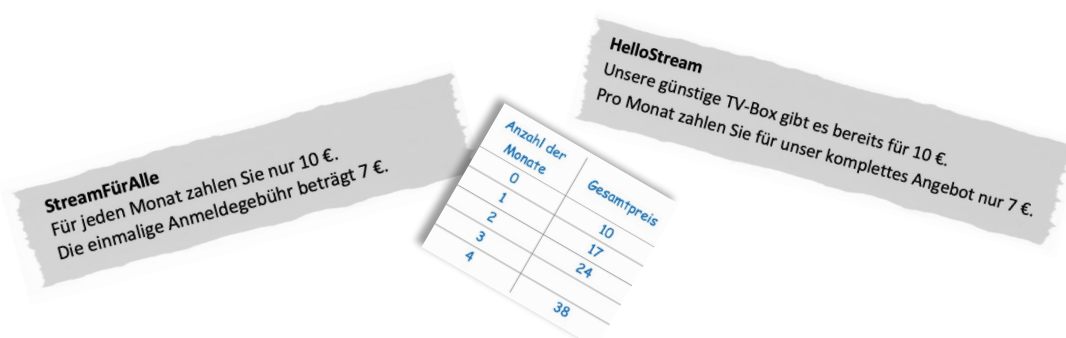


# Material für den Regelunterricht

## Lineare Funktionen verstehen

Carina Büscher, Nima Khazaei, Leander Kempfen, Julia Niederquell,  
Michael Haverkamp

Dezember 2023



Dieses Material wurde durch Carina Büscher, Nima Khazaei, Leander Kempfen, Julia Niederquell, Michael Haverkamp & Bianca Beer konzipiert und kann unter der Creative Commons Lizenz 4.0 International: BY-NC-SA : Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen verwendet werden.

### Zitierbar als

Büscher, C., Khazaei, N., Kempfen, L., Niederquell, J., Haverkamp, M. & Beer, Bianca (2023). Lineare Funktionen verstehen –Material für den Regelunterricht. Open Educational Resources, zugänglich unter [maco.dzlm.de](https://maco.dzlm.de).

### Projektherkunft

Teile dieses Materials sind ursprünglich entstanden im Rahmen von „Sprachbildung im Mathematikunterricht (SiMa)“. Dieses Material wurde für das Projekt Mathematik aufholen nach Corona adaptiert und erweitert.

### Bildrechte

Alle Grafiken sind selbst erstellt von den Autor:innen.

## A Streaming-Angebote im Vergleich

### Angebot 1: HelloStream

Unsere günstige TV-Box gibt es bereits für 8 €.

Pro Monat zahlen Sie für unser komplettes Angebot nur 10 €.

### Angebot 2: StreamFürAlle

Für jeden Monat zahlen Sie nur 6 €.

Die einmalige Anmeldegebühr beträgt 40 €.

## 1 Erster Vergleich der beiden Angebote



a) Vergleicht die beiden Angebote und entscheidet für jedes Angebot:

- i. Welchen Preis muss man nur einmalig bezahlen?
- ii. Welchen Preis muss man monatlich immer wieder bezahlen?
- iii. Wovon hängt der Gesamtpreis ab?

- i. Einmalig zahlt man ...
- ii. Pro Monat zahlt man ...
- iii. Der Gesamtpreis hängt davon ab, ...

b) Für welches Streaming-Angebot würdest du dich entscheiden?  
Begründe deine Entscheidung!

## B Funktionale Zusammenhänge in Wertetabellen erkunden

### 2 Eine Wertetabelle zu HelloStream

- a) Um sich einen ersten Überblick darüber zu verschaffen, wieviel man beispielsweise für HelloStream bezahlen muss, lohnt es sich für dieses Angebot eine Tabelle aufzustellen.
- i. Ergänze die Lücken in der Tabelle und beschrifte die Pfeile!

	Anzahl der Monate	Gesamtpreis (Euro)	
+ <input type="checkbox"/>		8	+ <input type="checkbox"/>
+ <input type="checkbox"/>	1		+ <input type="checkbox"/>
+ <input type="checkbox"/>		28	+ <input type="checkbox"/>
	3		

- ii. Was bedeutet die letzte Tabellenzeile?

