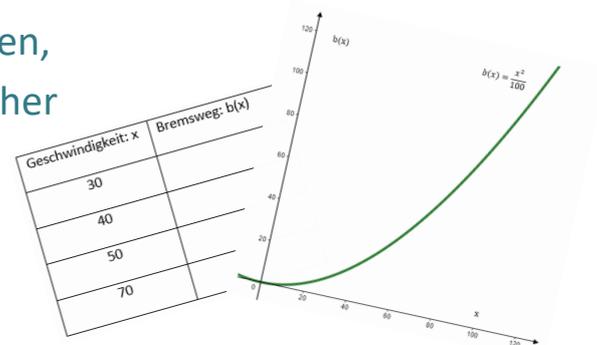


Material für den Regelunterricht

Quadratische funktionale Zusammenhänge

Julia Niederquell, Leander Kempen,
Michael Haverkamp, Carina Büscher
und Nima Khazaei

März 2023



Dieses Material wurde von Julia Niederquell, Leander Kempen, Michael Haverkamp, Carina Büscher und Nima Khazaei entwickelt. Es kann unter der Creative Commons Lizenz BY-SA (Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen) 4.0 International weiterverwendet werden.

Zitierbar als

Niederquell, J., Kempen, L., Haverkamp, M., Büscher, C., & Khazaei, N. (2023). Quadratische funktionale Zusammenhänge – Material für den Regelunterricht. Open Educational Ressource, zugänglich unter maco.dzlm.de.

Projektherkunft

Dieses Material wurde für das Projekt Mathematik aufholen nach Corona aufbereitet und wird auch im Projekt QuaMath weiter genutzt (beide Projekte werden gemeinsam von den Ländern finanziert).

Hinweis zu verwandtem Material

Förder- und Diagnosematerial zu diesen Themen:

- Funktionale Zusammenhänge erkennen und beschreiben
- Lineare funktionale Zusammenhänge
- Quadratische funktionale Zusammenhänge
- Textaufgaben lesen und bearbeiten

1 Das Änderungsverhalten von quadratischen Funktionen erkunden

Kayas Sohn Tim hat einen Unfall gebaut. Beide haben in der Fahrschule gelernt, dass der Bremsweg eines Autos (in Metern) von der Geschwindigkeit (in km/h) abhängt. Jetzt diskutiert Tim mit seiner Mutter, wie viel Abstand man zum nächsten Auto halten muss, um noch rechtzeitig bremsen zu können.



- a) Tim sagt: „Wenn ich doppelt so schnell fahre, verdoppelt sich doch auch der Bremsweg!“ Hat Tim Recht? **Diskutiert** zu zweit und entscheidet mithilfe der Tabelle.

Geschwindigkeit (in km/h)	Bremsweg (in m)
0	0
20	4
40	16
50	25
60	36
80	64
100	100
120	144
140	196
160	256



- b) **Untersucht** die Tabelle genauer: Wie ändert sich der Bremsweg, wenn sich die Geschwindigkeit *verdoppelt*/*verdreifacht*/*vervierfacht*?
(Tipp: Zeichnet für jeden Fall mehrere Beispiele in der jeweiligen Farbe ein!)

2 Das Änderungsverhalten von quadratischen Funktionen formulieren



- a) Kaya erinnert sich an verschiedene Merksätze aus der Fahrschule. Könnt ihr anhand eurer Untersuchungen aus Aufgabe 1 erkennen, welche Merksätze Kaya meint? Die angegebenen Satzbausteine sollen euch als Hilfe dienen.

Nutzt z. B. diese Satzbausteine:

Wenn sich die ... verdoppelt ...

Wenn sich die ... verdreifacht

Wenn sich die ... vervierfacht ...

Stellt euch gegenseitig eure Ergebnisse vor: Welche Vermutungen habt ihr formuliert? Was meint ihr, welche dieser Vermutungen stimmen immer?



- b) Tim und Kaya haben sich die Bremsweglängen genauer angeschaut und noch etwas entdeckt. Stimmen diese Aussagen immer?

Die Bremswege sind die Geschwindigkeiten zum Quadrat!

Alle Bremsweglängen sind Quadratzahlen!



