

# Ablösung vom zählenden Rechnen

(Jhg. 2–3)



Karina Höveler, Franziska Tilke, Lena Maiß, Sophie Mense, Uta Häsel-Weide und Marcus Nührenbörger

Unter Mitarbeit von Samira Cormann, Lara Graf, Anna Nothofer, Alissa Werner und Inga Wienues

Aus der Reihe

**Diagnose und Förderung von Verstehensgrundlagen**

# Technisches zu unserem Online-Seminar heute

## So geht passive Beteiligung:

- Heute im Livestream (ohne Zoom): <https://dzlm.de/livestream>
- Aufzeichnung der Veranstaltung später auf <https://maco.dzlm.de/>

## So geht aktive Beteiligung heute:

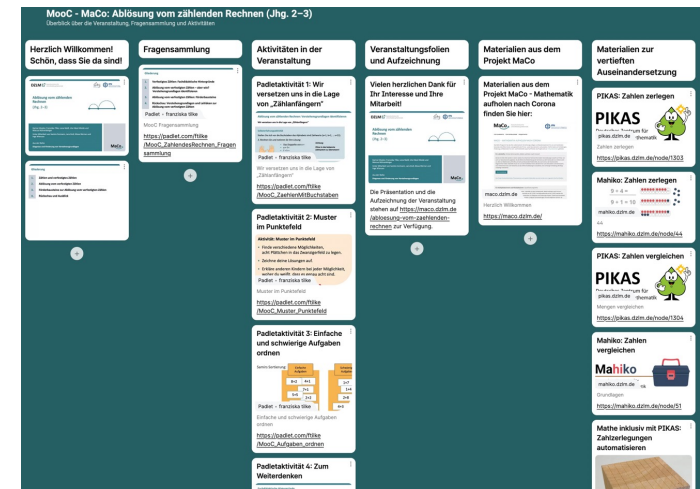
### Für alle (auch Livestream-Nutzende):

- Denkaufträge
- Aktivitäten im Padlet
- Moderierte Fragensammlung im Padlet (wird ausgewählt eingebracht)



### Für Zoom-Nutzende zusätzlich:

- Zoom-Chat für informellen Austausch unter Teilnehmenden



# Worum geht es?

## Beispiel Mina

Zur Situation: 3. Klasse

Lerngegenstand: Erkundungen in  
Entdeckerpäckchen

Schauen Sie sich die Situation an – was fällt Ihnen auf?

Fällt Ihnen ggf. ein Kind Ihrer Klasse ein, das ähnlich wie Mina  
vorgehen würde?



## Worum geht es?

Wie kann eine Ablösung von einseitig zählenden Vorgehensweisen gelingen?

„Typisch für besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen sind **einseitig zählende Vorgehensweisen** beim Rechnen, teilweise ergänzt um regelgeleitetes Anwenden auswendig gemerkter Zahlenfakten.

Dabei fehlen häufig **bedeutungstragende Vorstellungen** zu den Rechenoperationen, oder es werden nur Teilaspekte dieser Operationen erfasst.“

(Gaidoschik et al. 2021, S. 5, Hervorhebungen KH)





# Zentrale Jobs als Lehrer\*in



Verstehensgrundlagen  
identifizieren

Welche Verstehensgrundlagen  
sind zur Ablösung vom zählenden  
Rechnen notwendig?



Verstehensgrundlagen  
diagnostizieren

Wie lassen sich Verstehensgrundlagen  
der Lernenden diagnostizieren?  
Was sind typische Schwierigkeiten?



Verstehensgrundlagen  
fördern

Wie kann man Lernende bei der  
Ablösung vom zählenden Rechnen  
verstehensbasiert unterstützen?

**Was bedeutet das  
für die Ablösung vom  
zählenden Rechnen?**

# Gliederung

- 1. Zählen und verfestigtes Zählen**
2. Ablösung vom verfestigten Zählen – aber wie?
3. Förderbausteine zur Ablösung vom verfestigten Zählen
4. Rückschau: Verstehensgrundlagen und Leitideen zur Ablösung vom verfestigten Zählen

# Fachdidaktische Hintergründe

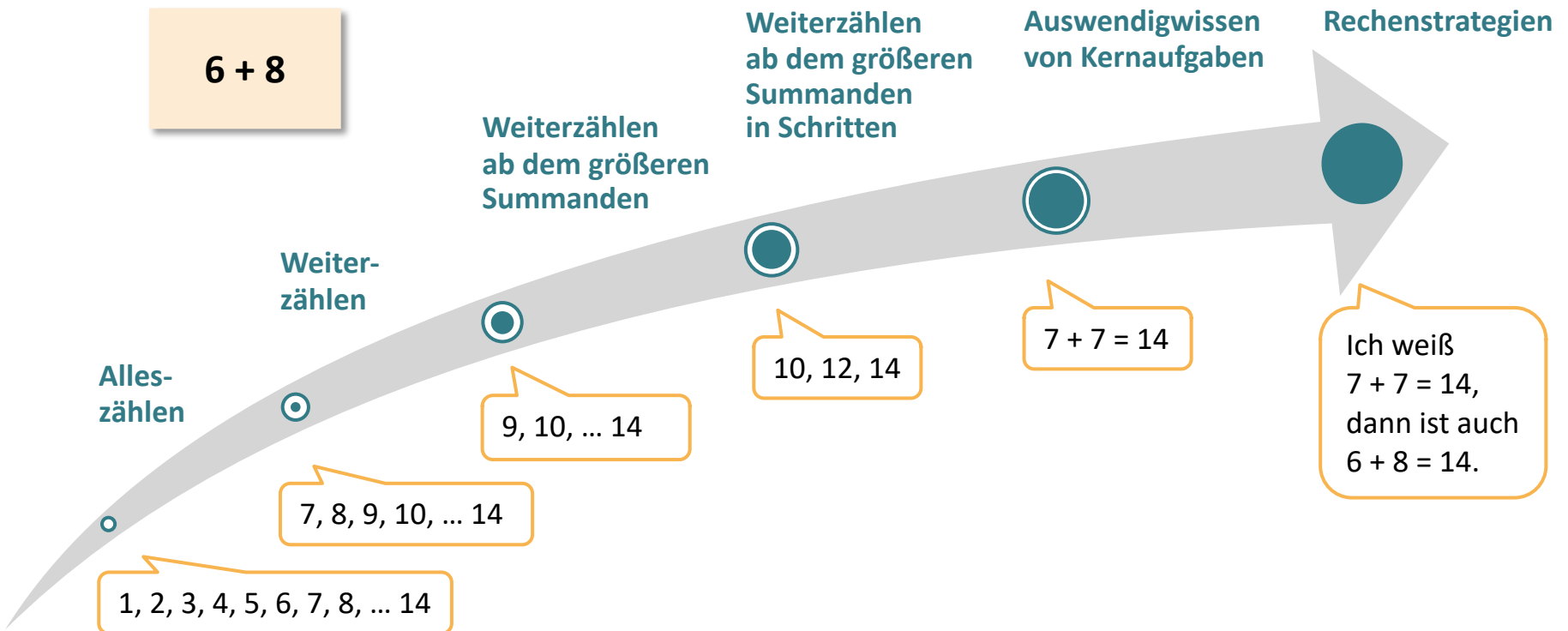


## Zählen

Elementarer Zugang zur Erfassung von Anzahlen

**Wichtig:** Zählen ...

- ist ein wichtiger Schritt im Lernprozess



# Fachdidaktische Hintergründe

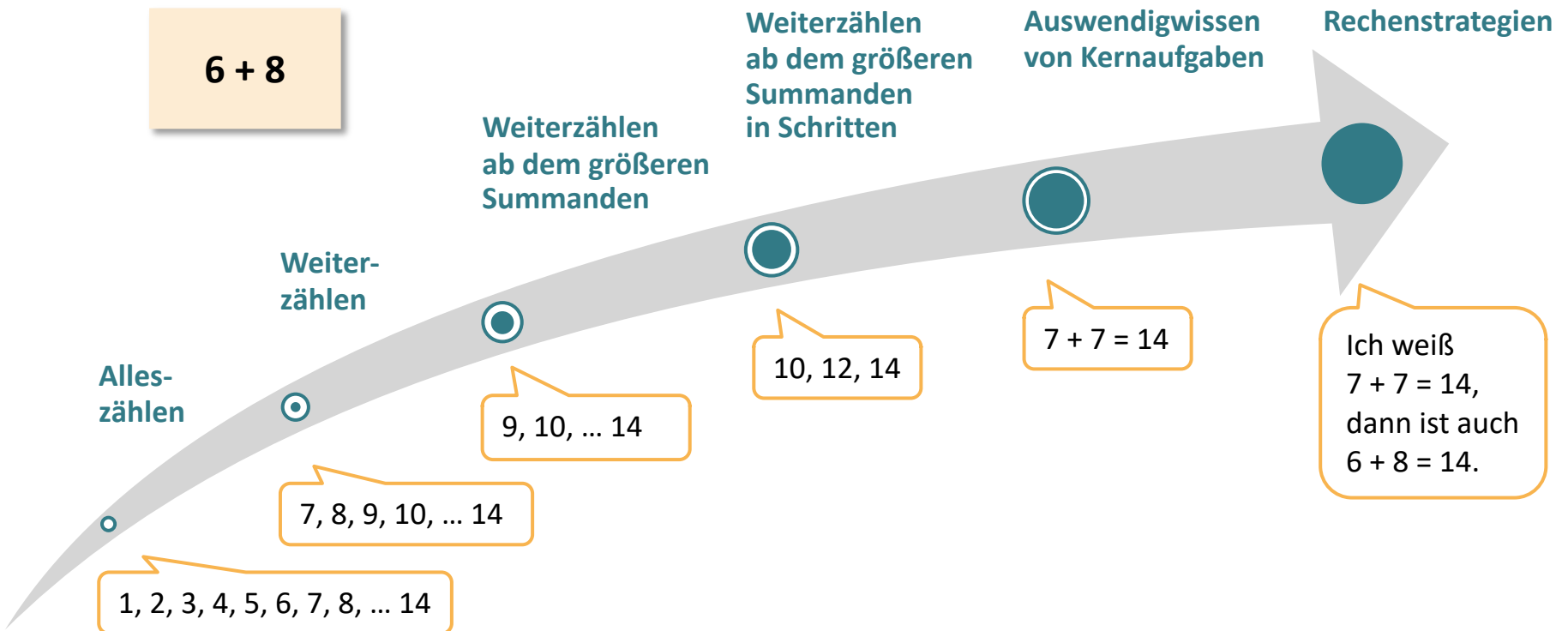


## Zählen

Elementarer Zugang zur Erfassung von Anzahlen

### Darauf kommt es an: Zählen ...

- als Idee zum Ausbau von Wissen über Zahlennachbarn, Vorgänger, Nachfolger,
- später als Sprung zum Zehner vor und zurück,
- dann vor allem als Grundlage für das Verständnis von Nachbaraufgaben (zentrale Rolle: Vorgänger & Nachfolger)



# Fachdidaktische Hintergründe



## Zählen

Elementarer Zugang zur Erfassung von Anzahlen

Gefahr



## verfestigtes Zählen

Indikator für Rechenschwäche

**„Typisch für besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen sind einseitig zählende Vorgehensweisen beim Rechnen“** Gaidoschik et al., 2021, S. 5



→ Warum ist Zählen als Hauptstrategie (m. a. W. verfestigtes Zählen) problematisch?

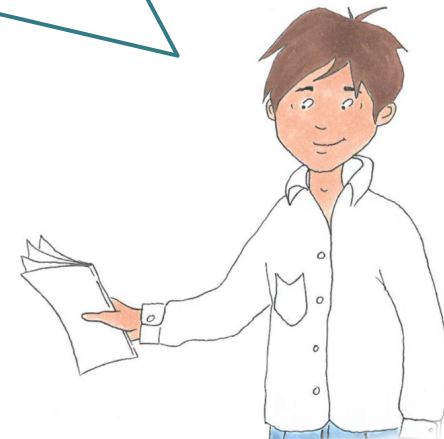
## Vorteile

Ich kann rechnen,  
funktioniert immer,  
erfolgreich und schnell  
(im kleinen Zahlenraum)



## Nachteile

- zeit- und konzentrationsaufwändig
- sehr fehleranfällig
- behindert ...
  - das Erkennen von Zahlstrukturen
  - den Rückgriff auf bereits auswendig verfügbare Zahlensätze
  - den Aufbau von Grundvorstellungen zu Rechenstrategien



Achtung:

Wenn im Unterricht *zählt*,  
VIELE Aufgaben RICHTIG zu lösen,  
dann ist es besonders klug,  
bei vertrauten, bewährten  
Strategien zu bleiben!

# Fachdidaktische Hintergründe



## Typische Anzeichen für verfestigtes Zählen

Ich habe ein Kind mit Schwierigkeiten in meiner Klasse.  
Woran erkenne ich, dass es verfestigt zählt?



# Fachdidaktische Hintergründe



## Typische Anzeichen für verfestigtes Zählen

### 1. Rechnen

Rechne aus. Erkläre deinen Rechenweg.

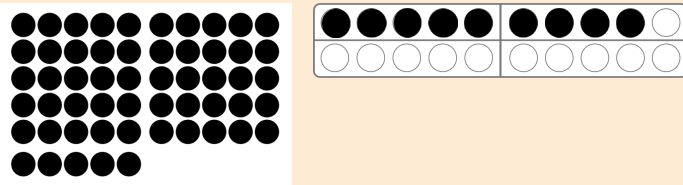
$$13 + 39 =$$

$$34 - 19 =$$

$$3 + 9 =$$

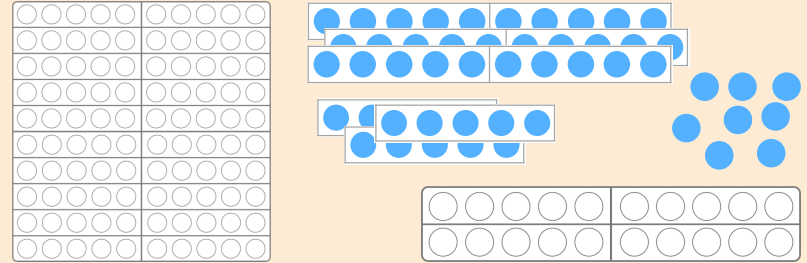
$$14 - 9 =$$

### 2. Anzahlen bestimmen



- Wie viele Punkte sind es?
- 5 Punkte nimmst du weg.  
Wie viele Punkte sind es noch?

### 3. Anzahlen legen



- Lege 27 (7). Wie bist du vorgegangen?
- Kannst du 27 (7) auch anders legen?

### Kurze Denkpause

Stellen Sie sich vor, wie ein Kind, von dem Sie vermuten, dass es Schwierigkeiten beim Rechnen hat, diese Aufgaben lösen würde:

- Wie geht das Kind vermutlich vor?
- Welche Schwierigkeiten/Fehler erwarten Sie?



# Fachdidaktische Hintergründe



## Typische Anzeichen für verfestigtes Zählen

### 1. Rechnen

Rechne aus. Erkläre deinen Rechenweg.

$$13 + 39 = 51$$

$$34 - 19 = 13$$

$$3 + 9 = 11$$

$$14 - 9 = 3$$

### Mögliche Ursachen:

**Additionsaufgaben:** Zählendes Vorgehen, erster Summand wird mitgezählt: 3, 4, ... 11

**Subtraktionsaufgaben:** Fehlerhafte Verwendung der Strategie ‚Hilfsaufgabe‘:  
 $34 - 19 = 34 - 20 - 1$

Bei der Addition aber problemlos ...  
z. B.  $34 + 19 = 34 + 20 - 1$

Fehlerhafte Anwendung von Rechenstrategien (bspw. Übertragung von Additionsstrategien auf die Subtraktion)

Operieren in Einerschritten

Isoliertes Lösen von Rechenaufgaben (Beziehungen zwischen Zahlen und Termen nicht genutzt)

### Kurze Denkpause (mit Handheben):

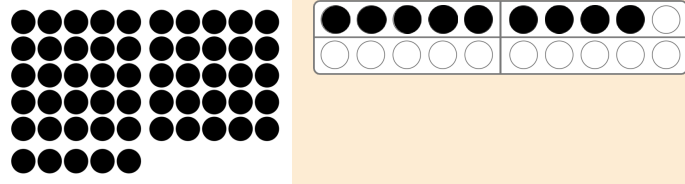
- Wie hat das Kind vermutlich gerechnet?
- Welche Erklärung kann es für dieses Vorgehen geben?