- Nach ... ist der Gesamtpreis ... .
- Wenn ..., dann ... .

- b) Was meint Tim?  
Welches Muster wiederholt sich in der Tabelle? Erkläre, woran das liegt.

In der Tabelle passiert ja immer dasselbe!





- c) Den Preis pro Monat nennt man allgemein auch *Änderungsrate*.  
Diskutiert, warum der Begriff gut passt.

Beim Angebot „HelloStream“ erhöht sich ... pro ... um ... . Die *Änderungsrate* ist daher ... .



d)



Leonie

Wenn sich der Gesamtpreis pro Monat um 10 € erhöht, dann erhöht er sich für 2 Monate um 20 € und für 3 Monaten um 30 € und so weiter!



Tara

Aber damit ist die *Änderungsrate* ja immer gleich!

Nehmt Stellung zu Taras Aussage!

**Info:** Funktionale Zusammenhänge, die eine konstante *Änderungsrate* haben, nennt man *linear*.



- e) Warum passt der Begriff *abhängige Größe* zum Gesamtpreis und der Begriff *unabhängige Größe* zu der Anzahl der Monate? Erklärt.

### 3 Wertetabellen zu HelloStream und StreamFürAlle im Vergleich

a)

**Angebot 1: HelloStream**

Unsere günstige TV-Box gibt es bereits für 8 €.

Pro Monat zahlen Sie für unser komplettes Angebot nur 10 €.

**Angebot 2: StreamFürAlle**

Für jeden Monat zahlen Sie nur 6 €.

Die einmalige Anmeldegebühr beträgt 40 €.

**Info:**

In der Wertetabelle steht die unabhängige Größe immer in der linken Spalte. Die abhängige Größe wird in der rechten Spalte notiert.

i. Fülle die beiden Tabellen aus.

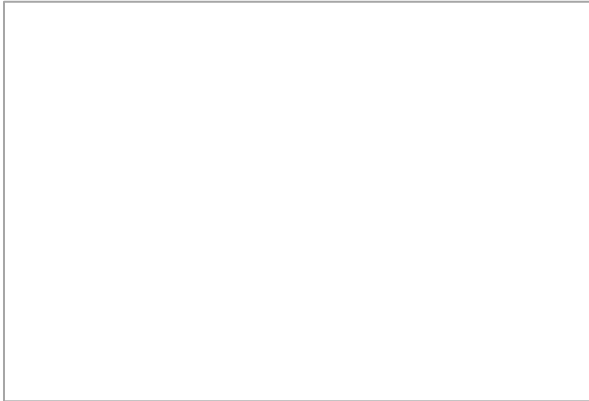
#### HelloStream

	Anzahl der Monate	Gesamtpreis (Euro)	
+ <input type="checkbox"/>			+ <input type="checkbox"/>
+ <input type="checkbox"/>			+ <input type="checkbox"/>
+ <input type="checkbox"/>			+ <input type="checkbox"/>
+ <input type="checkbox"/>			+ <input type="checkbox"/>
+ <input type="checkbox"/>			+ <input type="checkbox"/>

#### StreamFürAlle

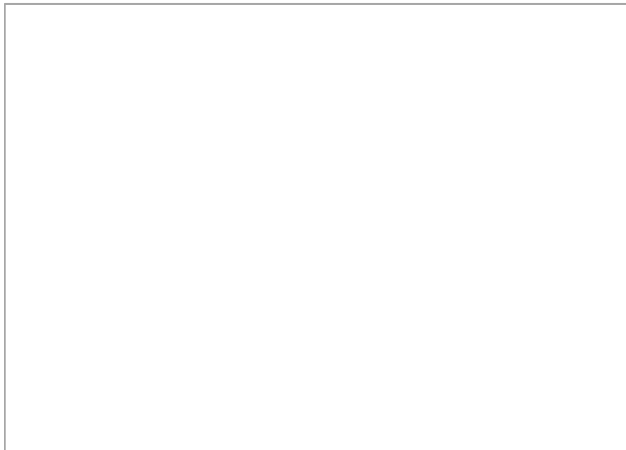
	Anzahl der Monate	Gesamtpreis (Euro)	
+ <input type="checkbox"/>			+ <input type="checkbox"/>
+ <input type="checkbox"/>			+ <input type="checkbox"/>
+ <input type="checkbox"/>			+ <input type="checkbox"/>
+ <input type="checkbox"/>			+ <input type="checkbox"/>
+ <input type="checkbox"/>			+ <input type="checkbox"/>

ii. Begründe welches Angebot sich bei einer Laufzeit von drei Monaten mehr lohnt!



