus ist bei dem Vergleich der verschiedenen Zahlenstrahle erkennbar, dass die Vorgänger und Nachfolger der eingetragenen Zahlen am Zahlenstrahl von 0 bis 100 exakt eingetragen werden können (einen „kleinen Strich“ nach rechts bzw. links), während dies am Zahlenstrahl von 0 bis 1 000 nicht exakt möglich ist. In Aufgabe 2.2 werden zudem die bereits in Aufgabe 2.1 angesprochenen Besonderheiten des Stellenwertsystems in den Blick genommen. Die Schüler:innen sollen in Aufgabenteil a) beispielsweise die Gemeinsamkeiten und Unterschiede bei den Nachbarzahlen von 24, 64 und 68 beschreiben und in b) von 667 und 167. Dabei geht es darum, zu erkennen und zu formulieren, welche Stellenwerte jeweils variieren und welche identisch bleiben. Dies kann für Schüler:innen insbesondere eine sprachliche Herausforderung sein, weshalb über sprachliche Unterstützungsformate nachzudenken ist (siehe z. B. Selter et al. 2014b für einen Wortspeicher zu Nachbarzahlen, Abb. 8).

die Nachbarzahl  
die Nachbarzahlen

Die Nachbarzahlen von 234

der Vorgänger      der Nachfolger

233      235

234

Kenan

Wie heißen die Nachbarzahlen der Zahl ... ?

Wie heißen der Vorgänger und der Nachfolger der Zahl ... ?

Der Vorgänger von ... heißt \_\_\_\_\_ .

Die kleinere Nachbarzahl heißt \_\_\_\_\_ .

Die Nachbarzahl direkt vor der Zahl ... ist \_\_\_\_\_ .

Tara

Der Nachfolger von ... heißt \_\_\_\_\_ .

Die größere Nachbarzahl heißt \_\_\_\_\_ .

Die Nachbarzahl direkt nach der Zahl ... ist \_\_\_\_\_ .

Abb. 8: Ausschnitt aus dem Wortspeicher von Selter et al. (2014b, PDF S. 26f.)

### 3 Quiz

In diesem Aufgabenblock wird die Thematisierung von Nachbarzahlen – für die sich der Zahlenstrahl besonders eignet (s. auch Aufgabenblock 2) – spielerisch in verschiedenen Formaten als Quiz umgesetzt.

#### Zielsetzung der Aktivitäten, mögliche Lösungsstrategien und Schwierigkeiten

In Aufgabe 3.1 sind jeweils die Nachbarzehner (oder Nachbarhunderter) einer gesuchten Zahl gegeben, und die Schüler:innen sollen jeweils die kleinste, die größte und zwei weitere mögliche Zahlen angeben. Durch die Wahl der Nachbarzehner und Nachbarhunderter in aufeinanderfolgenden Aufgabenteilen wird bewusst angeregt, die Analogien hinsichtlich der Stellenwerte zu nutzen, um die gesuchten Zahlen zu finden. Beispielsweise können die gesuchten Zahlen mit den Nachbarhundertern 1 200 und 1 300 durch Hinzufügen eines Tausenders aus den Zahlen konstruiert werden, die die Nachbarhunderter 200 und 300 haben. Allerdings funktioniert die Nutzung von Analogien nicht immer in dieser Art und Weise, weil beispielsweise die kleinste Zahl mit den Nachbarzehlern 30 und 40 die 31 ist, aber anschließend die kleinste Zahl mit den Nachbarhundertern 300 und 400 nicht die 310 ist, sondern die 301, weshalb die Schüler:innen darauf achten müssen, dass sie den richtigen Stellenwert verändern.