# Fachdidaktische Hintergründe



## Typische Anzeichen für verfestigtes Zählen

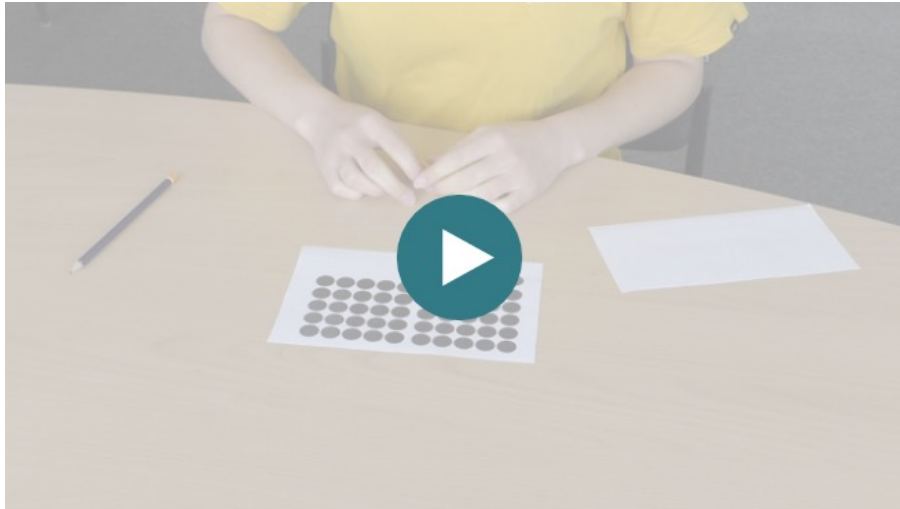
### 2. Anzahlen bestimmen



- Wie viele Punkte sind es?
- 5 Punkte nimmst du weg.  
Wie viele Punkte sind es noch?

Zählen in Einzelschritten

Erkennen bzw. nutzen keine größeren Einheiten (z. B. Zehnerbündel) oder Strukturen



### Kurze Denkpause

- Was kann Lina?
- Welche Schwierigkeiten sehen Sie?

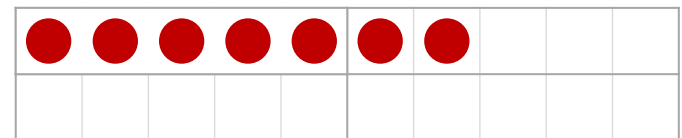
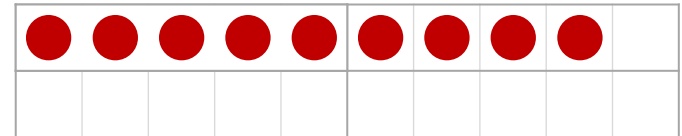
# Fachdidaktische Hintergründe



## Typische Anzeichen für verfestigtes Zählen

- L: Super. Dann lege du mir doch mal Sieben.
- S: Ja (*nimmt 2 von den 9 weg*)
- L: Kannst du die Sieben auch noch anders legen?
- S: Äh, nein.
- L: Wieso nicht?
- S: Weil hier Fünf sind und dann steht hier. Sechs und Sieben.  
(*zeigt auf das 5. Plättchen, dann auf das 6. und 7. Plättchen*)
- L: Könnte ich denn die Sieben auch so legen?  
(*legt die 2 Plättchen unter den 5er Streifen*)
- S: Mmh.
- L: Wieso nicht?
- S: Weil dann wären's Zwölf.

... eingeschränkte (meist ordinale) Zahlvorstellung



## Kurze Denkpause

- Was kann Sibo?
- Welche Schwierigkeiten sehen Sie?

# Fachdidaktische Hintergründe



## Typische Anzeichen für verfestigtes Zählen

... eingeschränkte (meist ordinale)  
Zahlvorstellung

Zählen in Einerschritten

Erkennen bzw. nutzen keine größeren  
Einheiten (z. B. Zehnerbündel) oder  
Strukturen

Fehlerhafte Anwendung von  
Rechenstrategien (bspw. Übertragung von  
Additionsstrategien auf die Subtraktion)

Operieren in Einerschritten

Isoliertes Lösen von Rechenaufgaben  
(Beziehungen zwischen Zahlen und  
Termen nicht genutzt)

## Weitere allgemeine Anzeichen:

- häufig Fehler im Zahlenraum  $> 20$
- viel Zeit zum Rechnen
- Schwierigkeiten eigene Lösungswege zu beschreiben/darzustellen
- (verstecktes) Benutzen der Finger
- viel Zeit zum Rechnen bei größeren Zahlen

Denken Sie an „Ihr Kind“:

Welche der genannten Anzeichen  
konnten Sie bereits beobachten?

# Einschub: Verstehensgrundlagen und Schwierigkeiten diagnostizieren



Diagnostische Erkenntnisse sollten stets „**förderorientiert**“ ausgerichtet sein!

Das beinhaltet: Kompetenzorientierung, Subjektorientierung, Prozessorientierung

Dazu nötig:

- Erkenntnisse gewinnen (nicht allein mit schriftlichen Tests ...)
- sorgsame Beobachtungen der Lösungswege
- differenziert-diagnostische Gespräche mit den Kindern
- kompetenzorientierte Fehleranalyse

# Einschub: Verstehensgrundlagen und Schwierigkeiten diagnostizieren



**Achtung:** Bei der Diagnose geht es nicht allein um das Beobachten des Rechnens, sondern auch

**a) um die prozessbezogenen Kompetenz Darstellen:**

Wie kann das Kind mit Material agieren,  
wie stellt es Zahlen, Aufgaben dar,  
wie beschreibt es diese...?

**b) um die prozessbezogenen Kompetenzen Kommunizieren und Argumentieren:**

Wie kann das Kind Beziehungen zwischen Nachbaraufgaben erfassen,  
beschreiben, begründen...?

# Gliederung

1. Zählen und verfestigtes Zählen
2. **Ablösung vom verfestigten Zählen - aber wie?**
3. Förderbausteine zur Ablösung vom verfestigten Zählen
4. Rückschau: Verstehensgrundlagen und Leitideen zur Ablösung vom verfestigten Zählen

# Ablösung vom verfestigten Zählen – aber wie?

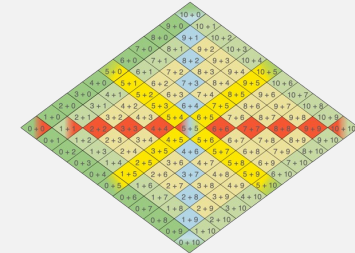


Ich weiß nicht, wie ich die Aufgabe anders lösen kann.

Auswendiglernen  
– ein geeigneter Weg?



- Für das 1+1 insgesamt 121 isolierte Einzelfakten, weitere 121 für das 1-1
- Mühsam!
- Was, wenn ein Ergebnis vergessen wurde?

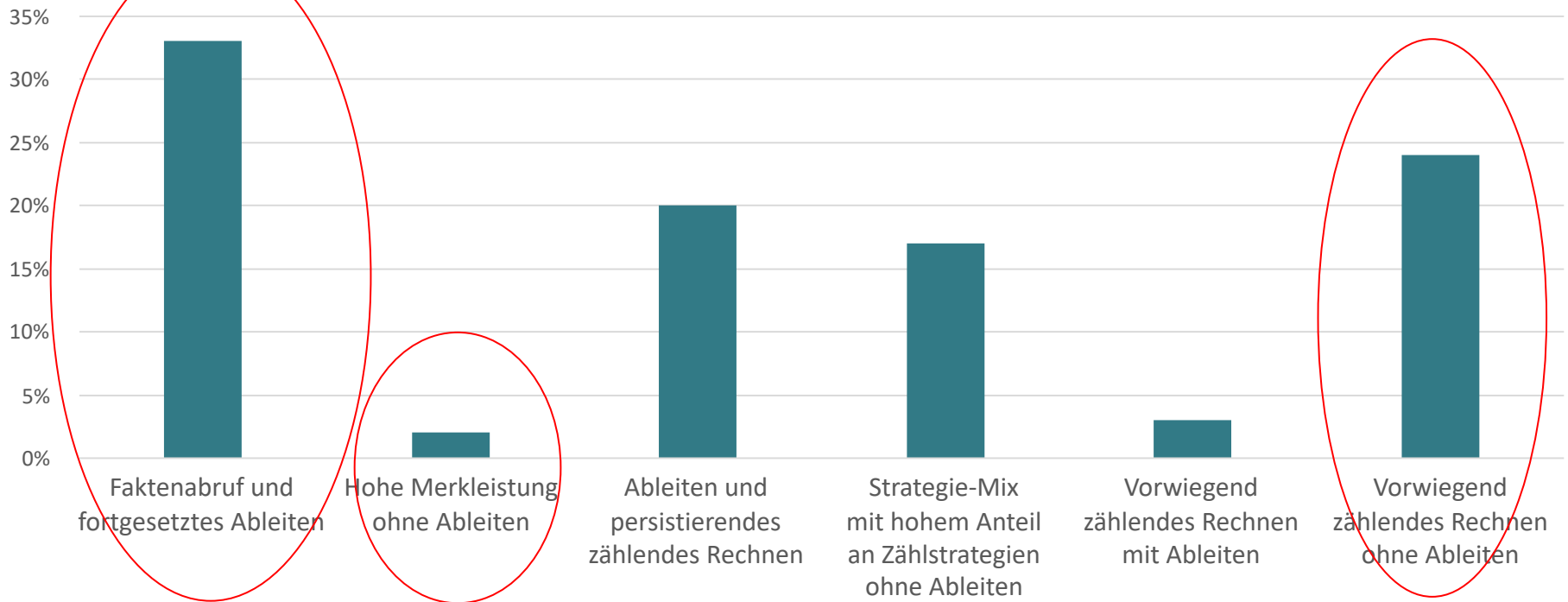




# Ablösung vom verfestigten Zählen – aber wie?



„Strategietypen“ unter 139 österreichischen Kindern,  
Ende 1. Schuljahr (vgl. Gaidoschik 2010)



- Auswendige Verfügbarkeit scheint mit Ableiten einherzugehen
- Ableiten erfolgt selten, wenn vorwiegend zählend gerechnet wird.
- **Entwicklung von Ableitungsstrategien sollte gezielt unterstützt werden**



Versetzen Sie sich die Lage von Kindern am „Zählanfang“.

## Selbsterfahrungsaktivität: Buchstabenrechnen

Stellen Sie sich vor, die Buchstaben des Alphabets sind Zahlworte (a = 1, b = 2, ... v = 22).

1. Warm Up: Zählen Sie:

- vorwärts ab "a".
- vorwärts ab "p".
- rückwärts ab "k".

# Ablösung vom zählenden Rechnen: Verstehensgrundlagen identifizieren

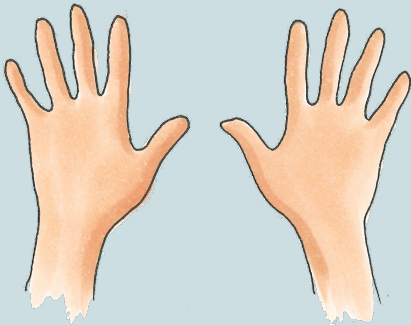


Versetzen Sie sich die Lage von Kindern am „Zählanfang“.

## Selbsterfahrungsaktivität: Buchstabenrechnen

Stellen Sie sich vor, die Buchstaben des Alphabets sind Zahlworte (a = 1, b = 2, ... v = 22).

2. Wie viele Finger sehen Sie?



**Achtung: Ohne in das bekannte Zahlssystem zu übersetzen!**

**Überlegen Sie:**

Wie sind Sie vorgegangen?



Versetzen Sie sich die Lage von Kindern am „Zählanfang“.

## Selbsterfahrungsaktivität: Buchstabenrechnen

Stellen Sie sich vor, die Buchstaben des Alphabets sind Zahlworte (a = 1, b = 2, ... v = 22).

3. Rechnen Sie und notieren Sie ihre Lösung.

- Das Doppelte von e =
- $e + f =$
- $f + h =$
- $k - e =$
- $k - j =$

**Achtung: Ohne in das bekannte Zahlssystem zu übersetzen!**

## Padletaktivität 1:

Halten Sie die Ergebnisse der Rechnungen jeweils im Padlet fest und beschreiben Sie, wie Sie vorgegangen sind.

# Ablösung vom zählenden Rechnen: Verstehensgrundlagen identifizieren



Versetzen Sie sich die Lage von Kindern am „Zählanfang“.

**Selbsterfahrungsaktivität**

Halten Sie die Ergebnisse der Rechnungen fest und beschreiben Sie, wie Sie vorgegangen sind.

**Ablösung vom zählenden Rechnen: Verstehensgrundlagen identifizieren**  
Versetzen Sie sich die Lage von Kindern am „Zählanfang“.

**Achtung: Ohne in das bekannte Zahlensystem zu übersetzen!**

**Das Doppelte von e**

Ergebnis j

J

j

j

a = 1  
b = 2  
c = 3  
d = 4  
e = 5

5+5=10

e = 5 also 5+5 = 10 → j

j- von e weitergezählt

Fingerteilzählen

j

zuerst von a bis e gezählt, dann 5 plus 5 gerechnet, dann die 10 in den Buchstaben zurückübersetzt vorwärts zählend von a =1

Abzählen

bis e gezählt, bis j weitergezählt

j (an den Fingern gezählt)

e bekannt und das j=10

**e + f**

K

k

Nachbaraufgabe e+e bekannt

e und f umgerechnet in Zahlen und dann wieder in Buchstaben

e+e = j, eins dazu → k

alles mit den Fingern ;-)

k

e = 5 weiß ich von vorheriger Aufgabe also ist f = 6

5 + 6 = 11

e ist 5 und f der nachfolger, also 6, Ergebnis 11, also k

eins mehr als j = k

**f + h**

Nachbaraufgabe e+e gemerkt, dann +1 bzw. 2 Buchstaben dazu

n ... bei e+f, 3 dazu also n

h sind 8, von f 8 weiter → n

f 0=6, h=8 → 14

f = 6  
g  
h = 8

6 + 8 = 14

**k - e**

k ist bekannt, e auch ... aber doch wieder Zahlen im Kopf gehabt

Umkehraufgabe von e + f

j = 10 von erster Aufgabe  
k = 11

11 - 6 = 5

**k - j**

Ergänzen bzw. Unterschied bestimmen, weil j vor k kommt

k ist Nachfolger von j

+

# Ablösung vom zählenden Rechnen: Verstehensgrundlagen identifizieren



1. Verständnis für Beziehungen und Zusammenhänge von Zahlen und Aufgaben
2. Entwicklung operativer Grundstrategien bzw. strategischer Werkzeuge (Zusammenhänge und Beziehungen nutzen)

## Kardinale Zahlbeziehungen (er)kennen

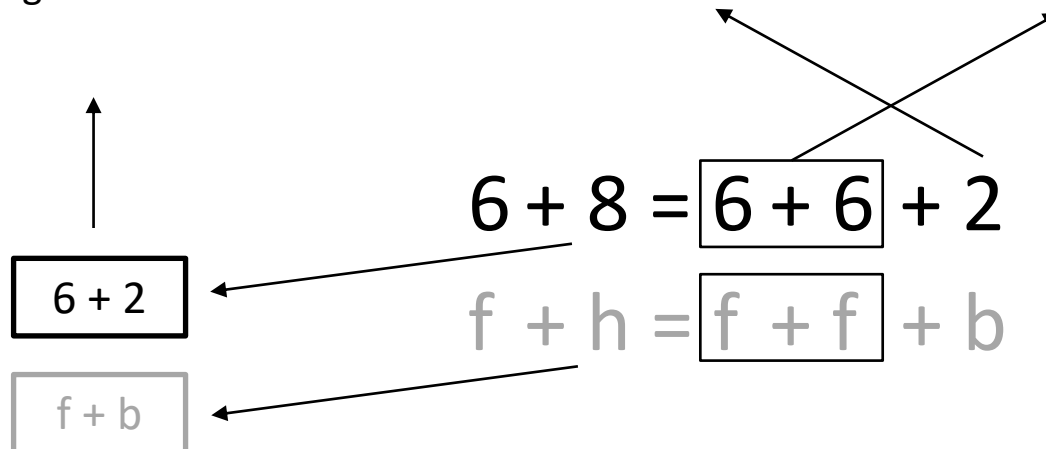
- Wissen, dass man Zahlen zerlegen kann
- Zerlegungen automatisiert haben

## Anzahlen strukturiert sehen

- In größeren Einheiten zählen können

## Zahl- und Aufgabenbeziehungen nutzen

- Beziehungen zwischen Aufgaben (er)kennen
- Einfache Aufgaben automatisiert haben