- Nach ... zahlt man bei StreamFürAlle ... .
- Bei ... ist das Angebot von ... günstiger, weil ... .

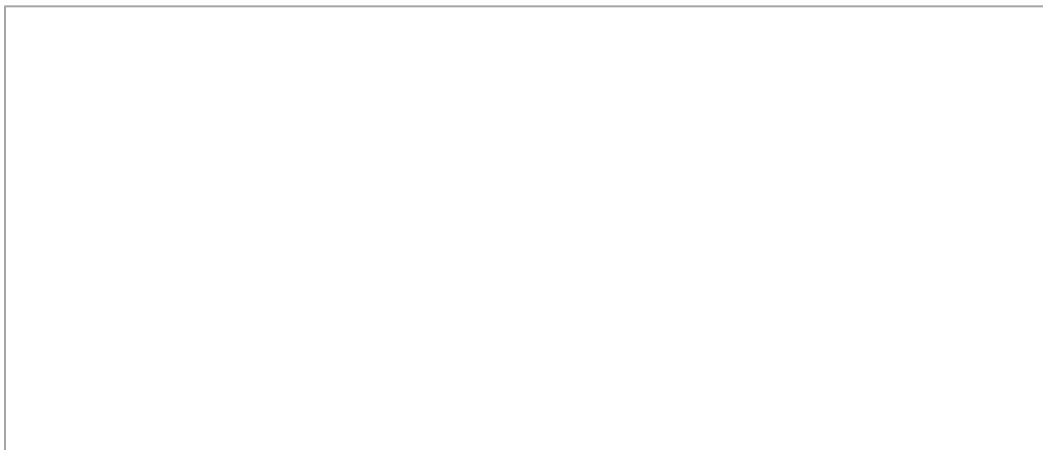
b) i. Welches Angebot lohnt sich bei einer Laufzeit von 5 Monaten mehr?



- Nach ... zahlt man bei StreamFürAlle ... .
- Wenn man HelloStream bucht, dann ... .
- Das Angebot von ... ist bei einer Laufzeit von ... günstiger, weil ... .



ii. Vergleicht eure Ergebnisse aus Aufgabe a) ii. und b) i. miteinander.  
Was fällt euch auf?



## C Funktionale Zusammenhänge in Graphen erkunden

### Angebot 1: HelloStream

Unsere günstige TV-Box gibt es bereits für 8 €.

Pro Monat zahlen Sie für unser komplettes Angebot nur 10 €.

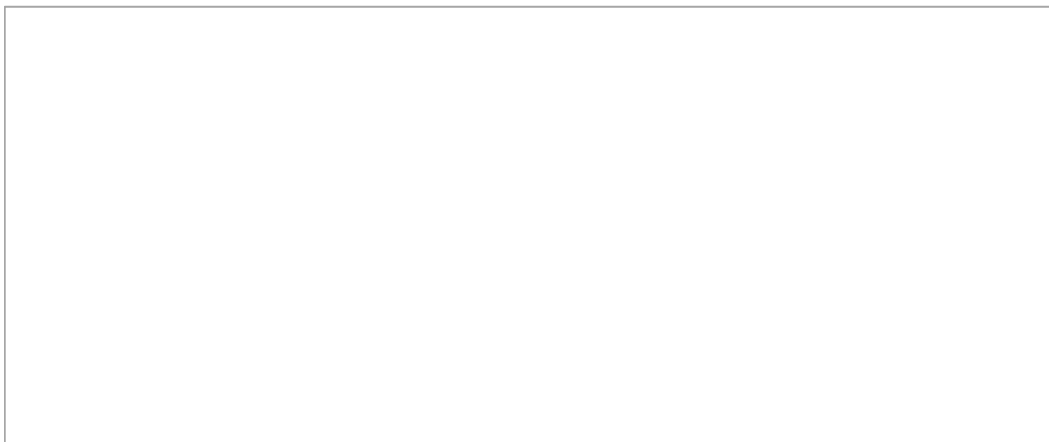
## 4 Ein Graph zu HelloStream

a) Warum passt der untenstehende Graph zum Angebot HelloStream?