In Aufgabe 3.2 arbeiten die Schüler:innen in Zweier-Teams und wählen selbst Zahlen, die ihr Gegenüber erraten muss. Zur Strukturierung erhalten die Schüler:innen einen Katalog mit Beispielfragen. Sie können diesen zwar der Reihenfolge nach abarbeiten, allerdings ist es deutlich effektiver zu überlegen, welche Frage sinnvoll am Anfang gestellt werden kann. Vor allem, wenn nicht mehr wie in Aufgabenteil a) 2-stellige, sondern wie in Aufgabenteil b) 3-stellige Zahlen gesucht werden, ist dies wichtig. Um zu erkennen, welche Fragen zu welchem Zeitpunkt sinnvoll gestellt werden können, ist ein sicheres Stellenwertverständnis zentral. Durch die Anlage der Aufgabe ergibt sich die Schwierigkeit, dass die gesuchte Zahl nicht gefunden werden kann, wenn die Schüler:innen falsch auf die Nachfragen ihres Gegenübers antworten. Hilfreich kann hierbei sein, dass die Schüler:innen sich ihre Gedanken gegenseitig mitteilen. Wenn beispielsweise die Zahl 27 gesucht ist und auf die Frage, ob der größere Nachbarzehner die 30 ist, mit „Nein“ geantwortet wird, dann könnte geäußert werden, dass die gesuchte Zahl also keine 2 an der Zehnerstelle haben kann. Auch bei dieser Aufgabe kann ein Zahlenstrahl eine Hilfe darstellen, um die Orientierung im Zahlenraum zu erleichtern und die Schüler:innen bei der Suche nach geeigneten Fragen und deren Beantwortung zu unterstützen.

In Aufgabe 3.3 werden den Schüler:innen verschiedene Quizfragen gestellt, bei denen sie ihr Wissen über das dezimale Stellenwertsystem nutzen sollen. Wird beispielsweise ein Nachbarzehner (oder Nachbarhunderter) gesucht, müssen die Schüler:innen überlegen, welcher Stellenwert variiert werden muss. Wird der entsprechende Zahlenstrahl zur Hilfe genommen, so kann die Quizfrage darauf zurückgeführt werden, welcher größere Skalierungsstrich sich rechts oder links von einer gegebenen Zahl befindet. Diese Vorgehensweise kann bereits auf das Runden von Zahlen vorbereiten<sup>3</sup>. Bei

<sup>3</sup> Mit Blick auf die Parallelen bei der Identifikation von Nachbarzahlen und dem Ab- bzw. Aufrunden kann es aber unter anderem bei der Betrachtung glatter Zehnerzahlen zu Schwierigkeiten kommen. Bei einer glatten Zehnerzahl, wie z. B. der Zahl 50, ist zu beachten, dass der kleinere Nachbarzehner die 40 und der größere Nachbarzehner die 60 ist. Soll allerdings 50 auf Zehner gerundet werden, so ergibt sich 50 selbst als Zahl. Ähnliches gilt für die Betrachtung weiterer glatter Zahlen, wie z. B. der 300 und ihren Nachbarzehlern oder -hundertern.

anderen Fragen, wie beispielsweise „Welche geraden Zahlen liegen zwischen 135 und 143?“, können die Schüler:innen für eine systematische Suche der Zahlen zunächst nur die Einerstelle, dann die Zehner- und Einerstelle gemeinsam und schließlich wieder nur die Einerstelle variieren. Der zugehörige Zahlenstrahl kann insofern eine Unterstützung darstellen, als dass die Schüler:innen die Zahlen in der Quizfrage zunächst am Zahlenstrahl suchen und dadurch den Ausschnitt begrenzen, in dem sie gerade Zahlen suchen müssen. Durch den begrenzten Ausschnitt wird verdeutlicht, welche Stellen zu variieren sind. Einige Quizfragen sind so gestellt, dass die Schüler:innen die Analogien im Stellenwertsystem für das Finden der Lösungen nutzen können, wie beispielsweise die Frage nach den Nachbarzehnern von 43 und 143. Darüber hinaus gibt es die Quizfragen „Welche ungeraden Zahlen liegen zwischen 67 und 69?“ und „Welche Zahlen zwischen 398 und 467 haben eine 8 an der Zehnerstelle?“, bei denen die richtige Antwort „keine“ lautet.