# Verstehensgrundlagen und Schwierigkeiten



1. Verständnis für Beziehungen und Zusammenhänge von Zahlen und Aufgaben
2. Entwicklung operativer Grundstrategien bzw. strategischer Werkzeuge (Zusammenhänge und Beziehungen nutzen)

**Kardinale Zahlbeziehungen  
(er)kennen**

**Anzahlen  
strukturiert sehen**

**Zahl- und Aufgaben-  
beziehungen nutzen**

... eingeschränkte (meist  
ordinale) Zahlvorstellung

Zählen in Einerschritten

Operieren in Einerschritten

Erkennen bzw. nutzen keine  
größeren Einheiten (z. B.  
Zehnerbündel) oder  
Strukturen

Isoliertes Lösen von  
Rechenaufgaben  
(Beziehungen zwi. Zahlen und  
Termen nicht genutzt)

# Gliederung

1. Zählen und verfestigtes Zählen
2. Ablösung vom verfestigten Zählen – aber wie?
3. **Förderbausteine zur Ablösung vom verfestigten Zählen**  
**Baustein 1: Kardinale Zahlbeziehungen (er)kennen**  
Baustein 2: Anzahlen strukturiert sehen  
Baustein 3: Zahl- und Aufgabenbeziehungen nutzen
4. **Rückschau: Verstehensgrundlagen und Leitideen zur Ablösung vom verfestigten Zählen**



# Verstehensgrundlagen und Schwierigkeiten



1. Verständnis für Beziehungen und Zusammenhänge von Zahlen und Aufgaben
2. Entwicklung operativer Grundstrategien bzw. strategischer Werkzeuge (Zusammenhänge, & Beziehungen nutzen)

**Kardinale Zahlbeziehungen  
(er)kennen**

Anzahlen  
strukturiert sehen

Zahl- und Aufgaben-  
beziehungen nutzen

... eingeschränkte (meist  
ordinale) Zahlvorstellung

Zählen in Einerschritten

Operieren in Einerschritten

Erkennen bzw. nutzen keine  
größeren Einheiten (z. B.  
Zehnerbündel) oder  
Strukturen

Fehlerhafte Anwendung von  
Rechenstrategien (bspw.  
Übertragung der Add. auf die  
Subtraktion)

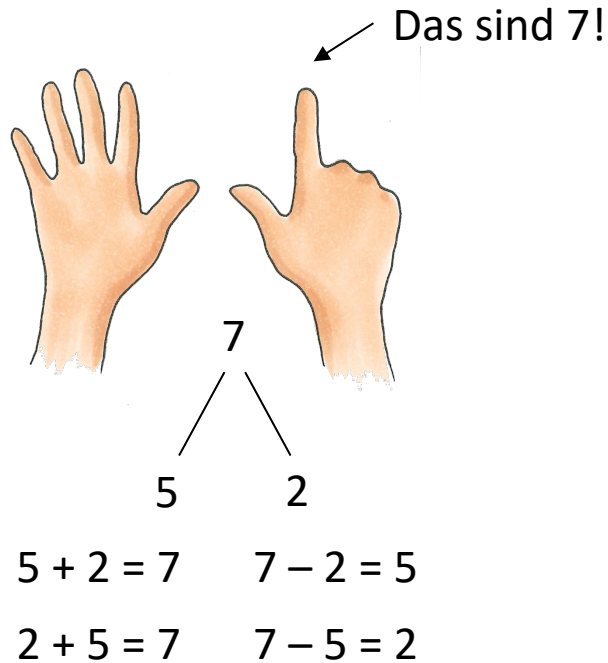
Isoliertes Lösen von  
Rechenaufgaben  
(Beziehungen zwi. Zahlen und  
Termen nicht genutzt)

# Worum geht es?



## Aufbau vertiefter Einsichten in Zahlbeziehungen

... eingeschränkte (meist ordinale) Zahlvorstellung



Zusätzlich notwendig:  
Vorstellung von Zahlen als Mengen, die sich zerlegen und zusammenfügen lassen

### 1. Kardinale Zahlbeziehungen (er)kennen

„Mit dem Zerlegen von Zahlen kann zum einen die kardinale Struktur von Zahlen (Mengenstruktur) erschlossen werden, zum anderen ist es aber auch die unverzichtbare Basis für das nichtzählende Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben“

(Schipper, 2009, S. 94)

„Kindern mit (mathematischen) Lernschwächen fehlt (...) oft die Erkenntnis, dass sich **Zahlen wiederum aus anderen Zahlen zusammensetzen.**“

Häsel-Weide et al., 2015, S. 51,  
Hervorhebung KH)

# Hintergründe



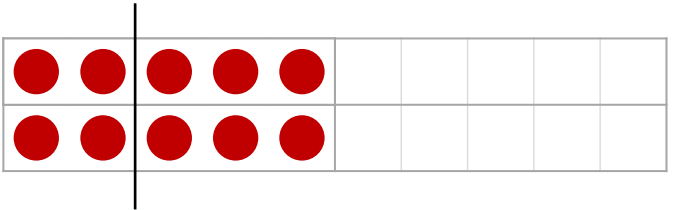
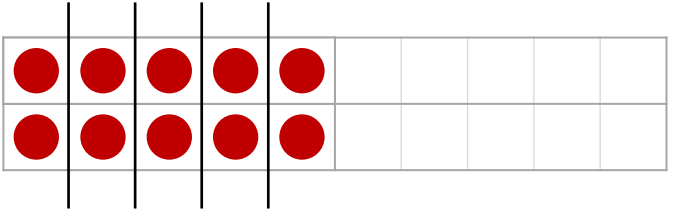
Teil-Ganzes-Verständnis: Einsicht, dass ein Ganzes auf unterschiedliche Weise in Teile zerlegt werden kann und sich aus Teilen zusammensetzt

1. Verständnis: Zahl als Menge (kardinale Zahlvorstellung)
2. Menge (Ganze) kann in gleich große oder ungleichgroße Teilmengen zerlegt werden
3. Menge (Ganze) kann in beliebig viele Teilmengen zerlegt werden

Wesentliche Einsichten:

- das Ganze verändert sich **nicht**, wenn nichts weggenommen oder dazu getan wird
- das Ganze **verändert sich**, wenn nur ein Teil verändert wird

## 1. Kardinale Zahlbeziehungen (er)kennen



# Wesentliche Schritte im Lernprozess



1. Beziehungen zwischen Zahlen verstehen und systematisieren
  - *Zerlegen* von Zahlen (Teil-Ganzes-Konzept)
  - *Vergleichen* von Zahlen (relationales Zahlkonzept)
2. Zahlzerlegungen automatisieren

## 1. Kardinale Zahlbeziehungen (er)kennen

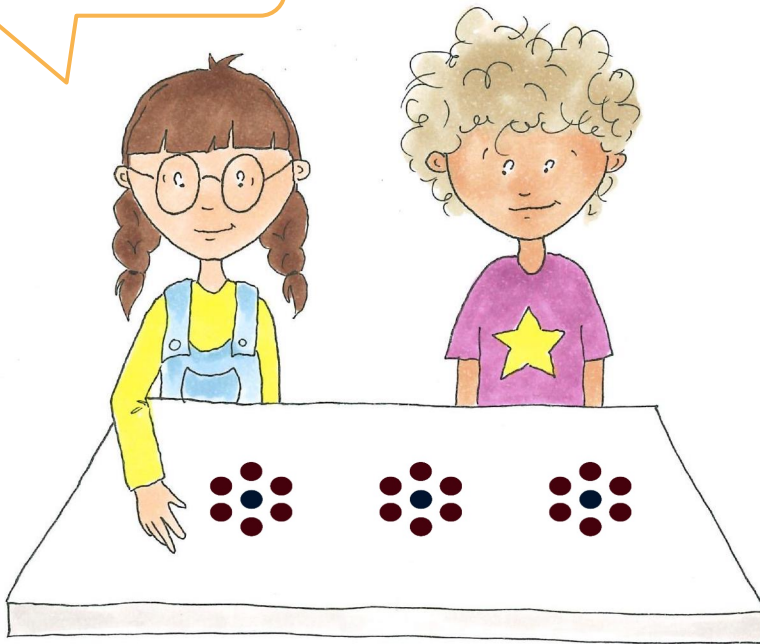
- Beziehungen verstehen
- Zerlegung automatisieren

# Beziehungen zwischen Zahlen verstehen



## Zerlegen von Zahlen

Ich sehe 3 Punkte  
und 4 Punkte



### 1. Kardinale Zahlbeziehungen (er)kennen

- Beziehungen verstehen
- Zerlegung automatisieren

### Aktivität: Immer x (Immer 7)

Material: Punktebilder, Stift

### Aktivität zu zweit

- Kinder erhalten 3 Abbildungen mit dem gleichen Punktemuster
- Kind 1: nennt eine Zerlegung
- Kind 2: kreist ein

Anschließend wechseln die Kinder die Rollen

# Beziehungen zwischen Zahlen verstehen



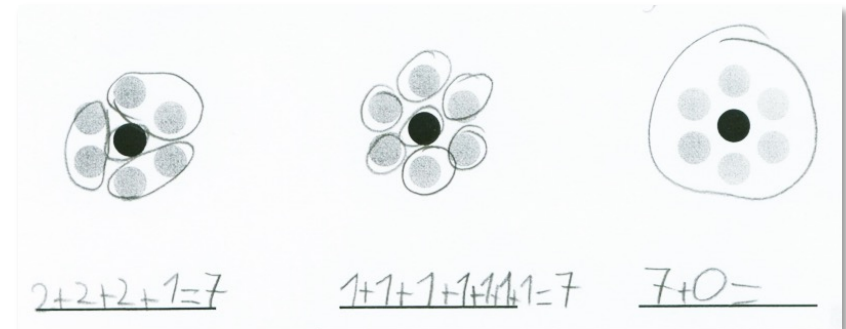
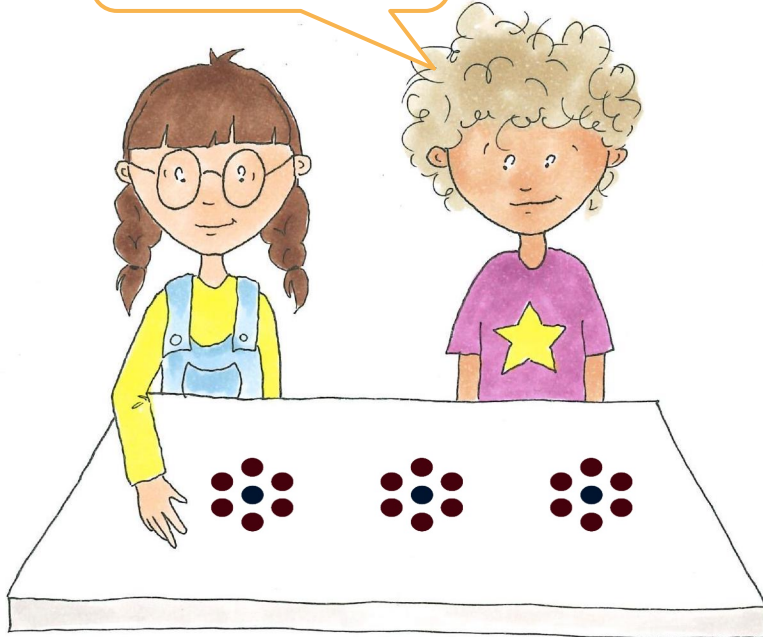
## Zentrale Erkenntnisse

- eine Menge kann auf unterschiedliche Weise zerlegt werden
- eine Zerlegung kann auf unterschiedliche Weise dargestellt werden kann

### 1. Kardinale Zahlbeziehungen (er)kennen

- **Beziehungen verstehen**
- Zerlegung automatisieren

Ist 7 und 0 auch eine Zerlegung?



# Beziehungen zwischen Zahlen verstehen



**Fokus:** Zerlegungen von Zahlen in 2 Summanden

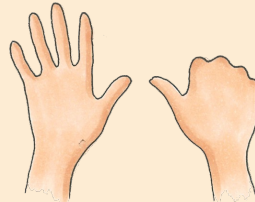
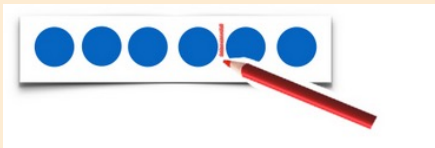
**Ziele:** verschiedene Zahlzerlegungen einer Zahl in 2 Summanden entdecken und (mittelfristig) mentale Vorstellungsbilder zu den Zahlzerlegungen aufbauen

## 1. Kardinale Zahlbeziehungen (er)kennen

- **Beziehungen verstehen**
- Zerlegung automatisieren

### Aktivität: Immer x (Immer 6)

Finde verschiedene Möglichkeiten die Zahl \_\_\_ in zwei Teile zu zerlegen.



Material: Punktebilder (Fingerbilder), Stift oder Finger oder Holzwürfel

**Fokussierung:**  
Zerlegen 'kleinerer'  
Zahlen (2; 3; 4)

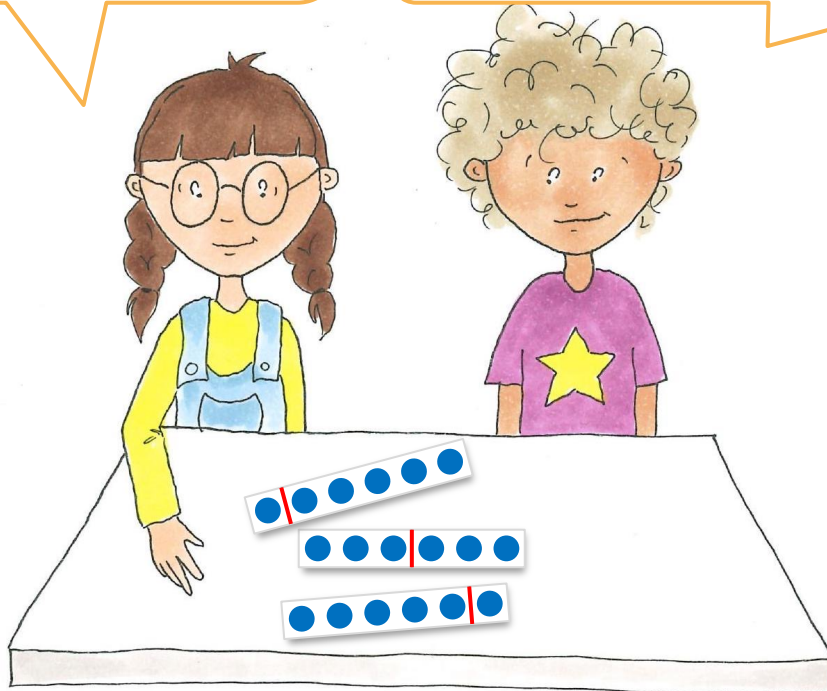
Fokussierung auf  
die Zerlegungen  
der Zahlen 5 und 10

# Beziehungen zwischen Zahlen verstehen



Zählen 1 und 5  
sowie 5 und 1 als  
zwei verschiedene  
Zerlegungen?

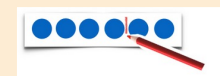
Wie viele unterschiedliche  
Zerlegungen gibt es zu der Zahl?