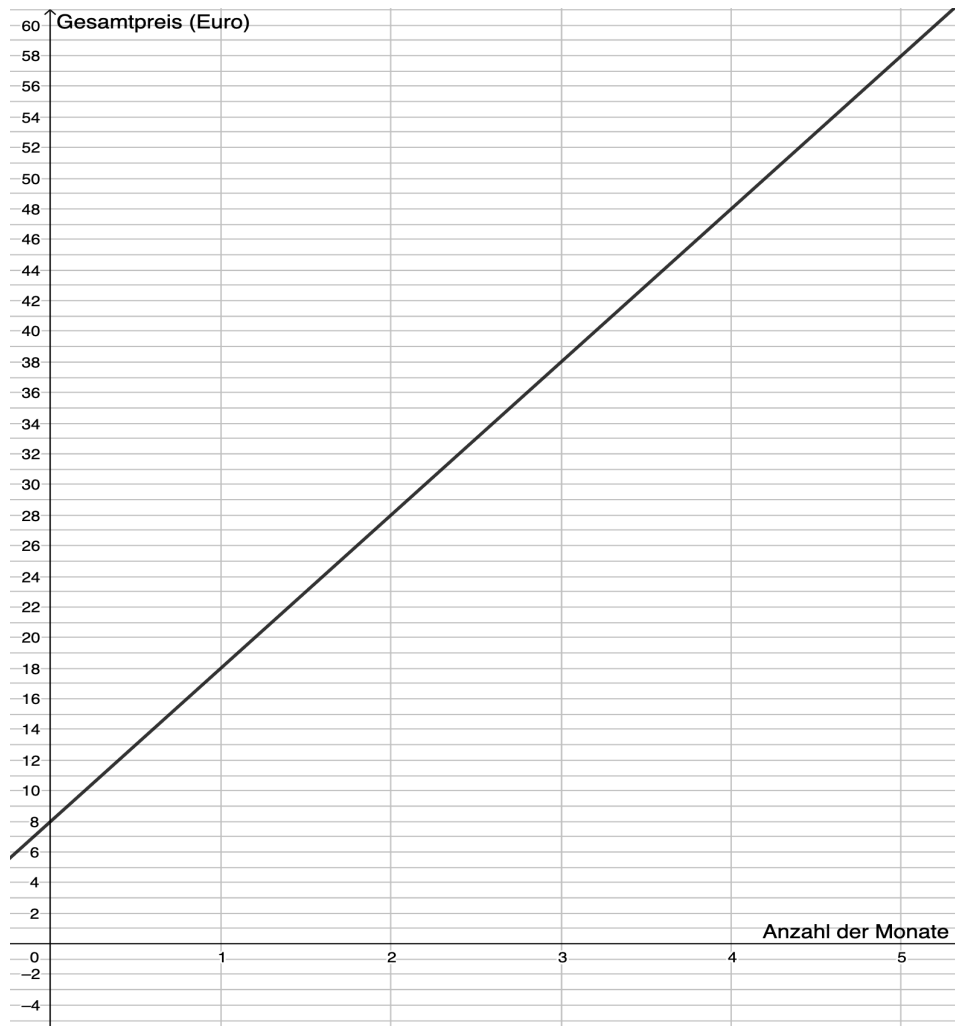
i. Begründe mit Hilfe der Wertepaare aus der Tabelle in Aufgabe 3 a) i.



ii. Begründe mit Hilfe der Änderungsrate und des Startwertes vom Angebot HelloStream.



**Info:** Im Koordinatensystem wird die unabhängige Größe immer auf der x-Achse notiert. Die abhängige Größe steht auf der y-Achse.



**b)** Im Graphen nennt man die Änderungsrate einer linearen Funktion auch *Steigung*. Erklärt, warum der Begriff der Steigung gut passt.



## 5 Graphen zu HelloStream und StreamFürAlle vergleichen

### Angebot 1: HelloStream

Unsere günstige TV-Box gibt es bereits für 8 €.  
Pro Monat zahlen Sie für unser komplettes Angebot nur 10 €.

