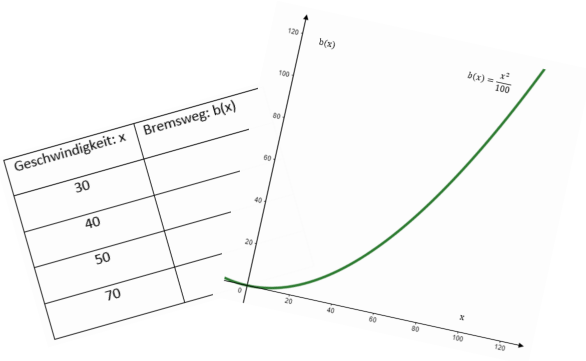
# Förderbaustein

# Quadratische funktionale Zusammenhänge




Julia Niederquell, Leander Kempen, Michael Haverkamp, Carina Zindel und Nima Khazaei

Mai 2022



**Zitierbar als**

Niederquell, J., Kempen, L., Haverkamp, M., Zindel, C. & Khazaei, N. (2022). Quadratische funktionale Zusammenhänge – Fördermaterial. Open Educational Ressource, zugänglich unter maco.dzlm.de

**Projektherkunft**

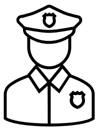
Dieses fach- und sprachintegrierte Fördermaterial ist entstanden im Rahmen des Projekts MaCo und wird auch im Projekt QuaMath weiter genutzt (beide Projekte werden gemeinsam von den Ländern finanziert).

**Hinweis zu verwandtem Material**

Förder- und Diagnosematerial zu diesen Themen:

- Funktionale Zusammenhänge erkennen und beschreiben
- Lineare funktionale Zusammenhänge
- Quadratische funktionale Zusammenhänge
- Textaufgaben lesen und bearbeiten

## 1 Quadratische Funktionen im Alltag



Polizei- Azubi Tim beschäftigt sich in der Polizeischule aktuell damit, wie der Bremsweg eines Autos (in Metern) von der Geschwindigkeit (km/h) abhängt. Um einfach ausrechnen zu können, wie schnell eine Person gefahren ist oder wie lang der Bremsweg wird, nutzt die Polizei die Formel: $b(x) = \frac{x^2}{100}$.

**a)** Tim hat die Formel noch nicht ganz verstanden. ***Erklärt*** ihm, wofür die Variablen x und b(x) stehen! ***Notiert*** eure Erklärung.

**b)** Tim will die Formel an zwei Beispielen testen: Wie lang sind die Bremswege, wenn er 35 km/h und 65 km/h schnell fährt? ***Berechnet*** die Länge der Bremswege und ***schreibt*** jeweils einen Antwortsatz.

| | Rechnung: | Antwortsatz: |
|---|---|---|
| **35 km/h** | | |
| **65 km/h** | | |

***Findet ein eigenes Beispiel.***

**c)** Beim Vergleich der Ergebnisse der Berechnungen aus Aufgabe 1b fragt sich Tim, ob es richtig sein kann, dass die Bremswege unterschiedlich lang sind. Was antwortet ihr ihm? ***Notiert*** eure Antwort.

Nutzt z. B. diese Satzbausteine:

Je höher …, desto …

Je schneller …, desto …

… ist abhängig von …

## 2 Quadratische Funktionen darstellen

Kommissarin Daube hat Tim den Auftrag gegeben, sich eine Übersicht mit den häufigsten Geschwindigkeitsbegrenzungen und entsprechenden Bremswegen zu erstellen, damit er diese nicht immer nachrechnen muss. Dazu findet er im Polizeihandbuch zwei Abbildungen.

**a)** Die erste Abbildung ist eine Tabelle, in der die häufigsten Geschwindigkeitsbegrenzungen eingetragen sind. ***Berechnet*** die zugehörigen Bremswege.
Nutzt dann die Satzbausteine, um zwei der Ergebnisse zu ***beschreiben***.

| Geschwindigkeit: x | Bremsweg: b(x) |
|---|---|
| 30 | |
| 40 | |
| 50 | |
| 70 | |

Nutzt z. B. diese Satzbausteine:

ist der Bremsweg … lang

von … Metern

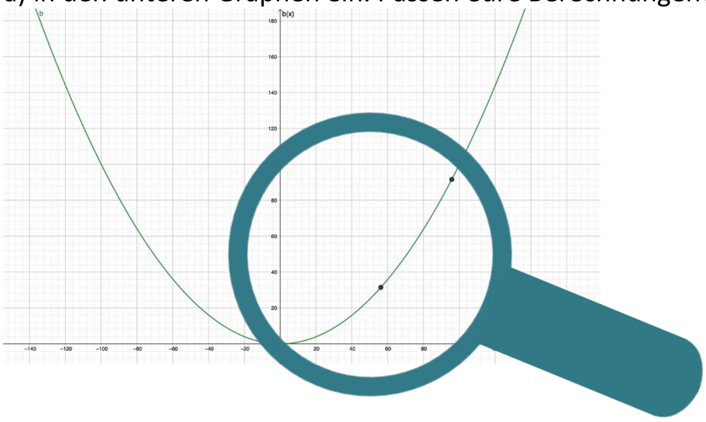
von … km/h

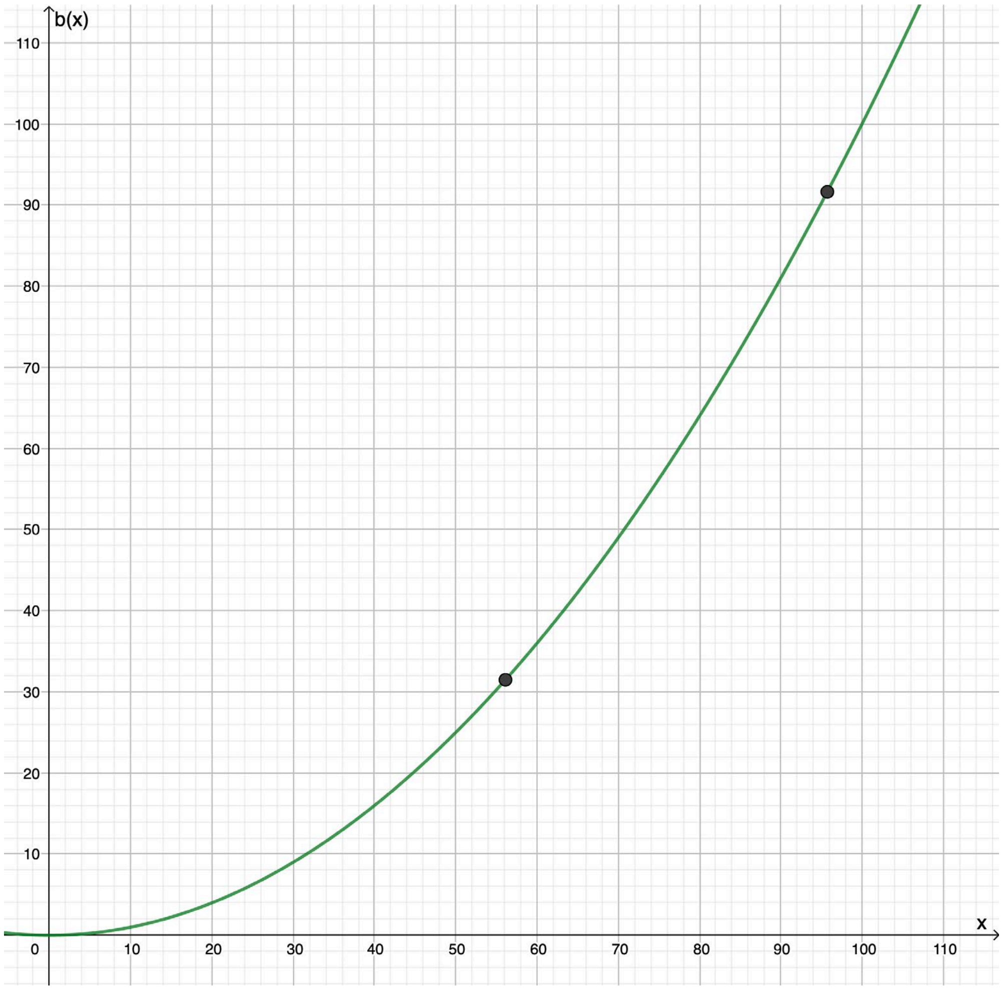
hat der Bremsweg eine Länge

Bei einer Geschwindigkeit …

Bei einer Geschwindigkeit …

**b)** Zusätzlich ist im Polizeihandbuch dieser Graph abgebildet. ***Zeichnet*** die Werte aus Teilaufgabe a) in den unteren Graphen ein. Passen eure Berechnungen?






Im Graph sind bereits zwei Punkte markiert. Was bedeuten diese Punkte im Sachkontext?

## 3 Darstellungen von quadratischen Funktionen nutzen und vergleichen

Bei einem Unfall hat Herr Krug eine Fahrradfahrerin angefahren. Auf der Straße ist eine Bremsspur von 18 Metern zu sehen. Polizistin Daube und ihr Azubi Tim sollen nun prüfen, wie schnell Herr Krug gefahren ist und ob er sich an das Tempolimit von 30 km/h gehalten hat.

**a)** Nutzt die Tabelle aus Aufgabe 2a, um die Geschwindigkeit zu ***schätzen***:
Herr Krug ist ca. ___________ km/h gefahren.