## 1. Kardinale Zahlbeziehungen (er)kennen

- Beziehungen verstehen
- Zerlegung automatisieren

### Aktivität: Immer x (Immer 6)





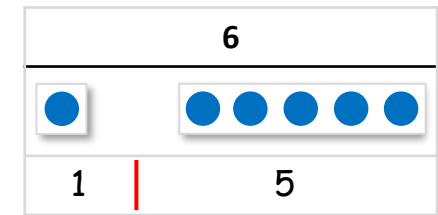
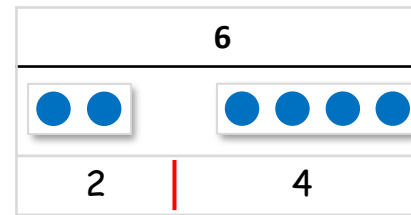
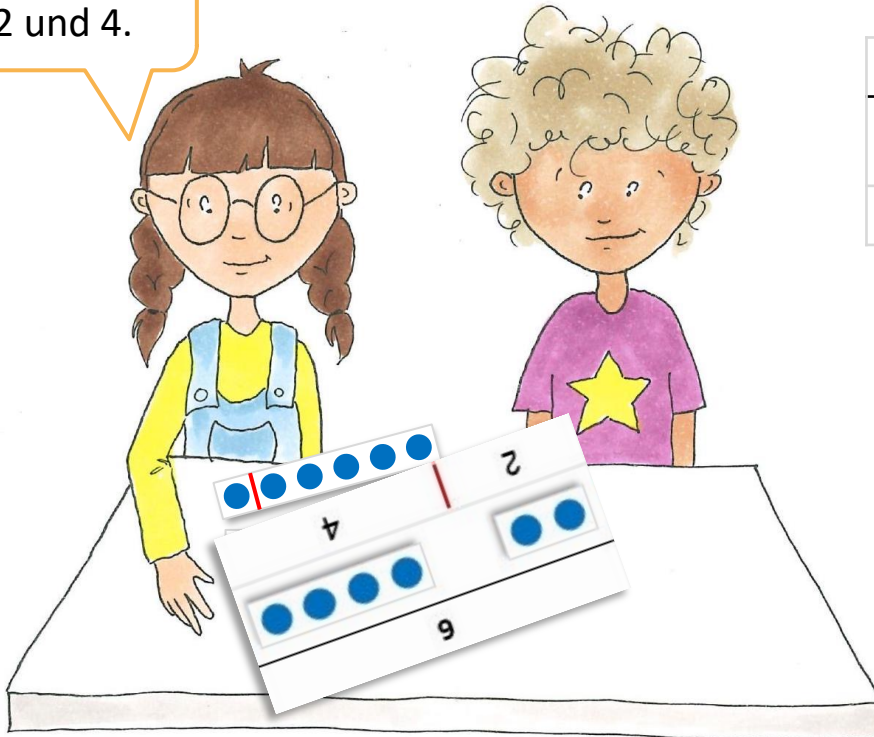
# Beziehungen zwischen Zahlen verstehen



**Darauf kommt es an:** Verstehensprozesse unterstützen durch Darstellungsvernetzung

1. Handlungsbegleitende Mathesprache
2. Zerlegungen dokumentieren

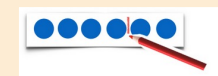
Ich zerlege 6  
in 2 und 4.



## 1. Kardinale Zahlbeziehungen (er)kennen

- Beziehungen verstehen
- Zerlegung automatisieren

### Aktivität: Immer x (Immer 6)



# Beziehungen zwischen Zahlen verstehen



**Darauf kommt es an:** Beziehungen zwischen Zahlzerlegungen herstellen und beschreiben (Kinder gezielt dazu anregen)

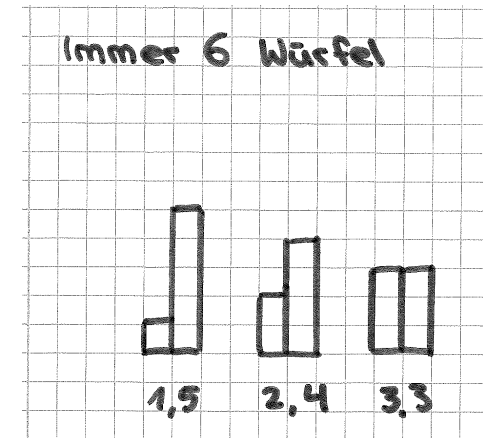


Ich lege vom rechten Turm 1 Würfel auf den linken Turm. Aus dem 1,5er Turm mache ich einen 2,4er Turm.

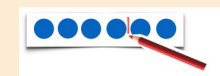
Im linken Turm wird es ein Baustein mehr, im rechten Turm wird es ein Baustein weniger

## 1. Kardinale Zahlbeziehungen (er)kennen

- Beziehungen verstehen
- Zerlegung automatisieren



### Aktivität: Immer x (Immer 6)



# Beziehungen zwischen Zahlen verstehen



**Darauf kommt es an:** Verstehensprozesse unterstützen durch Darstellungsvernetzung

## 1. Kardinale Zahlbeziehungen (er)kennen

- Beziehungen verstehen
- Zerlegung automatisieren

## Aktivität: Quartett (Paare finden)

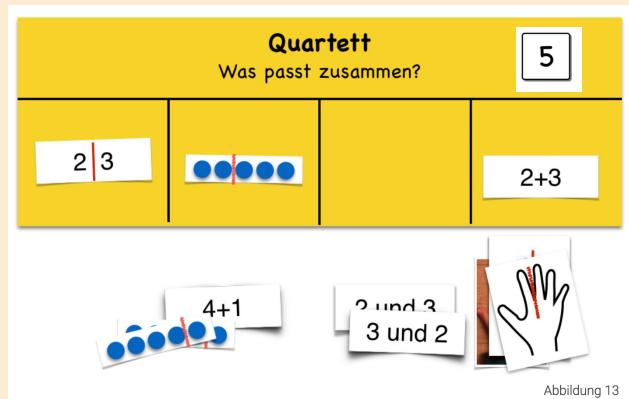
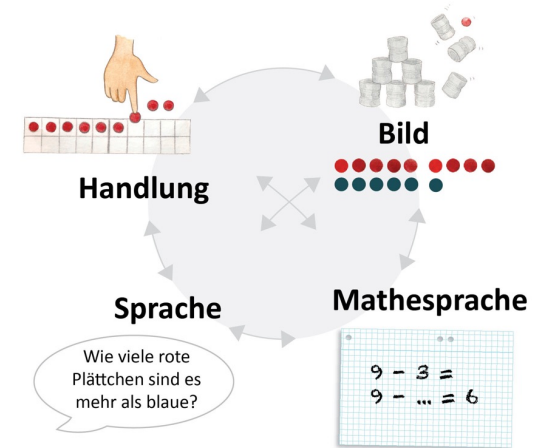


Abbildung 13

Material: Karten mit verschiedenen Darstellungen der Zahlzerlegungen (Darstellung an das verwendete Anschauungsmaterial anpassen)



**Achtung!**  
**Zerlegen ist nicht Addieren.**

**Wichtig:**  
Begründung einfordern, warum die Karten zusammenpassen.

# Beziehungen zwischen Zahlen verstehen



## Systematisieren:

Alle Zahlzerlegungen zu einer Zahl finden

### 1. Kardinale Zahlbeziehungen (er)kennen

- Beziehungen verstehen
- Zerlegung automatisieren

## Aktivität: Finde alle Zahlzerlegungen der Zahl x.

Immer 6. Zerlege!

	3	3
	5	1
	4	2

6	
2	4

6	
1	5

Material: Sortiertafel, Papierstreifen mit abgebildeten Punkten, Stift

**Achtung! Nicht zu schnell auf die formale Ebene wechseln!**

geeignetes (strukturierbares) Material verwenden (bspw. Punktfelder, Finger, Würfel)

# Beziehungen zwischen Zahlen verstehen



## Systematisieren:

Alle Zahlzerlegungen zu einer Zahl finden

**Darauf kommt es an:** Strukturierungen  
und strukturelle Vergleiche gezielt anregen

### 1. Kardinale Zahlbeziehungen (er)kennen

- **Beziehungen verstehen**
- Zerlegung automatisieren

## Immer 6. Zerlege!

	3	3
	5	1
	4	2

Was fällt dir auf?  
Sind das alle Zerlegungen?  
Woher weißt du das?

Wie kannst du vorgehen, damit du  
sicher alle Zerlegungen findest?  
Wie kannst du überprüfen, ob du  
alle Zerlegungen gefunden hast?

# Beziehungen zwischen Zahlen verstehen



## Systematisieren:

Alle Zahlzerlegungen zu einer Zahl finden

**Darauf kommt es an:** Strukturierungen und strukturelle Vergleiche gezielt anregen

### 1. Kardinale Zahlbeziehungen (er)kennen

- Beziehungen verstehen
- Zerlegung automatisieren

Immer 6!	
	$3 + 3$
	$2 + 4$
	$1 + 5$
	$0 + 6$
	$6 + 0$

Emil

Immer 6!	
$6 + 0$	
$0 + 6$	
$5 + 1$	
$1 + 5$	
$4 + 2$	

Theo

Immer 6!	
$6 + 0$	
$5 + 1$	
$4 + 2$	
$3 + 3$	
$4 + 2$	

Lea

## Kurze Denkpause:

Welche verschiedenen Systematisierungen sehen Sie?

Wie gehen Sie im Unterricht / in Fördersituationen weiter vor?

# Beziehungen zwischen Zahlen verstehen
















## Systematisieren:

Alle Zahlzerlegungen zu einer Zahl finden

**Darauf kommt es an:** Strukturierungen und strukturelle Vergleiche gezielt anregen

### 1. Kardinale Zahlbeziehungen (er)kennen

- Beziehungen verstehen
- Zerlegung automatisieren

	Immer 6!	Immer 6!	Immer 6!
Emil	 $3 + 3$	$6 + 0$ 	$6 + 0$ 
	 $2 + 4$	$0 + 6$ 	$5 + 1$ 
	 $1 + 5$	$5 + 1$ 	$4 + 2$
	 $0 + 6$	$1 + 5$ 	$3 + 3$ 
	 $6 + 0$	$4 + 2$	$4 + 2$
	 $6 + 0$		
Theo			
Lea			

Vergleiche einmal die Sortierungen von Lea und Emil, was fällt dir auf? Erkläre!

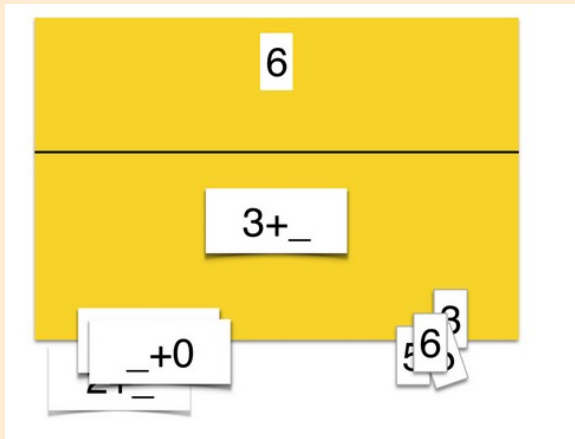
Lea hat die Zerlegungen anders sortiert als Emil! Was ist anders? Erklär mal!

# Beziehungen zwischen Zahlen verstehen



## Aktivität: Ergänzen von Zahlzerlegungen

Welche Zahl fehlt? Ergänze!



Material: Zerlegungstafel, Streifen mit Additionsaufgaben (ein Summand verdeckt), Ziffernkarten

## 1. Kardinale Zahlbeziehungen (er)kennen

- Beziehungen verstehen
- Zerlegung automatisieren



# Automatisierung der Zahlzerlegungen im Zahlenraum bis 10 (bis 5)



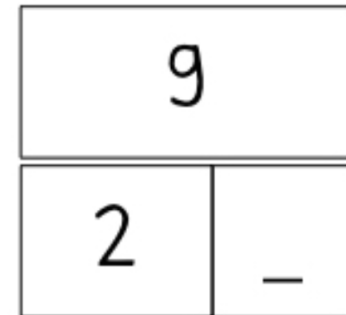
„Zur Basis für nicht-zählende Lösungsstrategien wird das Teile-Ganzes-Konzept also erst dann, wenn ein *bestimmtes*, im Sinne von *Teilen und Ganzem* gedachtes *Zahlentripel* bereits auch *automatisiert* ist.

Es bedarf, über das *grundsätzliche* Verständnis von ‚Zahlen als Zusammensetzungen aus anderen Zahlen‘ hinausgehend, auch eines bereits automatisierten Wissens darüber, *welche spezifischen* Zahlen zueinander in diesem Zusammenhang stehen.“

(Gaidoschik, 2010a, S. 114,  
Hervorhebungen im Original)

## 1. Kardinale Zahlbeziehungen (er)kennen

- Beziehungen verstehen
- **Zerlegung automatisieren**



# Automatisierung der Zahlzerlegungen im Zahlenraum bis 10 (bis 5)

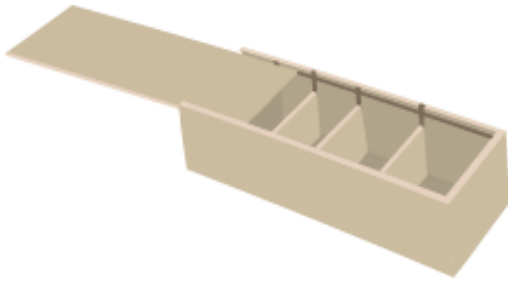


Insbesondere Kinder mit Lernschwierigkeiten haben häufig Schwierigkeiten mit der Automatisierung, diese gelingt oft nur verzögert, fragmentarisch oder mit einem hohen Übungsaufwand.

## 1. Kardinale Zahlbeziehungen (er)kennen

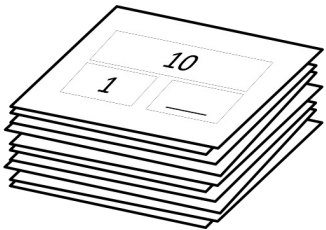
- Beziehungen verstehen
- Zerlegung automatisieren

## Automatisierung in Strategiegruppen

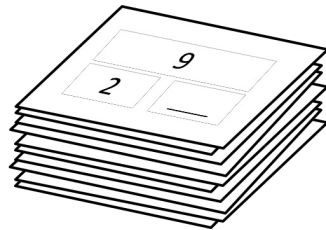


Wie können insbesondere Kinder mit Lernschwierigkeiten bei der Automatisierung von Zahlzerlegungen unterstützt werden?

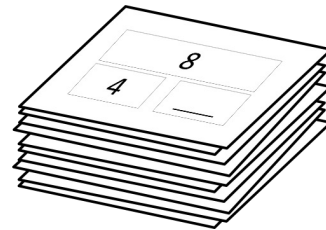
„1 und“



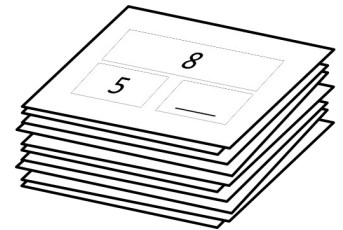
„2 und“



„Hälften“



„Kraft der Fünf“



# Automatisierung der Zahlzerlegungen im Zahlenraum bis 10 (bis 5)



Automatisierungsgruppe: Zerlegungen mit 1

5		4		3	
1	—	1	—	1	—

Automatisierungsgruppe: Zerlegungen mit 2

5		4		3	
2	—	2	—	2	—

Rückseite Automatisierungsgruppe: Zerlegungen mit 1

● ●●●		● ●●		● ●●	
●	—	●	—	●	—

## 1. Kardinale Zahlbeziehungen (er)kennen

- Beziehungen verstehen
- Zerlegung automatisieren

# Unterrichtsmaterial Baustein 1: Kardinale Zahlbeziehungen (er-)kennen

diese und weitere Diagnose-Förderaktivitäten befinden sich im Baustein (1) Kardinale Zahlbeziehungen (er-)kennen: Zahlzerlegungen und Zahlzusammensetzungen verstehen und systematisch betrachten (ZR 20)

<https://maco.dzlm.de/abloesung-vom-zaehlenden-rechnen>



## Förderbaustein 1

### Kardinale Zahlbeziehungen (er-)kennen: Zahlzerlegungen und Zahlzusammensetzungen verstehen und systematisch betrachten (ZR 20)

Autorinnen: Lena Maiß, Franziska Tilke & Karina Höveler

unter Beratung von: Samira Cormann, Lara Marie Graf, Uta Häsel-Weide, Marcus Nührenbörger, Alissa Werner & Inga Wienhues

Stand: September 2022



Dieses Material wurde von Lena Maiß, Franziska Tilke & Karina Höveler unter Beratung von: Samira Cormann, Lara Marie Graf, Uta Häsel-Weide, Marcus Nührenbörger, Inga Wienhues & Alissa Werner entwickelt. Es kann unter der Creative Commons Lizenz BY-SA (Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen) 4.0 International weiterverwendet werden.

#### Zitierbar als

Maiß, L., Tilke, F. & Höveler, K. (2022): Ablösung vom zählenden Rechnen (1) Kardinale Zahlbeziehungen (er-)kennen: Zahlzerlegungen und Zahlzusammensetzungen verstehen und systematisch betrachten (ZR 20). Open Educational Resources.

#### Projektherkunft

Dieses Material wurde für das Projekt Mathematik aufholen nach Corona aufbereitet und wird auch im Projekt QuMath weiter genutzt (beide Projekte gemeinsam von den Ländern finanziert).