### Angebot 2: StreamFürAlle

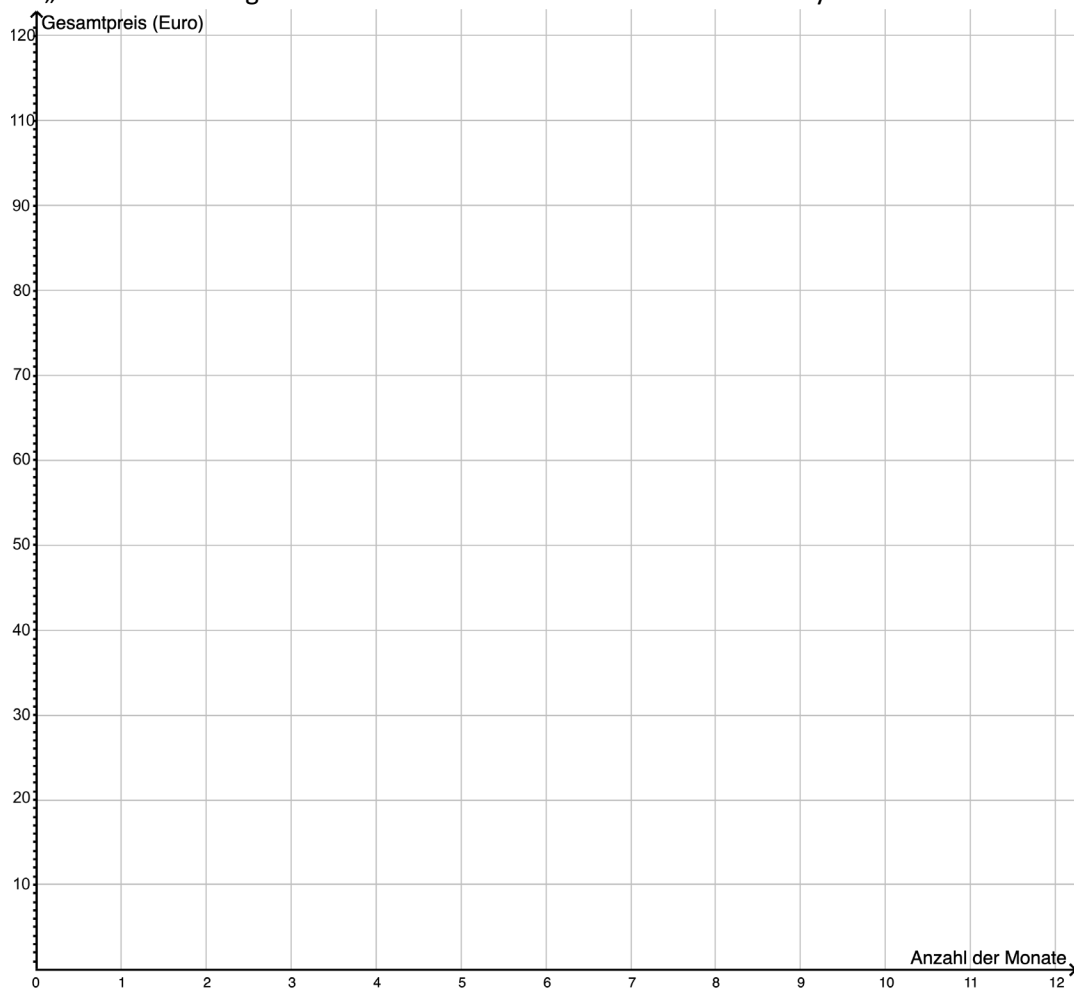
Für jeden Monat zahlen Sie nur 6 €.  
Die einmalige Anmeldegebühr beträgt 40 €.



Tim

Bei so vielen verschiedenen Angeboten  
kann ich mich gar nicht entscheiden ...  
Kann man das nicht irgendwie  
übersichtlicher darstellen?

- a) Zeichne den Graphen der Funktion von Angebot 1 „HelloStream“ und Angebot 2 „StreamFürAlle“ gemeinsam in das untenstehende Koordinatensystem ein.