**b)** Um Zeit zu sparen, hat Tim die Idee, den Wert stattdessen aus dem Graphen im Polizeihandbuch abzulesen. Findet durch ***Ablesen*** am Graphen die ungefähre Geschwindigkeit heraus, die Herr Krug gefahren ist und **korrigiert** dadurch (wenn nötig) den Wert aus Aufgabe 3a.

Herr Krug ist ca. ___________ km/h gefahren.

**c)** Doch Kommissarin Daube ist nicht zufrieden! Sie braucht den genauen Wert und bittet Tim deshalb noch einmal, mit der Formel nachzurechnen, um den Unfallbericht ausfüllen zu können. ***Berechnet*** den genauen Wert und füllt dann den Unfallbericht aus.

UNFALLBERICHT

Herr Krug hat am 10.01.2022 bei einer Geschwindigkeit von ___________ eine Fahrradfahrerin angefahren. Dies wurde anhand eines Bremsweges von ___________ bestimmt.

Er hat sich an das Tempolimit von ______ gehalten. ☐ja ☐ nein

Er ist ________ km/h zu schnell gefahren.

**d)** Zu welcher Methode würdet ihr Tim beim Ermitteln der Geschwindigkeit in Zukunft raten? Welche würdet ihr eher nicht anwenden?
***Diskutiert*** die Vor- und Nachteile und ***notiert*** sie in der Tabelle.

| | **Vorteile** | **Nachteile** |
|---|---|---|
| **Graph** | | |
| **Tabelle** | | |
| **Funktions-gleichung** | | |

# 4 Änderungsverhalten von quadratischen Funktionen erklären

**a)** Tim erhält für die Gleichung $\boldsymbol{x^2 = 1800}$ zwei Lösungen: $x_1 \approx 42{,}43$ und $x_2 \approx -42{,}43$.
Erklärt, warum es zwei Lösungen für die Gleichung gibt.
Welche davon hilft, den Fall zu lösen?

**b)** Lara, Karim und Julius haben dazu eine Antwort aufgeschrieben.
Haben Lara, Karim und Julius recht? ***Begründet*** eure Entscheidung.

(1) Lara

beim Wurzelziehen entstehen immer 2 Lösungen
einmal positiv und einmal negativ

(2) Karim

wenn man mit „sich selbst" multipliziert
kommt bei beiden Lösungen 1800 raus.
Nur das positive Ergebnis ergibt Sinn,
da man keine negative Geschwindigkeit
haben kann.

(3) Julius

Es gibt zwei Lösungen, weil der
Graph eine Parabel ist und an
der y-Achse gespiegelt ist. Der
positive Wert ist korrekt, weil
man nicht rückwärts fahren
und einen Fahrradfahrer nach
vorne schleudern kann

**c)** Währenddessen ermahnt Kommissarin Daube Herrn Krug: „Passen sie demnächst besser auf, dass sie die Länge des Bremsweges richtig einschätzen. Stellen sie sich mal vor, sie wären doppelt so schnell gefahren!". Herr Krug ist skeptisch: „Wenn ich doppelt so schnell fahre, verdoppelt sich doch auch der Bremsweg!"

| $x$ | $b(x)$ |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 5 | 0,25 |
| 10 | 1 |
| 15 | 2,25 |
| 20 | 4 |
| 25 | 6,25 |
| 30 | 9 |
| 35 | 12,25 |
| 40 | 16 |
| 45 | 20,25 |
| 50 | 25 |
| 55 | 30,25 |
| 60 | 36 |
| 65 | 42,25 |
| 70 | 49 |

***Untersucht*** die Tabelle!
Wie ändert sich der Funktionswert, wenn sich der x-Wert *verdoppelt/ verdreifacht/ vervierfacht*?

Tipp:
Zeichne Pfeile an die Tabelle und beschrifte sie!

***Notiert*** eure Überlegungen und Beispiele:

Tragt eure Vermutungen hier ein:

Wenn sich der x-Wert verdoppelt, dann ____________________ der Funktionswert.

Wenn sich der x-Wert verdreifacht, dann ____________________ der Funktionswert.

Wenn sich der x-Wert vervierfacht, dann ____________________ der Funktionswert.

Wenn sich der x-Wert ____________, dann ________________ der Funktionswert.

Allgemein gilt:

Wenn sich der x-Wert ____________, dann ________________ der Funktionswert.

**c)** Begründet eure Vermutung mithilfe der Formel: $b(x) = \frac{x^2}{100}$.

Stellt euch gegenseitig eure Ergebnisse vor:

- Welche Vermutungen habt ihr formuliert? Welche Vermutungen stimmen?
- Welche Begründungen habt ihr gefunden?

Herr Krug hatte oben gesagt:

„Wenn ich doppelt so schnell fahre, verdoppelt sich doch auch der Bremsweg!“

Was würdet ihr Herrn Krug antworten? ***Diskutiert*** zu zweit und ***notiert*** eure Antwort.