#### Hinweis zu verwandtem Material

Förder- und Diagnosematerial zu diesen Themen:  
(1) Kardinale Zahlbeziehungen (er-)kennen: Zahlzerlegungen und Zahlzusammensetzungen verstehen und systematisch betrachten (ZR 20)  
(2) Kardinale Zahlbeziehungen (er-)kennen: Zahlzerlegungen und Zahlzusammensetzungen automatisieren und produktiv üben (ZR 20)  
(3) Anzahlen strukturiert darstellen und erfassen (ZR 20)  
(4) Einfache Aufgaben der Addition und Subtraktion (ZR 20)  
(5) Anzahlen strukturiert darstellen und erfassen (ZR 20)  
(6) Einfache Aufgaben der Addition und Subtraktion im (ZR 100)



Förderbaustein Zahlzerlegungen und -zusammensetzungen 5

## 2. Diagnose- und Förderideen

### 1 Mengen zerlegen

Die Aktivität „Mengen zerlegen“ beruht auf der Förderidee „Immer 7“ von Häsel-Weide, Nührenbörger, Moser Opitz und Wittich (2017, 62 ff.); alle Inhalte sind urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte, einschließlich der Vervielfältigung, Veröffentlichung, Bearbeitung und Übersetzung, bleiben Häsel-Weide, Nührenbörger, Moser Opitz und Wittich vorbehalten.

**Ziel:** Die Lernenden können eine Menge auf unterschiedliche Art und Weise in Teilmengen zerlegen und verstehen, dass die Ausgangsmenge gleich bleibt (Teil-Ganzes-Zerlegung).

#### Einführung

In der Aktivität „immer 7“ geht es darum, zu einer Menge unterschiedliche Zerlegungen zu finden. Wesentlich ist, dass den Kindern einerseits bewusst wird, dass sich ein und dieselbe Menge auf unterschiedliche Weise zerlegen lässt (bspw. in 2, 3 oder 4 Teilmengen) und andererseits eine benannte Zerlegung unterschiedlich in die Menge hineingeudeutet werden kann.

Die Einführung zielt darauf, diese Aktivität vorzubereiten. Vorausgesetzt wird dabei, dass die Kinder bereits ein Verständnis des Begriffs „Zerlegen“ haben.<sup>1</sup> Die Lehrkraft präsentiert 7 Punkte in Form eines Musters an der Tafel / dem Smartboard / der Wand (s. Abb. 2) und fragt: „Wie viele Punkte seht ihr? Wie seid ihr vorgegangen?“ Eine mögliche Kinderantwort wäre: „Ich sehe 7 Punkte“ oder „Ich sehe 7 Punkte: oben 4 und unten 3 Punkte“. Ein anderes Kind wird anschließend beauftragt, an der Tafel / dem Smartboard die verbalisierte Zerlegung zu notieren und passende Teilmengen zu umkreisen. Die Äußerung einer Mitschülerin bzw. eines Mitschülers, was einkreisen ist, kann mehrdeutig sein. Dies bietet Anlass, um im Klassengespräch zu erarbeiten, dass sich eine Zerlegung verschieden darstellen lässt. Nachdem die erste Zerlegung notiert wurde, hängt die Lehrkraft das identische Muster erneut an. Es werden weitere Zerlegungsmöglichkeiten an der Tafel gemeldet.

#### Arbeitsphase

In einer Partnerarbeit erhält jedes Kinderpaar Streifen mit gleichen Mustern (s. Abb. 3). Zunächst erhalten die Kinder Muster mit immer 6 Elementen, später auch Muster mit immer 7 bzw. immer 8 Elementen. Streifenweise beschreibt Kind 1 jeweils drei Zerlegungen, die es in dem Muster sieht, und Kind 2 umkreist und notiert die beschriebenen Zerlegungen. Wichtig ist, dass



Abbildung 2: Tafelbild Einstieg „Mengen zerlegen“; Zeichnung: C. Bendler



Abbildung 3: Aktivität „Mengen zerlegen“; Zeichnungen: C. Bendler

<sup>1</sup> Bei PIKAS finden Sie Anregungen dazu, wie sie den Zerlegungsbegriff erarbeiten können: [https://pikas-kompakt.dzlm.de/sites/pikas/files/uploads/09-ZahlvorstellungenAnfangsunterricht/zahlanf\\_zahlzerlegung.pdf](https://pikas-kompakt.dzlm.de/sites/pikas/files/uploads/09-ZahlvorstellungenAnfangsunterricht/zahlanf_zahlzerlegung.pdf)



Zeitnah verfügbar

# Gliederung

1. Zählen und verfestigtes Zählen
2. Ablösung vom verfestigten Zählen – aber wie?
3. **Förderbausteine zur Ablösung vom verfestigten Zählen**  
Baustein 1: Kardinale Zahlbeziehungen (er)kennen  
**Baustein 2: Anzahlen strukturiert sehen**  
Baustein 3: Zahl- und Aufgabenbeziehungen nutzen
4. **Rückschau: Verstehensgrundlagen und Leitideen zur Ablösung vom verfestigten Zählen**

# Verstehensgrundlagen und Schwierigkeiten



1. Verständnis für Beziehungen und Zusammenhänge von Zahlen und Aufgaben
2. Entwicklung operativer Grundstrategien bzw. strategischer Werkzeuge (Zusammenhänge, & Beziehungen nutzen)

Kardinale Zahlbeziehungen  
(er)kennen

Anzahlen  
strukturiert sehen

Zahl- und Aufgaben-  
beziehungen nutzen

... eingeschränkte (meist  
ordinale) Zahlvorstellung

Zählen in Einerschritten

Operieren in Einerschritten

Erkennen bzw. nutzen keine  
größeren Einheiten (z. B.  
Zehnerbündel) oder  
Strukturen

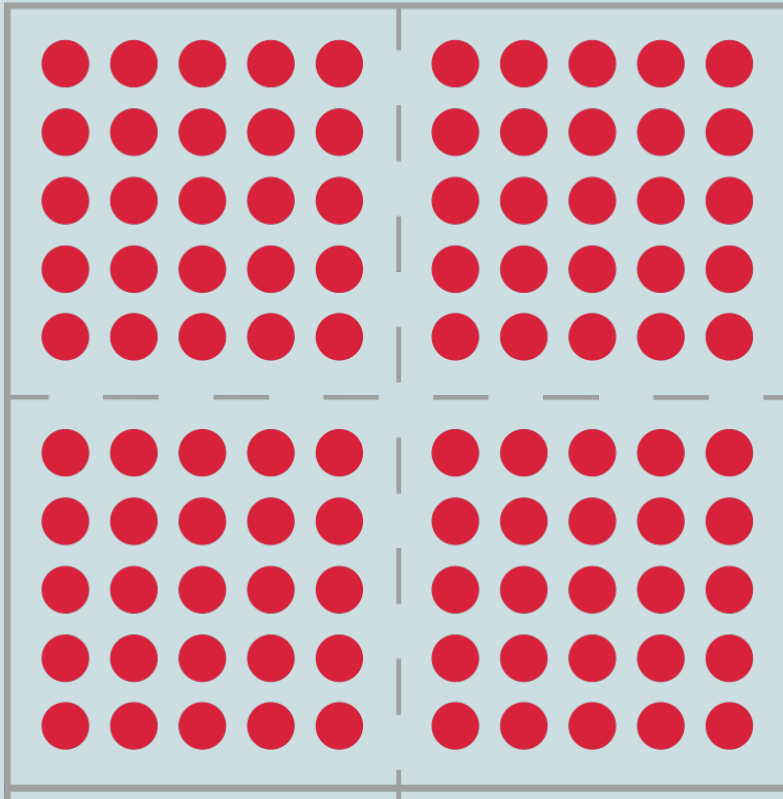
Fehlerhafte Anwendung von  
Rechenstrategien (bspw.  
Übertragung der Add. auf die  
Subtraktion)

Isoliertes Lösen von  
Rechenaufgaben  
(Beziehungen zwi. Zahlen und  
Termen nicht genutzt)

# Worum geht es?



- Wie viele Plättchen sehen Sie?
- Wie erkennen Sie die Anzahl?

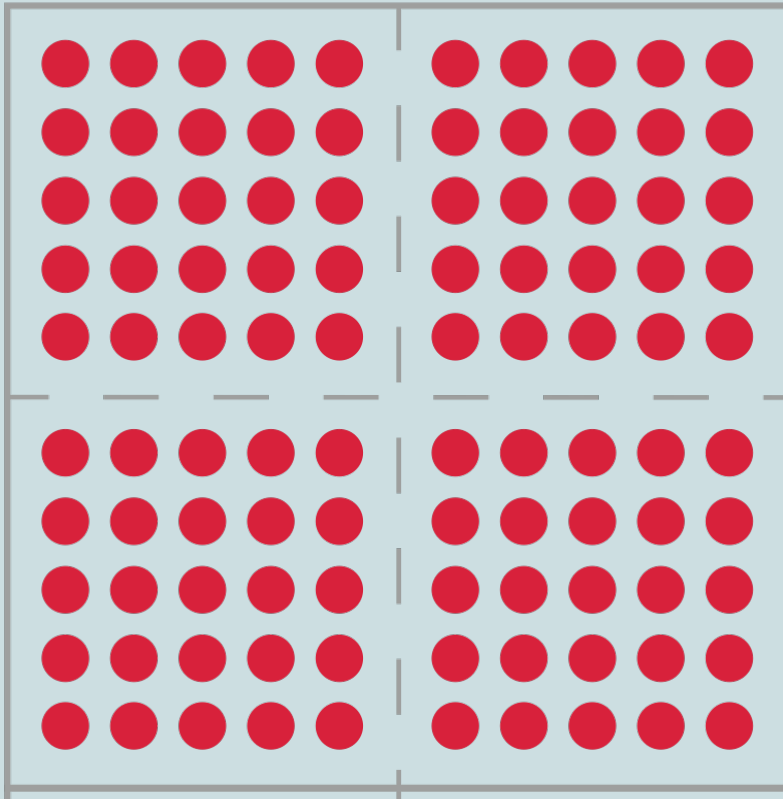


## 2. Anzahlen strukturiert sehen

# Worum geht es?



- Wie viele Plättchen sehen Sie?
- Wie erkennen Sie die Anzahl?

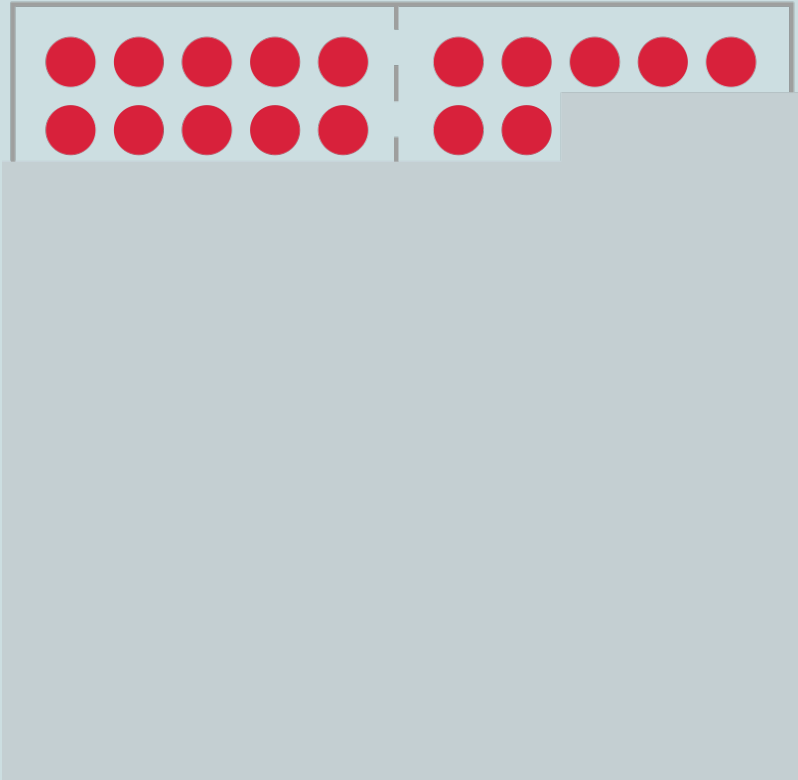


## 2. Anzahlen strukturiert sehen



# Worum geht es?

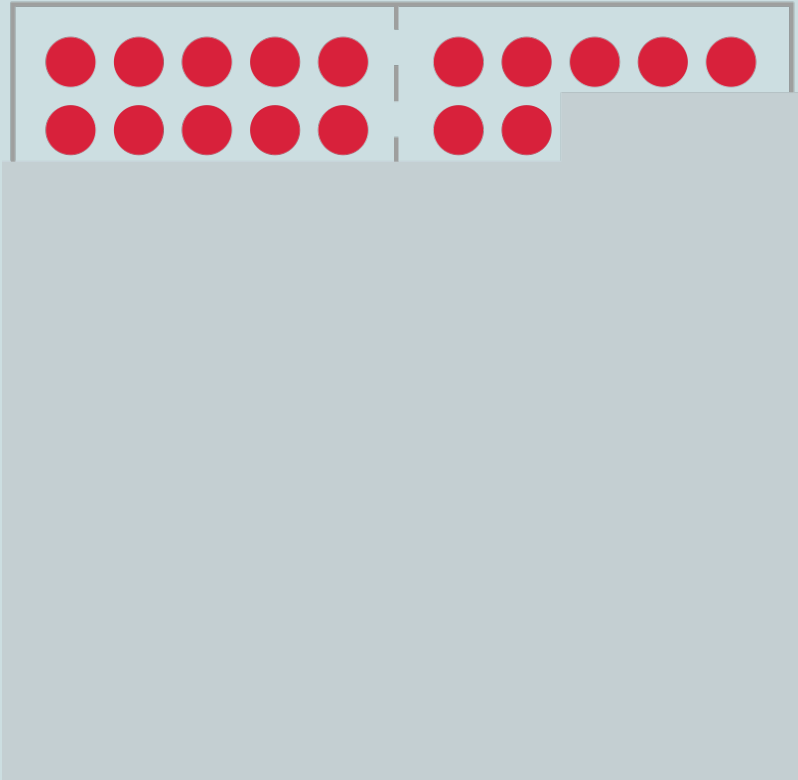
- Wie viele Plättchen sehen Sie?
- Wie erkennen Sie die Anzahl?



## 2. Anzahlen strukturiert sehen

# Worum geht es?

- Wie viele Plättchen sehen Sie?
- Wie erkennen Sie die Anzahl?



## 2. Anzahlen strukturiert sehen

# Worum geht es?

- Bei der Aktivität „Blitz-Blick“ (Schnelles Sehen) wird den Kindern eine Menge **kurz** gezeigt
- Aufgabe der Kinder ist es dann zu erklären, **wie** sie die entsprechende Menge gesehen haben – die korrekte Anzahl ist dabei nachrangig.



## 2. Anzahlen strukturiert sehen

1. Wie viele sind das?

2. Woher weißt du das?



### Simultane Anzahlerfassung

- Anzahl ohne zu zählen „auf einen Blick“ bestimmen
- i. d. R. bis zu vier, Erwachsene bis zu sechs Objekte
- Vereinzelt: Anzahlbestimmung von drei Elementen nur zählend möglich

### Quasi-simultane Anzahlerfassung

- Anzahlen  $> 6$
- Nutzen von Strukturen: Einige Objekte werden zusammengefasst

„Die Fähigkeit zur quasi-simultanen bzw. strukturierten Anzahlerfassung ist deshalb von so grundlegender Bedeutung, da erst durch sie ... der Aufbau tragfähiger Zahlvorstellungen und die Entwicklung von nicht-zählenden Rechenstrategien, gewährleistet wird.“

(Mathe inklusiv mit PIKAS, o. J. a)



# Hintergründe



## Voraussetzungen

- Teil-Ganzes Verständnis
- Automatisierung von Zahlzerlegungen

(Andernfalls müsste die Gesamtanzahl selbst dann zählend ermittelt werden, wenn Teilanzahlen simultan erfasst werden können: Denken Sie an e+e!)

## 2. Anzahlen strukturiert sehen



# Wesentliche Schritte im Lernprozess



## 1. Vertrauen in die Struktur des Materials gewinnen:

- Zahldarstellungen
- Mengenvergleiche
- Anzahlbestimmungen

## 2. Anzahlen strukturiert erfassen

Zunächst konkrete Arbeit am Material (u. a. Finger, Punktefelder),  
erst später Bilder (von Fingern, Punktefeldern)

## 2. Anzahlen strukturiert sehen

- Vertraut werden mit der Struktur
- Anzahlen erfassen



# Vertraut werden mit der Struktur



## Zahlen darstellen – mit Fingern

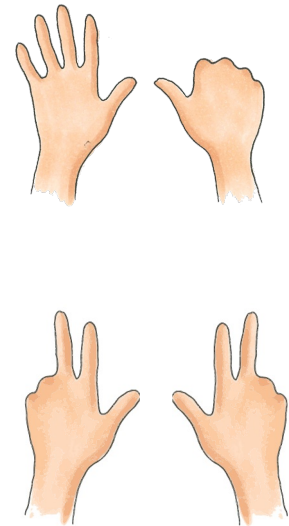
Ziel: Zahlen im Zahlenraum bis 10 mit Fingern statisch darstellen können

### 2. Anzahlen strukturiert sehen

- **Vertraut werden mit der Struktur**
- Anzahlen erfassen

## Aktivität: Fingerzahlen

- Zeige ‚x‘ (,sechs‘, ,vier‘, ...) Finger
- Kannst du die Zahl auch mit anderen Fingern zeigen?  
Gibt es noch eine Möglichkeit?
- Wie viele Finger fehlen noch bis zur fünf?  
Wie viele Finger musst du noch ausstrecken, bis du fünf Finger zeigst?
- Wie viele Finger brauchst du mehr als 5?  
Wie viele musst du zusätzlich zu den fünf Fingern ausstrecken?