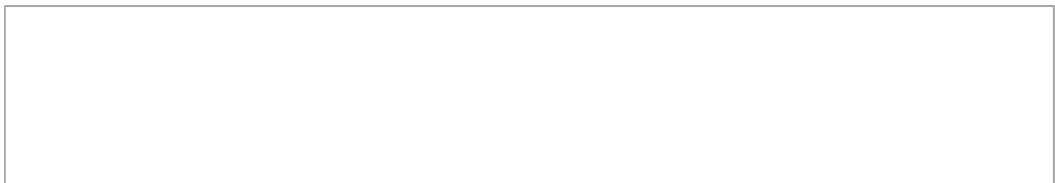


- b) Vergleiche die beiden Graphen von den beiden Streamingangeboten miteinander !  
Was fällt dir auf?



- Pro Monat erhöht sich ... um ... . Dies ist weniger/mehr als bei dem anderen Angebot. Daher verläuft der Graph flacher/steiler.
- Einmalig muss man ... bezahlen, daher liegt der Startwert (oder y-Achsenabschnitt) bei  $y = \dots$ .

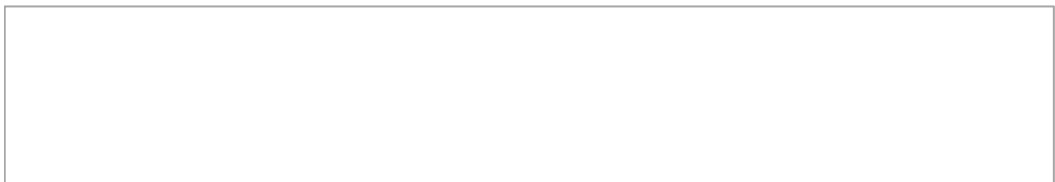
- c) i. Welche Bedeutung hat der Schnittpunkt der beiden Geraden im Sachzusammenhang?



- ii. Ab welcher Anzahl an Monaten würdest du dich für „StreamFürAlle“ entscheiden? Betrachte auch nochmal Aufgabe 3b) i.



- iii. Würdest du deine Antwort aus Aufgabe 1b) ändern? Begründe deine Antwort.



## D Funktionsgleichungen verstehen

### 6 Lineare Funktionsgleichungen anhand einer Tabelle aufstellen

- a) Benutze die drei untenstehenden Formulierungen, um die Bedeutung der Funktionsgleichung zu beschreiben.

Die Funktionsgleichung gibt ... in Abhängigkeit von ... an.

Die Funktionsgleichung ordnet ... .. zu.

Die Funktionsgleichung gibt für jede(n/s) ... .. an.



- b) Erklärt, wie man auch direkt aus dem Angebotstext von HelloStream die Funktionsgleichung aufstellen könnte. Geht dabei auf die Änderungsrate und den Startwert ein.

- d) Wie lautet die Funktionsgleichung für das Angebot 2 „StreamFürAlle“?

## 7 Den Schnittpunkt zweier Funktionsgleichungen deuten

a) Was gilt für den Gesamtpreis  $f_1(x)$  von Angebot 1 „HelloStream“ und den Gesamtpreis  $f_2(x)$  von Angebot 2 „StreamFürAlle“ im Schnittpunkt der beiden Geraden? (Kreuze an.)

- Die beiden Gesamtpreise sind gleich, also gilt:  $f_1(x) = f_2(x)$
- Der Gesamtpreis von Angebot A ist größer als bei Angebot B, also gilt:  $f_1(x) > f_2(x)$
- Die beiden Gesamtpreise sind nicht gleich, also gilt:  $f_1(x) \neq f_2(x)$
- Der Gesamtpreis von Angebot B ist größer als bei Angebot A, also gilt:  $f_1(x) < f_2(x)$

Begründe deine Antwort.

b) Bestimme den Schnittpunkt  $S(x|y)$  der beiden Geraden rechnerisch!

## E Proportionale und lineare Zusammenhänge im Vergleich

### 8 Wann darf man verdoppeln?

#### StreamDichGlücklich

Pro Monat zahlen Sie bei uns nur 10 €!

Wenn ich doppelt so viele Monate buche, muss ich immer auch doppelt so viel bezahlen!