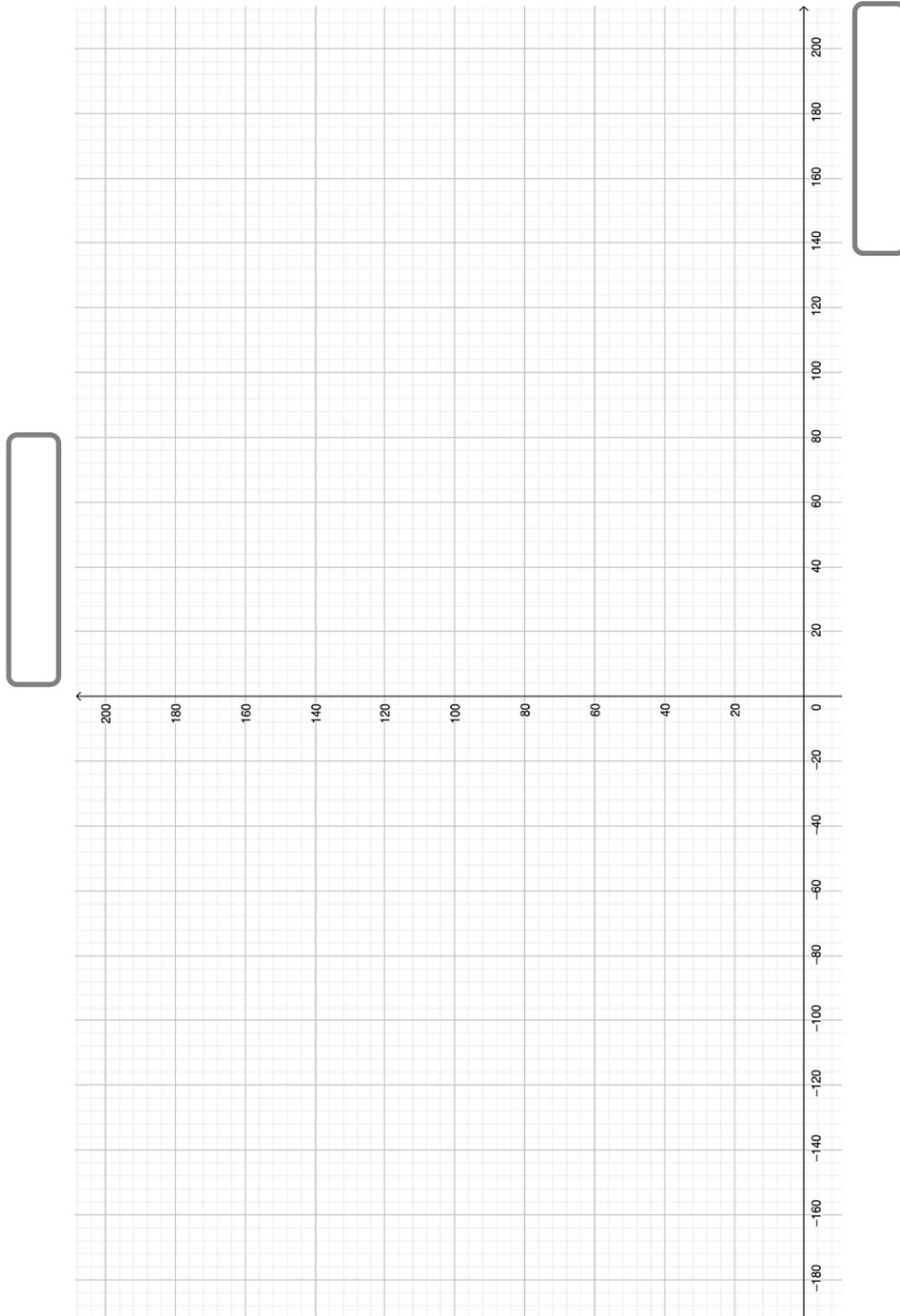
- c) Die Merksätze von Kaya lassen sich auch als allgemeine Regel formulieren. Wie verändert sich die Länge des Bremsweges, wenn sich die Geschwindigkeit eines Autos ver-n-facht?