## Worauf achten?

Anzahlen mit Fingern **statisch** (als Fingerbild), **nicht dynamisch** (d. h. zählend) darstellen!

# Vertraut werden mit der Struktur



## Vertrauen in die Struktur entwickeln

### 2. Anzahlen strukturiert sehen

- **Vertraut werden mit der Struktur**
- Anzahlen erfassen



Zähl mal deine Finger an einer Hand.  
Wie viele sind es?

Und wie viele Finger hast du an der  
anderen Hand? Zähl ruhig nach.

Und wie ist das mit meiner Hand?  
Habe ich auch fünf Finger?

Jetzt schüttele ich meine Hand.  
Sind es immer noch fünf Finger?

*(Finger zu einer Faust ballen.)*

Und jetzt? Sind es jetzt auch noch  
fünf Finger? Und was passiert,  
wenn ich meine Hand verstecke?

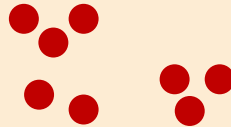


# Vertraut werden mit der Struktur



## Aktivität: Muster im Punktefeld

- Finde verschiedene Möglichkeiten, acht Plättchen in das Zwanzigerfeld zu legen.
- Zeichne deine Lösungen auf.
- Erkläre anderen Kindern bei jeder Möglichkeit, woher du weißt, dass es genau acht sind.



*Material: Zwanzigerfeld (Zehnerfeld) Plättchen*

## 2. Anzahlen strukturiert sehen

- Vertraut werden mit der Struktur
- Anzahlen erfassen

## Padletaktivität 2:

- Finden Sie verschiedene Möglichkeiten. Beschreiben Sie Ihre Möglichkeiten im Padlet.
- Was lernen die Kinder durch diese Aktivität?

# Vertraut werden mit der Struktur



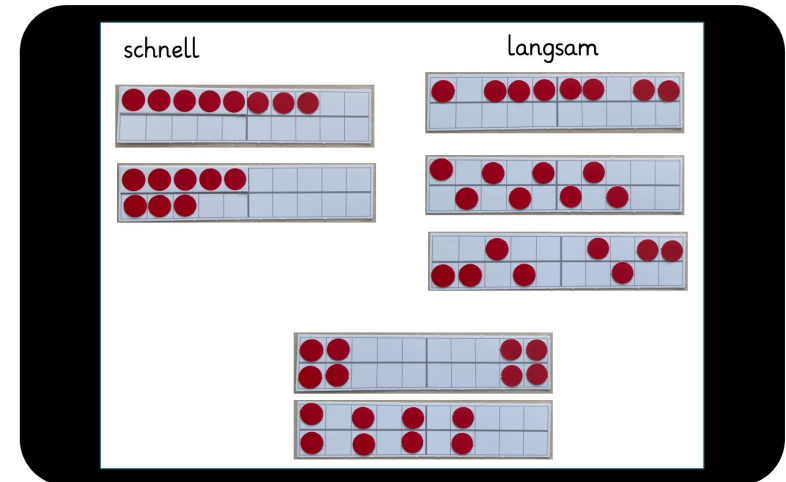
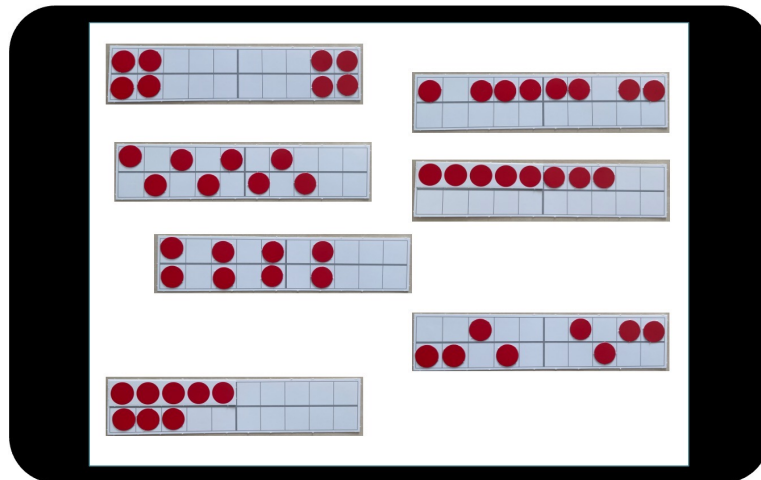
## Darauf kommt es an:

Kinder wiederholt anregen,

- ihre Handlungen und die erfassten Zahldarstellungen, Zahlbeziehungen und Strukturen zu beschreiben und zu erläutern,
- verschiedene Darstellungen zu vergleichen und aufeinander zu beziehen

## 2. Anzahlen strukturiert sehen

- Vertraut werden mit der Struktur
- Anzahlen erfassen



# Vertraut werden mit der Struktur



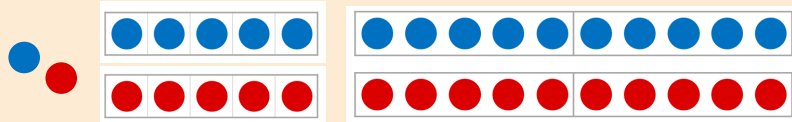
**Darauf kommt es an:** Verstehensprozesse unterstützen durch Darstellungsvernetzung

1. genügend Freiraum für Individualität
2. genügend Struktur für Tragfähigkeit und Nachhaltigkeit

## 2. Anzahlen strukturiert sehen

- **Vertraut werden mit der Struktur**
- Anzahlen erfassen

Finde verschiedene Möglichkeiten, fünf Plättchen in das Zwanzigerfeld zu legen.

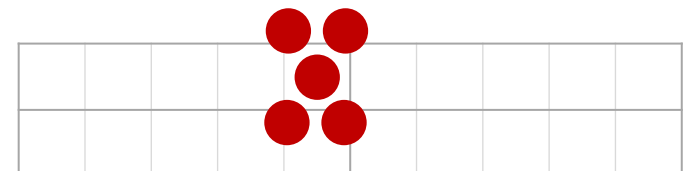
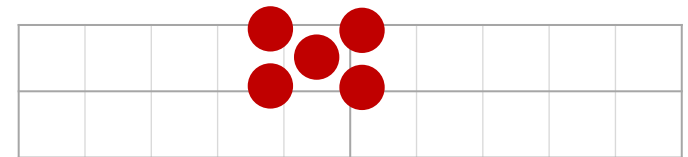
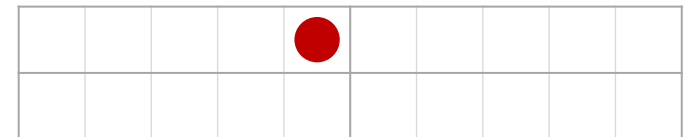


L: Kannst du auch mit fünf Plättchen legen?

S: Ja (*nimmt nacheinander weitere 4 Plättchen und legt sie um das eine Plättchen als Würfelfünf*)

L: Kannst du die Fünf auch anders legen?

S: (*vertauscht die Plättchen, ohne das Bild der Würfelfünf zu ändern*)



# Vertraut werden mit der Struktur



## Mengen vergleichen

### Aktivität: „Mehr, weniger oder gleich viel?“ (Tandemspiel)

Karten mit Punktefeldern werden gerecht verteilt. Kinder decken jeweils eine Karte auf, vergleichen die Anzahl, begründen abwechselnd ob mehr weniger oder gleichviel.

Das Kind mit „mehr“ bekommt beide Karten, bei „gleich viel“ werden beide Karten in der Mitte abgelegt.

*Material: Vorbereitete Zehnerpunktefelder (Zwanzigerpunktefelder) mit verschiedenen Anordnungen oder Fingerbildern*

## 2. Anzahlen strukturiert sehen

- **Vertraut werden mit der Struktur**
- Anzahlen erfassen



# Anzahlen strukturiert erfassen



## Erkennen strukturierter Zahldarstellungen

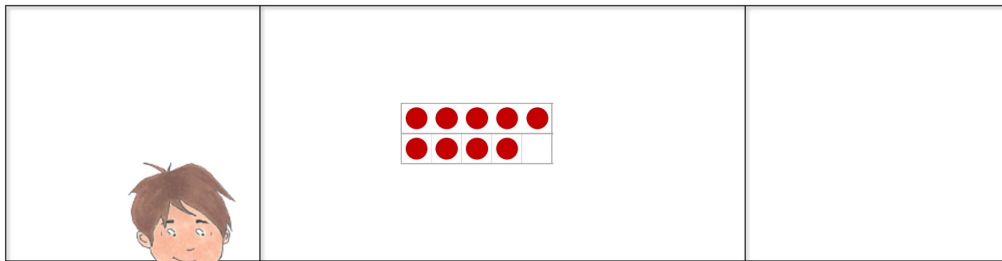
### Aktivität: „Wie viele ...?“

Die Lehrkraft zeigt kurz eine bestimmte Anzahl von Plättchen in einem 10er-Feld (alternativ Fingerbild). Kinder benennen die Anzahl und erklären, wie sie diese gesehen haben.

*Material: 10er-Feld oder 20er-Feld, Wendeplättchen (Finger oder Fingerbilder)*

### 2. Anzahlen strukturiert sehen

- Vertraut werden mit der Struktur
- Anzahlen erfassen



Wie viele genau?  
Woher weißt du, wie viele es  
sind?

# Anzahlen strukturiert erfassen



## Erkennen strukturierter Zahldarstellungen

### Aktivität: „Wie viele ...?“

Die Lehrkraft zeigt kurz eine bestimmte Anzahl von Plättchen in einem 10er-Feld (alternativ Fingerbild). Kinder benennen die Anzahl und erklären, wie sie diese gesehen haben.

*Material: 10er-Feld oder 20er-Feld, Wendeplättchen (Finger oder Fingerbilder)*

### 2. Anzahlen strukturiert sehen

- Vertraut werden mit der Struktur
- **Anzahlen erfassen**



**Tipp:** Blitzblickübungen in der Klasse ritualisieren

Woher weißt du, wie viele es sind?  
Wer hat das noch anders gesehen?  
Beschreibt noch einmal, wie ... das gesehen hat.

Du kannst es nicht genau sagen? Gibt es Ausschnitte, bei denen du dir sicher bist? Wie sahen die aus?

Wie viele Punkte waren es höchstens? Wie viele mindestens?  
Waren das mehr (oder weniger) als 5, 10, 20 ...?

# Anzahlen strukturiert erfassen



## Darauf kommt es an: Verinnerlichung von Strukturen

1. Wie kannst du die Zahl 6 so legen, dass ich sie schnell erkennen kann?

2. Erklär mal!

- 1) konkret legen und beobachten



1. Wie viele sind das?

2. Woher weißt du das?

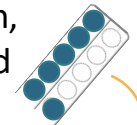
- 2) das andere Kind zeigt kurz die Zahldarstellung



- 4) Gezielt Vorstellungsbild aufrufen



6 Plättchen, oben 5 und unten 1.

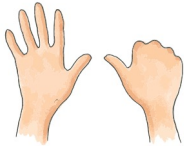
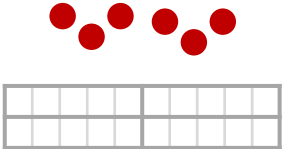
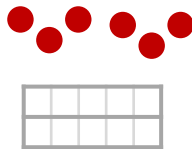
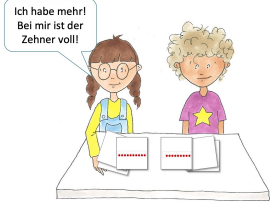
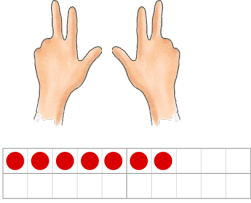


Ich habe unter dem Tuch ein Zehnerfeld. Stell dir vor: Oben liegen fünf Plättchen und unten eins. Wie viele sind das?

- 3) das andere Kind beschreibt die Zahldarstellung ohne Sicht auf das Material



## Unterrichtsmaterial Baustein 2: Anzahlen strukturiert sehen

<b>Material:</b>	Fingerzahlen 	Muster im Punktefeld: im Zwanzigerfeld 	Muster im Punktefeld: im Zehnerfeld 	Mengen vergleichen 	Wie viele ...?, Verinnerlichen von Strukturen 
<b>Verfügbar unter:</b>	(Gaidoschik, 2007)	folgt im Baustein (3) <a href="https://maco.dzlm.de/node/51">https://maco.dzlm.de/node/51</a>	Mathe inklusiv mit PIKAS <a href="https://pikas-mi.dzlm.de/node/630">https://pikas-mi.dzlm.de/node/630</a>	Mathe inklusiv mit PIKAS <a href="https://pikas-mi.dzlm.de/node/630">https://pikas-mi.dzlm.de/node/630</a>	folgt im Baustein (3) <a href="https://maco.dzlm.de/node/51">https://maco.dzlm.de/node/51</a>

weitere Diagnose- und Förderaktivitäten befinden sich im Baustein (3) Anzahlen strukturiert sehen im Zahlenraum 20 demnächst auf <https://maco.dzlm.de/abloesung-vom-zaehlenden-rechnen>



# Gliederung

1. Zählen und verfestigtes Zählen
2. Ablösung vom verfestigten Zählen – aber wie?
3. **Förderbausteine zur Ablösung vom verfestigten Zählen**  
Baustein 1: Kardinale Zahlbeziehungen (er)kennen  
Baustein 2: Anzahlen strukturiert sehen  
**Baustein 3: Zahl- und Aufgabenbeziehungen nutzen**
4. Rückschau und Ausblick

# Verstehensgrundlagen und Schwierigkeiten

1. Verständnis für Beziehungen und Zusammenhänge von Zahlen und Aufgaben
2. Entwicklung operativer Grundstrategien bzw. strategischer Werkzeuge (Zusammenhänge, & Beziehungen nutzen)

Kardinale Zahlbeziehungen  
(er)kennen

Anzahlen  
strukturiert sehen

Zahl- und Aufgaben-  
beziehungen nutzen

... eingeschränkte (meist  
ordinale) Zahlvorstellung

Zählen in Einerschritten

Erkennen bzw. nutzen keine  
größeren Einheiten (z. B.  
Zehnerbündel) oder  
Strukturen

Fehlerhafte Anwendung von  
Rechenstrategien (bspw.  
Übertragung der Add. auf die  
Subtraktion)

Operieren in Einerschritten

Isoliertes Lösen von  
Rechenaufgaben  
(Beziehungen zwi. Zahlen und  
Termen nicht genutzt)



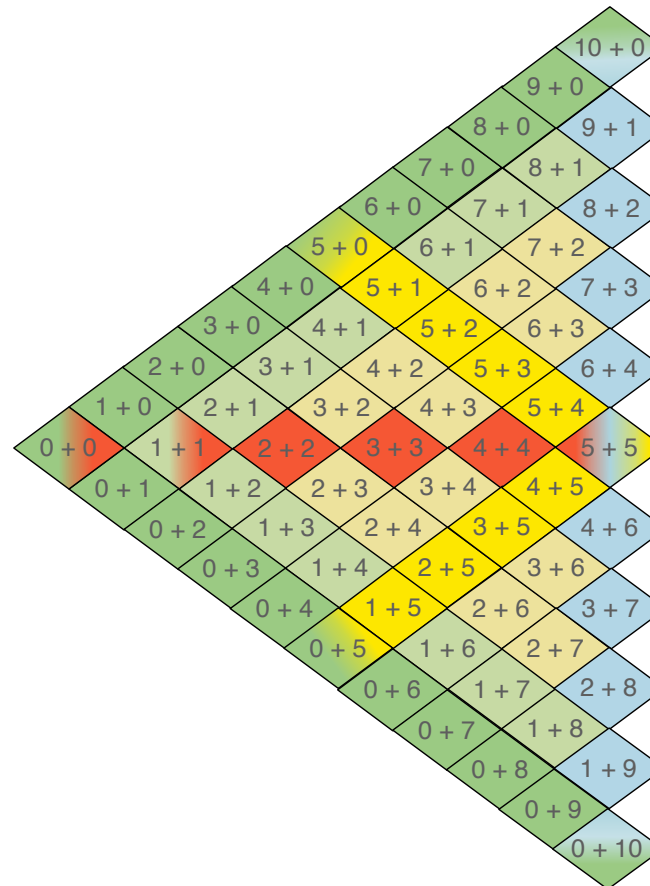
# Hintergrund



## Wichtiges Zwischenziel

- Konzentration auf verstehensbasierte Erarbeitung und Automatisierung des Zahlenraums bis 10

### 3. Zahl- und Aufgabenbeziehungen nutzen





# Vorkenntnisse berücksichtigen



## Aktivität: Einfache und schwierige Aufgaben

Welche Aufgaben findest du einfach?