Leonie

#### StreamFürAlle

Für jeden Monat zahlen Sie nur 7 €. Die einmalige Anmeldegebühr beträgt 20 €.



Dilara

Das gilt aber nicht für beide Angebote!



- a) Wie kommt Leonie zu ihrer Einschätzung? Wie erklärt ihr Leonie, warum Dilara recht hat?



- b) Sarah hat zu den beiden Angeboten Tabellen angefertigt.
- Ordnet die Tabellen den Angeboten zu und ergänzt entsprechend die Überschriften.
  - Für welche Tabelle stimmt Leonies Aussage, für welche nicht?
  - Überprüft anhand einiger Wertepaare.

Anzahl der Monate	Gesamtpreis bei Stream
0	20
1	27
2	34
3	41
4	48

Anzahl der Monate	Gesamtpreis bei Stream
0	0
1	10
2	20
3	30
4	40



c) Welcher der folgenden Graphen A bzw. B gehört zu welchem Abbot? Begründet.



- Wenn noch kein Monat vergangen ist, muss man ... bezahlen.
- Die einmalige Gebühr beträgt ... .
- Nach ... Monaten muss man ... bezahlen.
- Pro ... erhöht sich ... um ..., d. h. die Änderungsrate beträgt ... .

## 9 Proportionale und lineare funktionale Zusammenhänge voneinander abgrenzen



a) Lineare funktionale Zusammenhänge, deren Startwert gleich Null ist, nennt man *proportional*. Beschreiben die Angebote aus Aufgabe 8 proportionale oder nur lineare funktionale Zusammenhänge?

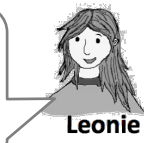
- i. Begründet am Graphen.
- ii. Begründet an den Tabellen.

b) Erstelle zu beiden Graphen aus Aufgabe 8c) jeweils eine Funktionsgleichung.

Kann man auch an der Funktionsgleichung schnell erkennen, ob der funktionale Zusammenhang proportional oder nur linear ist?



Wenn der erste Wert verdreifacht wird, verdreifacht sich auch der zweite Wert.



Leonie



Dilara

Wenn beim ersten Wert drei dazukommen, dann kommt bei dem zweiten Wert dreimal die Änderungsrate dazu.

Für welche Angebote stimmen Leonies und Dilaras Aussagen? Begründet anhand der Tabellen aus Aufgabe 8b) oder auch mit den Graphen aus Aufgabe 8c).

- Pro Portion kommen ... dazu.
- Das Verhältnis zwischen ... und ... bleibt gleich/nicht gleich.

## F Beteiligte Größen identifizieren

### 10 Das weitere Streaming-Angebot in Tabellen konkretisieren

#### Stream24

Schauen Sie online so viele Filme aus unserem Bestand, wie Sie möchten, für einen Festpreis von nur 10 € im Monat!

Diesen Vertrag können Sie jederzeit kündigen. Wenn Sie auch Filme kaufen möchten (d. h. auch offline bzw. auch noch nach Kündigung des Vertrags sehen) zahlen Sie hierfür zusätzlich jeweils nur 5 € pro Film!

Ich habe ein neues Angebot gefunden. Das ist viel günstiger als die anderen beiden!



Leonie



Tara

Hm, aber man kann diese Angebote doch gar nicht richtig vergleichen, oder?

- a) Wieso glaubt Leonie, dass das Angebot von Stream24 viel günstiger ist als die anderen beiden? Und wieso ist Tara der Meinung, dass man die Angebote gar nicht vergleichen kann? Was antwortest du den beiden?

- Es geht um den Zusammenhang von ... und ... .
- Es wird der Zusammenhang von ... und ... beschrieben.
- Es wird ... in Beziehung zu ... gesetzt.

- b) Welchen Zusammenhang betrachten Leonie und Tara in Aufgabe 10a) jeweils?

