

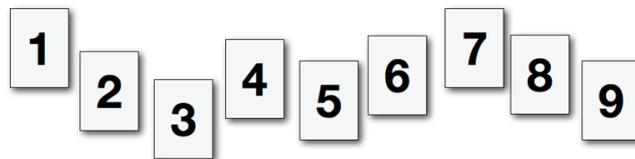
## Stellenwertverständnis bei natürlichen Zahlen

### Übungen mit Ziffernkarten – Didaktischer Kommentar

Von Merve Kaya und Petra Scherer

#### Zahlenraum bis 1000

Du hast die Karten von 1 bis 9 (jede Karte ist einmal vorhanden).



Wähle drei Ziffern aus (z B. 1, 4 und 7), und bilde daraus alle möglichen 3-stelligen Zahlen (z B. 174, 471, ...).



- Notiere die verschiedenen Zahlen. Wie viele gibt es jeweils? Erkläre!
- Ordne deine Zahlen der Größe nach!

Es bietet sich an, dass alle Lernenden die gleichen drei Karten auswählen, um sich anschließend über die konkreten Lösungen auszutauschen. Die Aufgabenstellung kann darüber hinaus mehrfach durchgeführt werden (d. h. drei andere Karten werden ausgewählt), um das Gelernte anzuwenden bzw. zu überprüfen.

#### Didaktischer Kommentar

##### Zielsetzung der Aktivität

Durch das Bilden mehrstelliger Zahlen, Herstellen von Größenvergleichen und das mentale Ausführen einfacher arithmetischer Operationen sollen Lernende den Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems üben und das Stellenwertverständnis sichern. Zusätzlich werden den Lernenden individuelle Lösungsstrategien ermöglicht, und es wird gefordert, eigene Vorgehensweisen zu beschreiben und eine korrekte Lösung zu begründen. Die Aufgabe integriert somit eine Vielzahl inhaltlicher und allgemeiner Lernziele (Scherer 1999, 2001). Insgesamt beinhaltet die Aufgabenstellung eine gewisse Offenheit sowohl bzgl. der Lösungsstrategien als auch bzgl. der Anzahl gefundener Lösungen. Bei dieser Aufgabe wird bewusst auf die Verwendung der Null verzichtet, denn dann wäre explizit zu klären, dass 015 oder 083 keine 3-stelligen Zahlen sind. Der Einbezug der Null ist bei anderen Übungen mit Ziffernkarten sinnvoll, und der Einsatz der Null wird bspw. bei der Aktivität „Erreichen der kleinsten/größten Summe“ genauer reflektiert.

## Lösungen und Lösungsstrategien

Für die Lösung der Aufgabe werden Stellenwerte als Plätze (Hunderter-, Zehner- und Einerstelle) betrachtet. Es könnte bspw. mit der Hunderterstelle begonnen werden, und für diese Stelle gibt es drei Möglichkeiten, für die Zehnerstelle nur noch zwei, da jede Ziffer nur einmal vorhanden ist und für die Einerstelle bleibt nur noch eine Möglichkeit übrig, da zwei Ziffern bereits gelegt wurden. Insgesamt sind es also:

$$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 \text{ Möglichkeiten.}$$

Die Überlegungen könnten auch beginnend mit der Einerstelle erfolgen (3 Möglichkeiten für die Einerstelle, 2 Möglichkeiten für die Zehnerstelle und 1 Möglichkeit für die Hunderterstelle) und führen analog zu 6 Möglichkeiten.

Am Beispiel der Ziffernkarten 1, 4 und 7 lassen sich die Möglichkeiten wie folgt in einem Baumdiagramm darstellen (Abb. 1). Diese Darstellungsform ist nicht notwendigerweise als Veranschaulichung für die Lernenden gedacht, kann aber genutzt werden, wenn Baumdiagramme bereits eingeführt wurden:

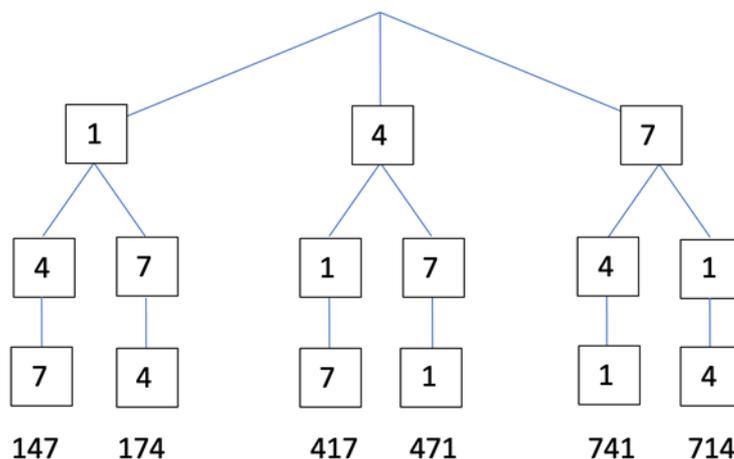


Abb. 1: Baumdiagramm für das Bilden 3-stelliger Zahlen

Durch die Offenheit der kombinatorischen Aufgabenstellung werden vielfältige Lösungen und Lösungsstrategien ermöglicht. So können Schüler:innen beim Finden aller möglichen 3-stelligen Zahlen je nach Leistungsstand entweder mit konkretem Material oder mental operieren, systematisch oder unsystematisch vorgehen.

Ein Beispiel für ein systematisches Vorgehen wäre das Legen einer beliebigen Kombination als Ausgangszahl (z. B. 147), das Beibehalten der Hunderterstelle und das Vertauschen der Zehner- und Einerstelle (174), sodass beide Möglichkeiten für die gleiche Ziffer an der Hunderterstelle gefunden werden. Dieses Vorgehen lässt sich so lange weiterführen, bis alle Ziffernkarten einmal an die Hunderterstelle gelegt und Zehner- und Einerstelle getauscht wurden. Diese Lösungsstrategie ermöglicht das sichere Finden der sechs Möglichkeiten. Die Schülerin Esra löst die Aufgabe mit dieser Strategie mit den gewählten Karten 2, 9 und 4, indem sie statt der Hunderterstelle die Einerstelle beibehält (Abb. 2).

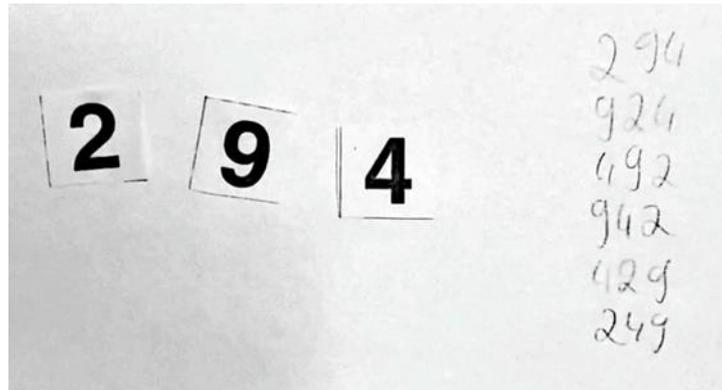


Abb. 2: Lösung von Esra

Wenn lediglich das „Tauschen zweier Karten“ als Idee verwendet wird, dann ist das sichere Finden aller Kombinationen nicht garantiert und das Legen doppelter Kombinationen nicht ausgeschlossen. Lernende können bei dieser Strategie nicht sicher sein, alle Möglichkeiten gefunden zu haben, wie Abbildung 3 zeigt.

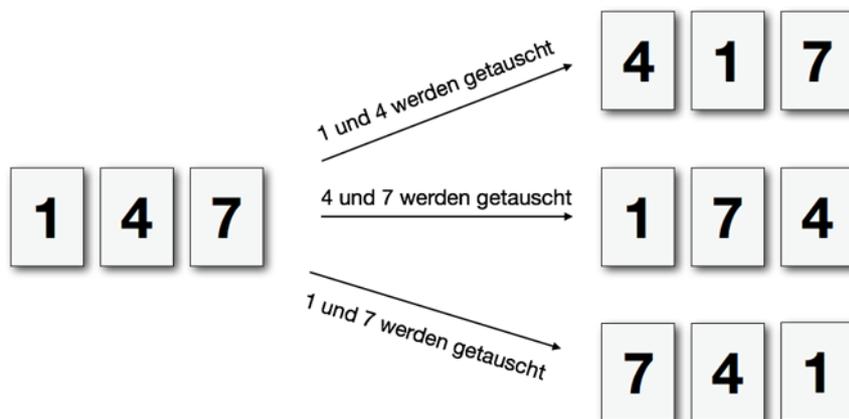


Abb. 3: Mögliche Strategien beim Tauschen von jeweils zwei Ziffernkarten

Gleiches gilt für das Tauschen aller drei Ziffernkarten, wobei jede Ziffer immer einen Platz weiterwandert (Abb. 4).