Als Erweiterung der Aufgabe können die Schüler:innen sich nach Bearbeitung der Quizfragen selbst Quizfragen überlegen und diese auf leeren Karten notieren. Auf der Vorderseite der Karte kann die Frage und auf der Rückseite die zugehörige Antwort festgehalten werden. Hier kann auch angeregt werden auf einer Karte immer zwei Fragen zu notieren, bei denen zur Beantwortung Analogien genutzt werden können. Auch denkbar ist, dass die Schüler:innen explizit Fragen für den Zehntausenderraum entwickeln (z. B. glatte Tausenderzahlen, Tausenderschritte, Nachbartausender), für den in der ursprünglichen Aufgabe nur wenige Fragen existieren. Die erstellten Karten können dann an zentraler Stelle gesammelt werden. Für die Arbeit mit den Karten gibt es verschiedene Möglichkeiten. Beispielsweise könnten Gruppen gegeneinander antreten und die Karten im Plenum vorgelesen werden. Für jede richtige Antwort erhält die jeweilige Gruppe einen Punkt. Da die Lösungen auf den Rückseiten der Karten notiert wurden, ist auch denkbar, dass die Schüler:innen die Karten (oder eine Auswahl davon) in einer Selbstlernphase bearbeiten.

## Variationen der Aufgaben

An vielen Stellen im Material sind Reflexionsaufträge formuliert, beispielsweise in der Form, dass die eigene Vorgehensweise beschrieben oder Auffälligkeiten erklärt werden sollen. Diese Aufträge sind zwar für nachhaltiges Lernen von besonderer Bedeutung, aber gleichsam kognitiv und vor allem sprachlich anspruchsvoll. Statt die Schüler:innen die Antworten direkt schriftlich fixieren zu lassen, besteht die Möglichkeit, zunächst in kleineren Gruppen oder auch im Klassenkontext über Antworten zu diskutieren. Weiterhin kann bei den einzelnen Aufgaben überlegt werden, ob entsprechende Wortspeicher sinnvoll bzw. erforderlich sind (vgl. Selter et al. 2014a, b). Dies kann zum Beispiel die zentralen Begriffe wie Einer, Zehner, Hunderter, Zahlenstrahl, Zahlenstrich oder auch Vorgänger und Nachfolger betreffen.

In den verschiedenen Aufgaben(teilen) werden die Zahlenräume bis 100, 1 000 und 10 000 berücksichtigt (vgl. Tab. 1). Insbesondere im Zahlenraum bis 10 000 wird ein Durchdringen des Dezimalsystems beziehungsweise ein Vertiefen des Stellenwertverständnisses ermöglicht, da Zahlen mit einer größeren Anzahl an Stellen betrachtet werden können und die vielfältigen Analogien und Zahlbeziehungen immer mehr an Bedeutung gewinnen. An verschiedenen Stellen im Material ist eine Variation des Zahlenraums bzw. der Zahlenwerte möglich. So können etwa im Rahmen der Aufgabenteile 1.2f) und g) mit den verdeckten Karten auch 4-stellige Zahlen betrachtet werden oder bei Aufgabenblock 2 zu Nachbarzahlen kann mit Nachbartausendern gearbeitet werden. Insbesondere ist auch möglich die Aufgaben(teile) so zu variieren, dass noch größere Zahlenräume berücksichtigt werden, beispielsweise der Millionenraum.