- i. Fülle die beiden Tabellenköpfe entsprechend aus.
- ii. Fülle anschließend Tabellen mit einigen Werten.
- iii. Erkläre auch mit dem Satzbaustein „... hängt von ... ab.“

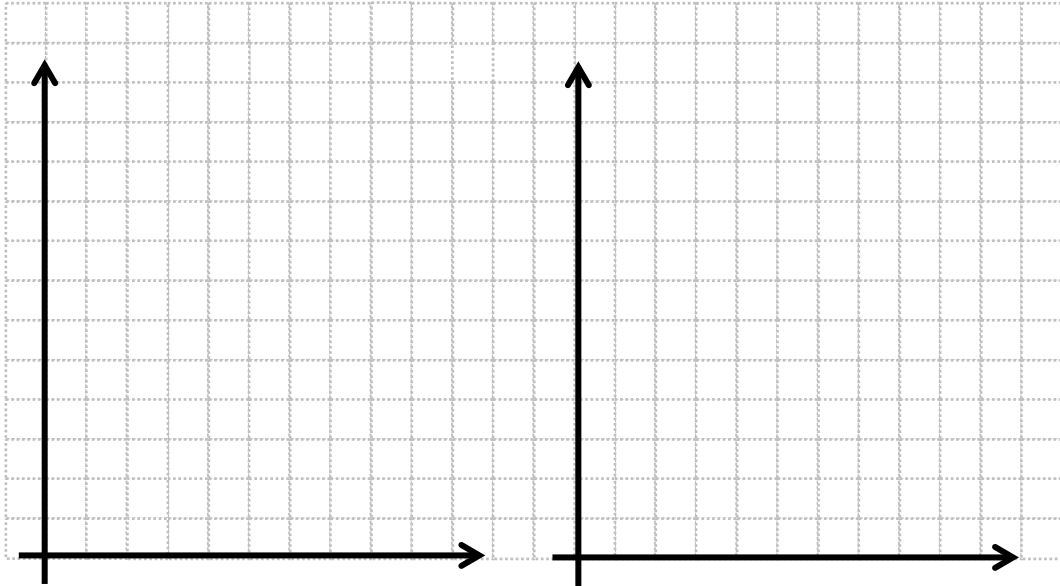




- c) Erstelle zu den von Leonie und Tara angesprochenen funktionalen Zusammenhängen jeweils einen Graphen. Was unterscheidet die Graphen?

Graph A:

Graph B:



- d) Welche Aussagen passen zu welchem Graphen? Notiere den passenden Graphen (A oder B) und begründe deine Zuordnung.

	Passt zu Graph ...	Passt nicht zu Graph ...
Der Gesamtpreis ist abhängig von der Anzahl der Monate.		
Die Anzahl der Monate sind abhängig vom Gesamtpreis.		
Der Preis in einem Monat ist abhängig von der Anzahl der aktuellen Filme.		
Die Anzahl der aktuellen Filme ist abhängig von dem Preis in einem Monat.		



## Wissenspeicher: Lineare funktionale Zusammenhänge

Einen funktionalen Zusammenhang kann man so beschreiben:

**Wenn** sich die 1. (*unabhängige*) Größe verändert,  
**dann** verändert sich auch die 2. (*abhängige*) Größe.

Die 2. Größe *hängt* also von der ersten Größe *ab*.

Für den funktionalen Zusammenhang unten bedeutet das zum Beispiel:

Woran erkennt man den funktionalen Zusammenhang in den verschiedenen Darstellungen?

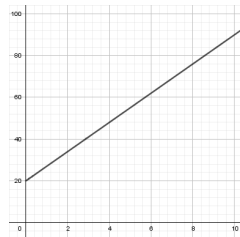
Formuliere entsprechende Aussagen dazu, wie man den funktionalen Zusammenhang anhand einer Tabelle oder Funktionsgleichung erkennen kann.

- Auf der x-Achse des Graphen ist ..., auf der y-Achse ist ... notiert.
- Also wird ... in Abhängigkeit von ... angegeben.
- Das Diagramm zeigt, wie ... von ... abhängt.

Funktion in Tabelle

Anzahl der Monate	Gesamtpreis
0	20
1	27
2	34
3	41
4	48

im Graphen



in der Funktionsgleichung

$$f(x) = 7x + 20$$

$x$  steht für ... .

$f(x)$  steht für ...,

und hängt von ... ab.

$f(3)$  bedeutet ... .

So kann man Funktionswerte in verschiedenen Darstellungen ablesen:

Nach ... Monaten beträgt der Gesamtpreis 34 €.

Nach 4 Monaten beträgt der Gesamtpreis ... .