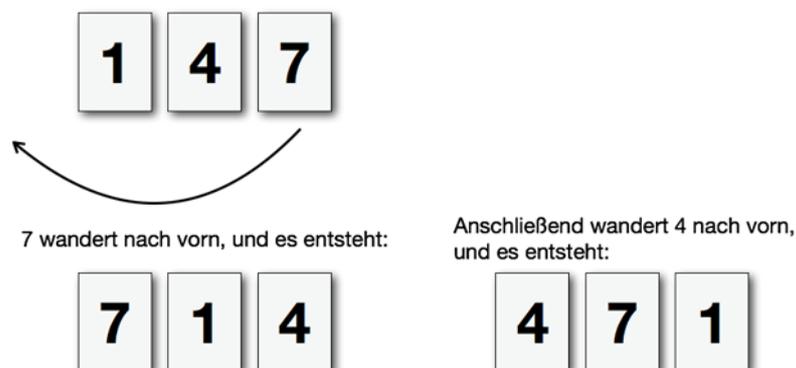


Abb. 4: Mögliche Strategien beim Tauschen aller drei Ziffernkarten

Bei diesen beiden Vorgehensweisen wird lediglich die Hälfte der Möglichkeiten gefunden.

## Mögliche Schwierigkeiten:

Mögliche Schwierigkeiten der Aufgabe bestehen im Zusammenhang mit dem mentalen Operieren. Gelingt das mentale Operieren nicht, kann das konkrete Operieren mit den Karten hilfreich sein (Scherer 1999, 2001). Unsystematische Vorgehensweisen, bei denen kein Bezug zu zuvor gelegten Zahlen genommen wird, sind problematisch im Hinblick auf das Herstellen von Beziehungen zu Stellenwerten. Das Ordnen der gefundenen Zahlen der Größe nach bietet hier eine Hilfestellung, um Dopplungen zu identifizieren und eine Struktur erkennbar werden zu lassen, mit der alle Kombinationen gefunden werden können (Scherer 2001).

Wenn zusätzlich zum Legen der verschiedenen Zahlen auch Erklärungen zur Größe der Zahlen und zur Vollständigkeit der Lösungen gefordert sind, werden etwaige Schwierigkeiten beim Stellenwertverständnis sichtbar: Wenn Lernende bspw. für die Zahl 294 nur die Ziffern benennen (z. B. 2, 4 und 9), nicht aber die jeweiligen Stellenwerte (z. B. 200 oder 2 Hunderter, 40 oder 4 Zehner, 9 oder 9 Einer), dann sollten die jeweiligen Stellenwerte noch einmal erfragt werden. Unter Umständen wird bei eingeforderten Benennungen bzw. Erklärungen auch das invertierte Sprechen von Zehnern und Einern offensichtlich, wenn etwa die Zahl 249 als „zweihundertvierundneunzig“ ausgesprochen wird.

## Variationen der Aufgabe

### Zahlen aus vier Karten

Es sollen wieder 3-stellige Zahlen gebildet werden, aber nun werden vier Karten ausgewählt:

- a) Du hast die Karten von 1 bis 9 (jede Karte ist einmal vorhanden). Wähle vier Ziffern aus (z. B. 3, 5, 6 und 9), und bilde daraus alle möglichen 2-stelligen Zahlen (z. B. 36, 93, ...).



- Notiere die verschiedenen Zahlen. Wie viele gibt es jeweils? Erkläre!
- Ordne deine Zahlen der Größe nach!

### Erweiterung des Zahlenraumes bis 10 000

Es sollen nun 4-stellige Zahlen gebildet werden und dazu werden vier Karten ausgewählt:

- b) Du hast die Karten von 1 bis 9 (jede Karte ist einmal vorhanden). Wähle vier Ziffern aus (z. B. 2, 5, 7 und 9), und bilde daraus alle möglichen 3-stelligen Zahlen (z. B. 529, 795, ...).



- Notiere die verschiedenen Zahlen. Wie viele gibt es jeweils? Erkläre!
- Ordne deine Zahlen der Größe nach!

## Literatur

Scherer, P. (1999). Ziffernkärtchen und Würfelkomplexe. *Die Grundschulzeitschrift* (121), 2-4.

Scherer, P. (2001). Aktivitäten mit Ziffernkarten. Beziehungsreiches Lernen für alle Schülerinnen und Schüler. *mathematik lehren* (105), 12-15.