3 Quadratische Funktionen als Funktionsgraph darstellen

Tim denkt über weitere Geschwindigkeiten und Bremswege nach. Ihm reichen die angegebenen Wertepaare in der Tabelle nicht aus. Um auch für weitere Geschwindigkeiten die zugehörigen Bremswege ablesen zu können, möchte er sich die Situation im Koordinatensystem angucken.

- a) Trage zunächst in die Kästen an den Achsen die jeweiligen Größen ein. Übertrage dann die Punkte aus der Tabelle in das Koordinatensystem.

Achtung: Drehe dazu das Arbeitsblatt.



- b) Die Punkte liegen nicht auf einer Geraden. Versuche die eingezeichneten Punkte so zu verbinden, dass keine Ecken im Verlauf des Graphen entstehen.
-  c) Testet, ob Tims Idee, weitere Werte mithilfe des Graphen zu finden, funktioniert, indem ihr die fehlenden Werte am Graphen ablest.

Geschwindigkeit (in km/h)	Bremsweg (in m)
15	
	33
130	

Nennt euch jetzt gegenseitig einen Wert und lest den zugehörigen Wert dazu ab.



-  d) Könnt ihr eure Regel aus 2c) auch am Graphen zeigen? Zeichnet die Pfeile in den gleichen Farben wie in 1b) ein und beschriftet sie entsprechend.

4 Die Funktionsgleichung einer quadratischen Funktion verstehen

Tim ist das Ablesen am Graphen zu ungenau. Es muss doch auch eine andere Möglichkeit geben, die Bremsweglänge für jede Geschwindigkeit ausrechnen zu können. Im Internet hat er eine Formel gefunden:

Die für eine **Bremmung** benötigte Strecke lässt sich mit dieser einfachen Bremsweg-Formel berechnen:

$$b(x) = \frac{x^2}{100}$$

Dabei hängt die Bremsweglänge (in m) von der Geschwindigkeit (in km/h) ab.

- a) Tim hat die Formel noch nicht ganz verstanden. Erkläre ihm, wofür die Variablen x und $b(x)$ stehen! Notiere deine Erklärung.



Vergleicht eure Erklärungen. Gibt es Unterschiede?

- b) Teste die Formel an zwei Beispielen: Suche dir zwei Geschwindigkeiten aus der Tabelle aus und berechne, wie lang der Bremsweg ist. Schreibe jeweils einen Antwortsatz zu deinem Ergebnis.

1. Rechnung:

Bei einer Geschwindigkeit ...

Nutzt z. B. diese Satzbausteine:

ist der Bremsweg ... lang

von ... km/h

von ... Metern

hat der Bremsweg eine Länge

2. Rechnung:

Bei einer Geschwindigkeit ...

5 Eigenschaften der Parabel

Tim findet Gefallen an den Berechnungen. Jetzt setzt er auch negative Werte in die Formel ein.

- a) Vervollständige die Tabelle, indem du die Werte selbst ausrechnest. Vergleiche die berechneten Werte. Was fällt dir auf?

$$\begin{aligned}
 \text{Rechnung: } & b(-50) \\
 &= \frac{(-50)^2}{100} = \frac{2500}{100} \\
 &= 25 \\
 \text{Ergebnis: } & (-50, 25)
 \end{aligned}$$

x	$b(x)$
-120	
-50	25
-40	
-20	
0	
20	4
40	16
50	25
120	144

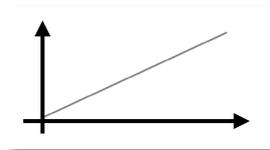
- b) Übertrage die neuen Wertepaare aus der Tabelle in das Koordinatensystem aus Aufgabe 3a) und versuche den Graphen ohne Ecken weiter zu zeichnen.
- c) Beschreibe die Form des Graphen. Welche Eigenschaften hat der Graph?



- d) Der Graph von solchen quadratischen Funktionen heißt „Parabel“. Informiert euch im Internet, was man in der Literatur unter einer „Parabel“ versteht. Inwiefern passt diese Bedeutung auch zu dem Graphen quadratischer Funktionen?

- e) Worin bestehen die Unterschiede zu den Graphen von linearen Funktionen?

Zur Erinnerung:



Graph einer linearen Funktion



- f) Kaya zweifelt: „Die negativen Werte kann man doch gar nicht für x in diesem Kontext einsetzen!“ Was könnte Kaya meinen? Erklärt.