## Literatur

- Freeseemann, O. (2014). *Schwache Rechnerinnen und Rechner fördern. Eine Interventionsstudie an Haupt-, Gesamt- und Förderschulen*. Springer Spektrum.
- Fromme, M. (2017). *Stellenwertverständnis im Zahlenraum bis 100. Theoretische und empirische Analysen*. Springer.
- Käpnick, F. (2014). *Mathematiklernen in der Grundschule*. Springer Spektrum.
- Krauthausen, G. (2018). *Einführung in die Mathematikdidaktik – Grundschule* (4. Auflage). Springer.
- Prediger, S., Freeseemann, O., Moser Opitz, E. & Hußmann, S. (2013). Unverzichtbare Verstehensgrundlagen statt kurzfristige Reparatur – Förderung bei mathematischen Lernschwierigkeiten in Klasse 5. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 55(51), 1–17.
- Primakom (o. D.). *Zahlraumerweiterung: Hintergrund*. <https://primakom.dzlm.de/node/328>
- Scherer, P. & Moser Opitz, E. (2010). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe*. Spektrum.
- Schipper, W. (2009). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Schroedel.
- Schulz, A. (2018). Orientierung am Zahlenstrahl – Funktionen und Deutungen. In Fachgruppe Didaktik der Mathematik der Universität Paderborn (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 1663-1666). WTM-Verlag.
- Selter, C., Prediger, S., Nührenbörger, M. & Hußmann, S. (2014a) (Hrsg.). *Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen. Natürliche Zahlen*. [https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/mskfiles/uploads/material\\_primar/N2/mskgs\\_n2a\\_komplett.pdf](https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/mskfiles/uploads/material_primar/N2/mskgs_n2a_komplett.pdf)
- Selter, C., Prediger, S., Nührenbörger, M. & Hußmann, S. (2014b) (Hrsg.). *Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen. Natürliche Zahlen*. [https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/mskfiles/uploads/material\\_primar/N2/mskgs\\_n2c\\_komplett.pdf](https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/mskfiles/uploads/material_primar/N2/mskgs_n2c_komplett.pdf)

Die Ideen für die Aufgaben in diesem Unterrichtsmaterial entstammen den folgenden Materialien, wobei bei der Adaption der Fokus auf das Üben und Vertiefen von Stellenwerten gelegt wurde.

- Cukrowicz, J., Theilenberg, J. & Zimmermann, B. (2005). *MatheNetz Gymnasium 5*. Westermann.
- Körner, H., Lergenmüller, A. Schmidt, G. & Zacharias, M. (2019). *Mathematik Neue Wege 6*. Ausgabe für Nordrhein-Westfalen und Schleswig-Holstein G9. Westermann.
- Reiche, A.-K., Kortboyer, J., Ademmer, C. & Prediger, S. (o. D.). *Mathe sicher können. Die 5-Minuten-Mathe-Kartei. Handlungsorientierte Aktivitäten zur Sicherung mathematischer Verstehensgrundlagen in Klasse 5/6*. [https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/mskfiles/uploads/Dokumente/msk-5minkartei\\_210225.pdf](https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/mskfiles/uploads/Dokumente/msk-5minkartei_210225.pdf)
- Selter, C. Prediger, S. Nührenbörger, M. & Hußmann, S. (2014c). *Mathe sicher können: N2 A. Ich kann Zahlen am Zahlenstrahl lesen und darstellen. Kapitel 2*. [https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/mskfiles/uploads/material\\_primar/N2/mskgs\\_n2a\\_2\\_kapitel.pdf](https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/mskfiles/uploads/material_primar/N2/mskgs_n2a_2_kapitel.pdf)
- Selter, C. Prediger, S. Nührenbörger, M. & Hußmann, S. (2014d). *Mathe sicher können: N2 A. Ich kann Zahlen am Zahlenstrahl lesen und darstellen. Kapitel 3*. [https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/mskfiles/uploads/material\\_primar/N2/mskgs\\_n2a\\_3\\_kapitel.pdf](https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/mskfiles/uploads/material_primar/N2/mskgs_n2a_3_kapitel.pdf)
- Selter, C. Prediger, S. Nührenbörger, M. & Hußmann, S. (2014e). *Mathe sicher können: N2 A. Förderbausteine zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen. Auszug „N2 – Zahlen ordnen und vergleichen“*. [https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/mskfiles/uploads/docs/bausteinn2a\\_s\\_zahlen\\_am\\_zahlenstrahl\\_lesen\\_darstellen\\_150120.pdf](https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/mskfiles/uploads/docs/bausteinn2a_s_zahlen_am_zahlenstrahl_lesen_darstellen_150120.pdf)
- Selter, C. Prediger, S. Nührenbörger, M. & Hußmann, S. (2014f). *Mathe sicher können: N2 B. Ich kann Zahlen miteinander vergleichen und der Größe nach ordnen*. [https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/mskfiles/uploads/material\\_primar/N2/mskgs\\_n2b\\_1\\_kapitel.pdf](https://mathe-sicher-koennen.dzlm.de/mskfiles/uploads/material_primar/N2/mskgs_n2b_1_kapitel.pdf)