Welche Aufgaben findest du schwierig?

Sortiere die Karten.

*Material: Einspluseins-Karten, Sortiervorlage bzw. digitale Vorlage*

einfache Aufgaben				schwierige Aufgaben				
3 + 0	1 + 7	0 + 6	5 + 2	7 + 2	2 + 1	4 + 1	8 + 2	2 + 2
2 + 8	5 + 4	7 + 1	1 + 4	5 + 5	3 + 6	4 + 3	6 + 4	

## 3. Zahl- und Aufgabenbeziehungen nutzen

- Vorstellung zu Kernaufgaben
- Aufgabenbeziehungen
- Automatisierung

**Tip:** Zahlzerlegungen und Strukturierungen (Fingerbild, Punktefeld, Zahldarstellung) in einfache und schwierige Aufgaben sortieren

# Vorkenntnisse berücksichtigen



## Padletaktivität 3: Einfache und schwierige Aufgaben

- Betrachten Sie Samirs Sortierung der Aufgaben. Was erfahren Sie durch diese Zuordnungen?
- Welche Fragen würden Sie stellen, um mehr über die Kompetenzen des Kindes zu erfahren?

### 3. Zahl- und Aufgabenbeziehungen nutzen

- Vorstellung zu Kernaufgaben
- Aufgabenbeziehungen
- Automatisierung

einfache Aufgaben	schwierige Aufgaben
$8+2$	$1+7$
$4+1$	$1+4$
$7+1$	$2+8$
$2+2$	$4+3$
$6+4$	
$2+1$	

$3+0$	$0+6$	$5+2$	$7+2$
$5+4$	$5+5$	$3+6$	

Samirs  
Sortierung

# Vorkenntnisse berücksichtigen



## Padletaktivität 3: Einfache und schwierige Aufgaben

### 3. Zahl- und Aufgabenbeziehungen nutzen

- Vorstellung zu Kernaufgaben

**Betrachten Sie Samirs Sortierung der Aufgaben. Was erfahren Sie durch diese Zuordnungen?**

**schwierige Aufgaben:** Der zweite Summand ist immer größer als der 1.

**kleine Zahlen dazu "zählen" ist einfach, Tauschaufgaben sind ihm unbekannt**

**Ihm fällt es leichter höhere Zahlen mit einer kleineren Zahl zu addieren, als umgekehrt. PZ sind noch nicht verinnerlicht.**

**Tauschaufgaben sind noch nicht automatisiert**

**Aufgaben, die 10 ergeben sind einfach. Und Aufgaben, die bis 5 gehen.**

**Er kennt = 10 (verliebte Zahlen) nicht**

**kann noch nicht mit 0 rechnen**

**Einfache Aufgaben ... „Verliebte Paare“, +1, verdoppel**

**Er kennt keine Tauschaufgaben**

**Die größere Zahl muss für Samir vorne sein - er zählt weiter**

**Samir ordnet Aufgaben nach zweitem Summanden**

**Schwere Aufgaben die, bei denen ihm nicht klar ist, dass er tauschen könnte**

**Aufgaben sind leicht, wenn die große Zahl vorne steht**

**Bei den einfachen Aufgaben ist der 1. Summand immer die größere Zahl**

**Samir zählt vermutlich hoch, daher sind Aufgaben mit kleinem 2. Summanden leichter.**

**2. summand größer ist schwieriger**

**plus 1 oder plus 2 zu rechnen ist einfacher als größere Zahlen zu addieren**

**Zahlenraum bis 5 ist sicherer.**

**der Wert 0 ist ihm nicht bekannt, was addiert man da?**

**evtl: schwierige Aufgaben → mehr Zählerarbeit, da größere Summanden**

**Aktivität: Einfache und schwierige Aufgaben**  
Welche Aufgaben findest du einfach?  
Welche Aufgaben findest du schwierig?  
Sortiere die Karten.  
*Material: Einspluseins-Karten, Sortiervorlage bzw. digitale Vorlage*

**Welche Fragen würden Sie stellen, um mehr über die Kompetenzen des Kindes zu erfahren?**

**Wie rechnest du...?**

**Warum ist ... einfach/schwer?**

**Warum ist die Aufgabe 1+7 für dich schwierig?**

**Kennst du noch mehr Aufgaben die zehn ergeben?**

**Welche Verdopplungsaufgaben kennst du noch?**

**Kennst du Zerlegungen der Zahl neun?**

**Was ist mit den restlichen Aufgaben?**

Samirs Sortierung



# Vorkenntnisse berücksichtigen



## Darauf kommt es an: Begründungen einfordern



Warum ist diese Aufgabe einfach/schwierig für dich?

Wie hast du das so schnell herausbekommen? Kann man auch andere Aufgaben so rechnen?

### 3. Zahl- und Aufgabenbeziehungen nutzen

- Vorstellung zu Kernaufgaben
- Aufgabenbeziehungen
- Automatisierung

einfache Aufgaben	schwierige Aufgaben
$8+2$	$1+7$
$4+1$	$1+4$
$7+1$	$2+8$
$2+2$	$4+3$
$6+4$	
$2+1$	
$3+0$	
$0+6$	
$5+2$	
$7+2$	
$5+4$	$5+5$
	$3+6$

Samirs  
Sortierung

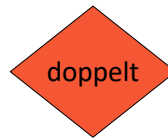
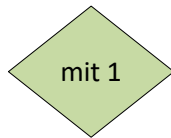
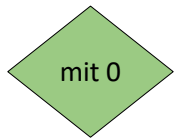
# Vorstellungen zu Kernaufgaben



## Einfache Zahlstrukturen werden zu einfachen Aufgaben

### 3. Zahl- und Aufgabenbeziehungen nutzen

- Vorstellung zu Kernaufgaben
- Aufgabenbeziehungen
- Automatisierung



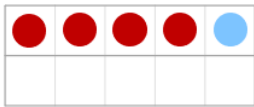
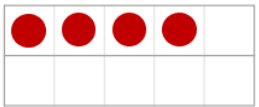
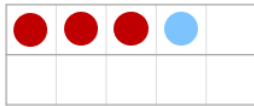
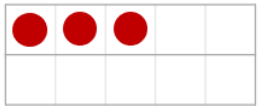
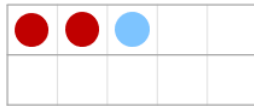
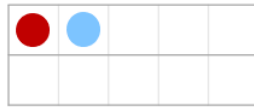
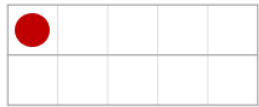
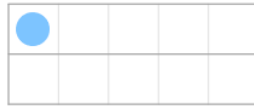
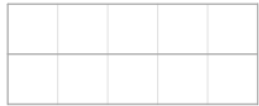
Bleibt gleich

eins mehr

Verdoppeln/  
Spiegeln

Fünferstreifen  
dazulegen  
(Handbilder)

10 zerlegen



### MaCo-Lernvideo



Erforschen  
der Struktur-  
merkmale der  
Kernaufgaben-  
Familien

# Vorstellungen zu Ableitungsstrategien



## „Schwierige“ Aufgaben über Kernaufgaben bzw. einfache Aufgaben lösen

### 3. Zahl- und Aufgabenbeziehungen nutzen

- Vorstellung zu Kernaufgaben
- **Aufgabenbeziehungen**
- Automatisierung

Wenn ein Kind gerade  
 $4 + 4$  gerechnet hat:  
Hilft ihm das für  $5 + 4$ ?  
Oder muss es  $5 + 4$  ganz  
neu rechnen?



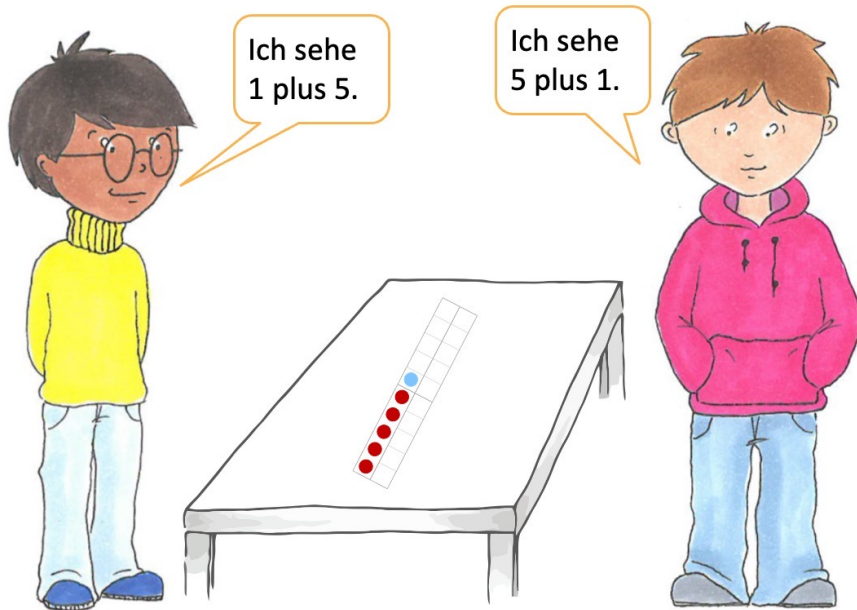
Welche leichte Rechnung  
hilft für  $6 + 5$ ?

Welche leichte Rechnung  
hilft für  $7 + 6$ ?

# Vorstellungen zu Ableitungsstrategien



## Aufgabenbeziehungen entdecken: Tauschaufgaben



### Aktivität: Tauschaufgaben erkunden

Welche Plusaufgaben kann man im Zwanzigerfeld sehen?

*Material: Punktebilder im Zwanzigerfeld*

### 3. Zahl- und Aufgabenbeziehungen nutzen

- Vorstellung zu Kernaufgaben
- **Aufgabenbeziehungen**
- Automatisierung

### Regel zu Tauschaufgaben finden

Finde eine allgemeine Regel:  
„Wenn man bei einer Plusaufgabe die beiden Zahlen vertauscht, dann ...“

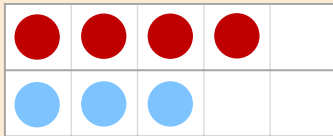
Überlege: Funktioniert das bei Minusaufgaben auch? Warum? Warum nicht?

# Vorstellungen zu Ableitungsstrategien



## „Schwierige“ Aufgaben über Kernaufgaben bzw. einfache Aufgaben lösen

### Aktivität: Einfache Aufgaben verändern



1 dazulegen

1 wegnehmen

1 umdrehen

*Material: Additionsaufgaben im Zehnerfeld  
(Zwanzigerfeld), Veränderungskarten*

### 3. Zahl- und Aufgabenbeziehungen nutzen

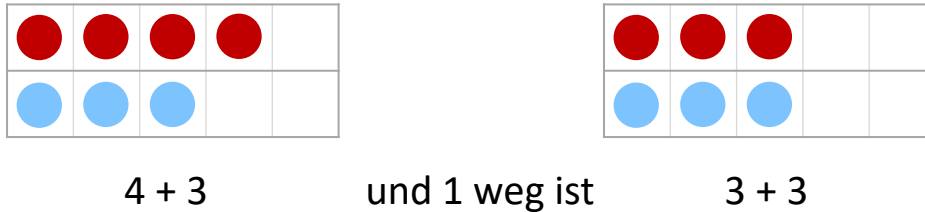
- Vorstellung zu Kernaufgaben
- **Aufgabenbeziehungen**
- Automatisierung

# Vorstellungen zu Ableitungsstrategien

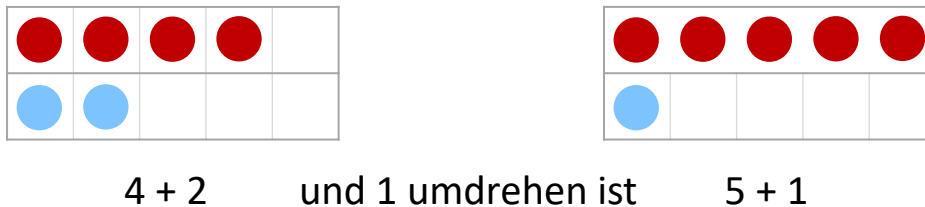


## „Schwierige“ Aufgaben über Kernaufgaben bzw. einfache Aufgaben lösen

Das Ergebnis von Nachbaraufgaben ist 1 kleiner/ größer als das der Ausgangsaufgabe.



Das Ergebnis von Partneraufgaben ist identisch mit dem der Ausgangsaufgabe.



### 3. Zahl- und Aufgabenbeziehungen nutzen

- Vorstellung zu Kernaufgaben
- **Aufgabenbeziehungen**
- Automatisierung

1 dazulegen

1 wegnehmen

1 umdrehen

# Vorstellungen zu Ableitungsstrategien



Darauf kommt es an: Strategien verbalisieren

## Regeln zu Nachbaraufgaben und Partneraufgaben finden

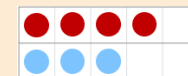
Finde eine allgemeine Regel:

1. **Nachbaraufgaben:** Wenn man bei einer Plusaufgabe ein Plättchen dazulegt (wegnimmt), dann ...
2. **Partneraufgaben:** Wenn man bei einer Plusaufgabe ein Plättchen umdreht, dann ...

### 3. Zahl- und Aufgabenbeziehungen nutzen

- Vorstellung zu Kernaufgaben
- **Aufgabenbeziehungen**
- Automatisierung

**Aktivität:**  
**Einfache Aufgaben verändern**



# Vorstellungen zu Ableitungsstrategien

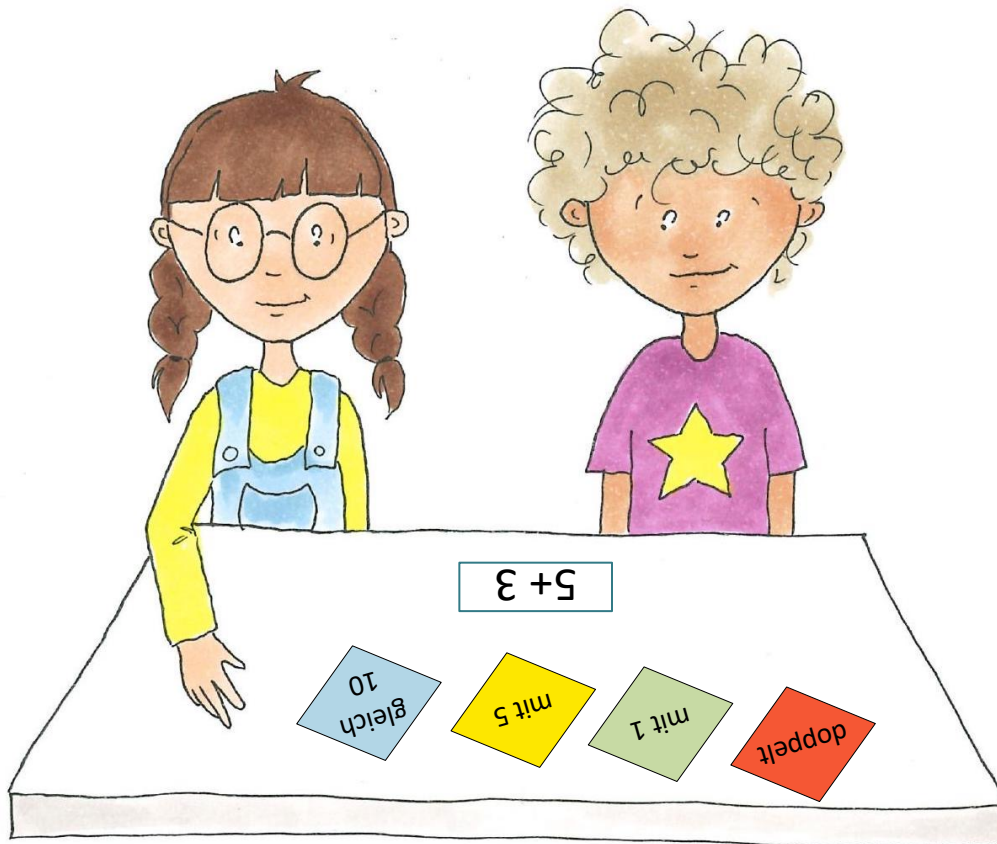


Darauf kommt es an:

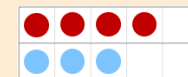
**Nachbaraufgaben, Tauschaufgaben und Partneraufgaben eigenständig finden**

## 3. Zahl- und Aufgabenbeziehungen nutzen

- Vorstellung zu Kernaufgaben
- **Aufgabenbeziehungen**
- Automatisierung



**Aktivität:**  
**Einfache Aufgaben verändern**





# Anmerkungen zur verständnisbasierten Automatisierung



## Darauf kommt es an:

1. Vom bewussten Handeln und Sehen zum Erzählen
2. Vom Erzählen zum Auswendig wissen

## 3. Zahl- und Aufgabenbeziehungen nutzen

- Vorstellung zu Kernaufgaben
- Aufgabenbeziehungen
- **Automatisierung**

Jhg. 1

Verständig und sicher im  
Einspluseins und  
Einsminuseins



## Erklärvideo:

1+1 lernen und verstehen:

Vom (Er-)Zählen zum Auswendig-Wissen

(<https://pikas.dzlm.de/node/603>)

# Anmerkungen zur verständnisbasierten Automatisierung



Darauf kommt es an:

**Strategien automatisieren, nicht Einzelaufgaben!**

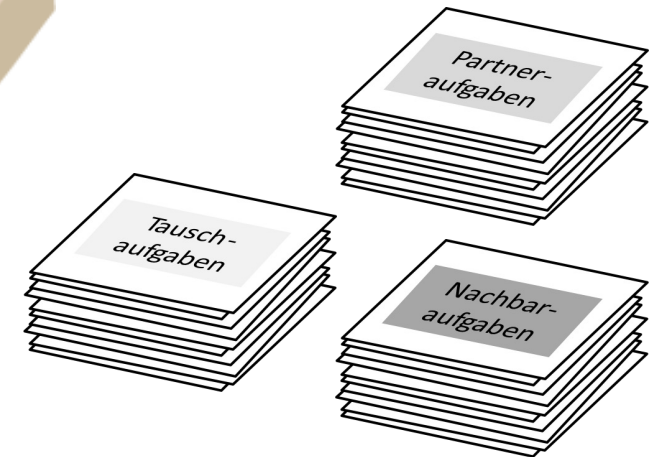
## 3. Zahl- und Aufgabenbeziehungen nutzen

- Vorstellung zu Kernaufgaben
- Aufgabenbeziehungen
- **Automatisierung**

Automatisierung der Kernaufgaben  
in Strategiegruppen



Automatisierung der  
Ableitungsstrategien in  
Strategiegruppen



# Unterrichtsmaterial Baustein 4: Zahl- und Aufgabenbeziehungen nutzen

diese und weitere Diagnose-Förderaktivitäten befinden sich im Baustein  
(4) Einfache Aufgaben der Addition und Subtraktion im Zahlenraum 20

<https://maco.dzlm.de/abloesung-vom-zaehlenden-rechnen>



## Förderbaustein 4

### Einfache Aufgaben der Addition und Subtraktion im Zahlenraum 20

Franziska Tilke, Lena Maiß & Karina Höveler

unter Beratung von: Samira Cormann, Lara Marie Graf,  
Uta Häsel-Weide, Marcus Nührenbörger, Alissa Werner  
& Inga Wienhues

Oktober 2022



Dieses Material wurde von Franziska Tilke, Lena Maiß & Karina Höveler unter Beratung von: Samira Cormann, Lara Graf, Uta Häsel-Weide, Marcus Nührenbörger, Alissa Werner & Inga Wienhues entwickelt. Es kann unter der Creative Commons Lizenz BY-SA (Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen) 4.0 International weiterverwendet werden.

#### Zitierbar als

Tilke, F.; Maiß, L. & Höveler, K. (2022). Einfache Aufgaben der Addition und Subtraktion im Zahlenraum 20. Open Educational Resources.

#### Projektherkunft

Dieser Förderbaustein wurde für das Projekt Mathematik aufholen nach Corona aufbereitet und wird auch im Projekt QuaMath weiter genutzt (beide Projekte gemeinsam von den Ländern finanziert).

#### Hinweis zu verwandtem Material

- Förder- und Diagnosematerial zu diesen Themen:
- (1) Kardinale Zahlbeziehungen (er-)kennen: Zahlerlegungen und Zahlzusammensetzungen verstehen und systematisch betrachten (ZR 20)
  - (2) Kardinale Zahlbeziehungen (er-)kennen: Zahlerlegungen und Zahlzusammensetzungen automatisieren und produktiv üben (ZR 20)
  - (3) Anzahlen strukturiert darstellen und erfassen (ZR 20)
  - (4) Einfache Aufgaben der Addition und Subtraktion (ZR 20)
  - (5) Anzahlen strukturiert darstellen und erfassen (ZR 100)
  - (6) Einfache Aufgaben der Addition und Subtraktion (ZR 100)

Förderbaustein Einfache Aufgaben der Addition und Subtraktion im ZR 20 6

#### 1 Einfache und schwierige Aufgaben sortieren

**WICHTIG:** Die verständnisbasierte Förderung setzt voraus, dass die Lernenden Beziehungen zwischen Zahlen erkennen, die Zahlerlegungen automatisiert haben, Anzahlen strukturiert darstellen, verändern und erfassen können und Grundvorstellungen zur Addition und Subtraktion entwickelt haben – diese Lernvoraussetzungen sollten vor der Förderung überprüft werden und gegebenenfalls vorab erarbeitet werden.

**Ziel:** Die Lernenden ordnen Additions- und Subtraktionsaufgaben individuell einfach und individuell schwierig empfundenen Aufgaben zu und begründen ihre Zuordnung.

**Hinweis:** Um die Vorkenntnisse der Lernenden zu erfassen, bietet es sich an, diese Aktivität zunächst in einer Einzelsituation durchzuführen. Die nachfolgenden Aktivitäten sind als Gruppenaktivitäten angelegt.

#### Einführung

Im Einstieg erklärt die Lehrkraft, dass in der folgenden Aktivität einfache und schwierige Aufgaben betrachtet werden und jeder Lernende andere Aufgaben als einfach und schwierig empfindet (individuell einfache Aufgaben). Die Aufgaben sollen zunächst nur sortiert und noch nicht ausgerechnet werden. Vor der Durchführung ist ggf. mit dem Kind zu klären, wie das Tablet/der Laptop zu bedienen ist: Die Aufgaben können als Karten zu den beiden Aufgabengruppen verschoben werden.



Abb. 2: Einfache und schwierige Aufgaben am Tablet sortieren

#### Arbeitsphase

In der Arbeitsphase bearbeitet das Kind die Aufgabe: „Welche Aufgaben findest du einfach? Welche Aufgaben findest du schwierig? Sortiere die Karten.“ (Abb. 2).

Um weitere Einblicke in das Denken und die Zuordnung der Lernenden zu erlangen, werden die Lernenden beim Sortieren bzw. im Anschluss gebeten, ihre Zuordnung zu begründen (siehe: Impulse). Die individuellen Einschätzungen der Lernenden können geprüft werden, indem die Lernenden im Anschluss aufgefordert werden, die Aufgaben auszurechnen.

#### Impulse

- Warum ist diese Aufgabe einfach/schwierig für dich?
- Welche Aufgaben gehören für dich zusammen?
- Welche anderen Aufgaben findest du einfach?
- Wie rechnest du die Aufgabe?
- Wie hast du das so schnell herausbekommen?
- Kann man auch andere Aufgaben so rechnen?

#### Beobachtungsmöglichkeiten

- Welche Aufgaben ordnet das Kind als einfach ein? Welche als schwierig?
- Ordnet das Kind alle Aufgaben einer Aufgabengruppe (siehe Hinweise zur Auswertung) in die gleiche Kategorie ein?
- Schätzt das Kind den der Aufgaben für sich richtig ein?
- Fällt dem Lernenden die Addition oder Subtraktion leichter?



# Gliederung

1. Zählen und verfestigtes Zählen
2. Ablösung vom verfestigten Zählen – aber wie?
3. Förderbausteine zur Ablösung vom verfestigten Zählen
4. **Rückschau: Verstehensgrundlagen und Leitideen zur Ablösung vom verfestigten Zählen**

# Lehrkräftejobs und Prinzipien für nachhaltiges Lernen

## Jobs der Lehrkräfte



Verstehensgrundlagen identifizieren

Welche Verstehensgrundlagen sind zur Ablösung vom zählenden Rechnen notwendig?



Verstehensgrundlagen diagnostizieren

Wie lassen sich Verstehensgrundlagen der Lernenden diagnostizieren?  
Was sind typische Schwierigkeiten?



Verstehensgrundlagen fördern

Wie kann man Lernende bei der Ablösung vom zählenden Rechnen verstehensbasiert unterstützen?

1. Verständnis für Beziehungen und Zusammenhänge von Zahlen und Aufgaben  
2. Entwicklung operativer Grundstrategien bzw. strategischer Werkzeuge (Zusammenhänge, & Beziehungen nutzen)

Kardinale Zahlbeziehungen (er)kennen	Anzahlen strukturiert sehen	Zahl- und Aufgabenbeziehungen nutzen
<ul style="list-style-type: none"> <li>Zahlbeziehungen verstehen</li> <li>Zerlegungen automatisieren</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Strukturen erkennen</li> <li>Strukturen zur Anzahlerfassung nutzen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Vorstellungen zu Kernaufgaben</li> <li>Beziehungen zwischen Aufgaben erkennen und nutzen</li> <li>Strategien automatisieren</li> </ul>

Typische Anzeichen für verfestigtes Zählen

1. Rechnen  
Rechne aus. Erkläre deinen Rechenweg.

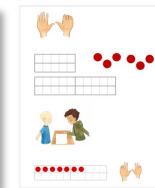
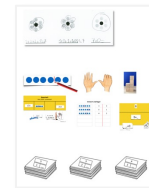
$13 + 39 =$	$34 - 19 =$
$3 + 9 =$	$14 - 9 =$

2. Anzahlen bestimmen

- Wie viele Punkte sind es?
- 5 Punkte nimmst du weg. Wie viele Punkte sind es noch?

3. Anzahlen legen

- Lege 27 (7). Wie bist du vorgegangen?
- Kannst du 27 (7) auch anders legen?



# Verstehensgrundlagen



1. Verständnis für Beziehungen und Zusammenhänge von Zahlen und Aufgaben
2. Entwicklung operativer Grundstrategien bzw. strategischer Werkzeuge (Zusammenhänge und Beziehungen nutzen)

## Kardinale Zahlbeziehungen (er)kennen

- Zahlbeziehungen verstehen
- Zerlegungen automatisieren

## Anzahlen strukturiert sehen

- Strukturen erkennen
- Strukturen zur Anzahlerfassung nutzen

## Zahl- und Aufgaben- beziehungen nutzen

- Vorstellungen zu Kernaufgaben
- Beziehungen zwischen Aufgaben erkennen und nutzen
- Strategien automatisieren

# Prinzipien für nachhaltiges Lernen



Wie kann eine Ablösung von einseitig zählenden Vorgehensweisen gelingen?



Langfristigkeit  
statt Kurzfristigkeit



Verstehens-  
orientierung



Diagnosegeleitetheit



Kommunikations-  
förderung

## Einige Gründe für die Entwicklung verfestigten zählenden Rechnens

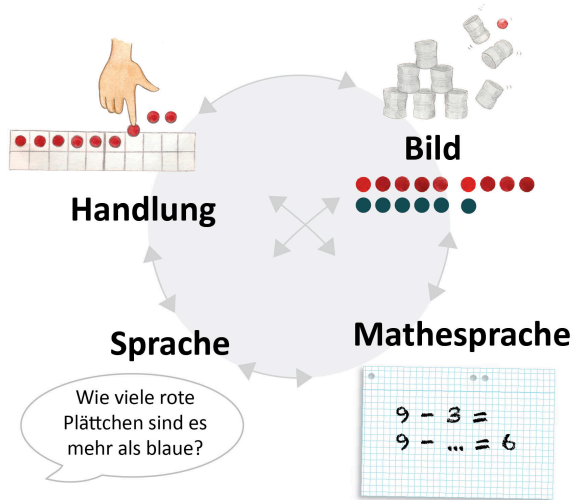
- Verständnis von Mathematik als ‚Regelwerk‘
- Bestärkung durch schnelle Lösungserfolge
- ungünstige Verwendung ungünstiger Anschauungsmittel

# Prinzipien für nachhaltiges Lernen



## Verstehensförderung

... durch Darstellungsvernetzung



... durch Aufbau von verinnerlichten Handlungsvorstellungen

Darauf kommt es an: Verinnerlichung von Strukturen

1. Wie kannst du die Zahl 6 so legen, dass ich sie schnell erkennen kann?

2. Erklär mal!

1) konkret legen und beobachten

4) Gezielt Vorstellungsbild aufrufen

6 Plättchen, oben 5 und unten 1.

1. Wie viele sind das?

2. Woher weißt du das?

2) das andere Kind zeigt kurz die Zahl-darstellung

3) das andere Kind beschreibt die Zahl-darstellung ohne Sicht auf das Material

Ich habe unter dem Tuch ein Zehnerfeld. Stell dir vor: Oben liegen fünf Plättchen und unten eins. Wie viele sind das?



# Prinzipien für nachhaltiges Lernen



## Verstehensförderung

### ... durch wohlbedachten Einsatz der Anschauungsmittel



## Zum Weiterdenken



### Überlegen Sie für Mina/Ihr Kind

- Was kann Mina/Ihr Kind?  
– Womit hat Mina/Ihr Kind ggf. noch Schwierigkeiten?
- Wie würden Sie weiterarbeiten?
- Welches Material und welche Aufgaben können Sie nutzen?

## Fragen, Anregungen ...?

Kontakt:

Karina Höveler [hoeveler@uni-muenster.der](mailto:hoeveler@uni-muenster.der)

Franziska Tilke [f.tilke@uni-muenster.de](mailto:f.tilke@uni-muenster.de)

# Literatur

- Gaidoschik, M. (2007). *Rechenschwäche vorbeugen – Erstes Schuljahr: Vom Zählen zum Rechnen*. G&G.
- Gaidoschik, M. (2007). *Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern: Ein Leitfaden für die Unterrichtspraxis (1. bis 4. Klasse)*. Persen Verlag.
- Gaidoschik, M. (2010a). *Die Entwicklung von Lösungsstrategien zu den additiven Grundaufgaben im Laufe des ersten Schuljahres*. [Dissertation, Universität Wien]. Universitätsbibliothek. [http://othes.univie.ac.at/9155/1/2010-01-18\\_8302038.pdf](http://othes.univie.ac.at/9155/1/2010-01-18_8302038.pdf)
- Gaidoschik, M. (2010b). *Automatisierendes Üben mit rechenschwachen Kindern: Automatisieren von Strategien, nicht von Einzelfakten! 20. Symposium mathe 2000*. <http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/mathe2000/pdf/Symp20/Workshop%20Gaidoschik%20Homepage.pdf>.
- Gaidoschik, M. (2014). *Einmaleins verstehen, vernetzen, merken. Strategien gegen Lernschwierigkeiten*. Klett.
- Gaidoschik, M., Moser Opitz, E., Nührenbörger, M., & Rathgeb-Schnierer, E. (2021). *Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen*. Online abrufbar unter: <https://ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php/mgdm/article/view/1042/1156>
- Gerster, H.-D. (1994). Arithmetik im Anfangsunterricht. In A. Abele, & H. Kalmbach (Hg.): *Handbuch zur Grundschulmathematik. 1. und 2. Schuljahr* (S. 35-102). Klett.
- Götze, D., Selter, C., & Zannetin, E. (2019). *Das KIRA-Buch: Kinder rechnen anders: Verstehen und Fördern im Mathematikunterricht*. Klett Kallmeyer.
- Häsel-Weide, U., Nührenbörger, M., Moser Opitz, E., & Wittich, C. (2015). *Ablösung vom zählenden Rechnen. Fördereinheiten für heterogene Lerngruppen*. Klett Kallmeyer.
- Heß, B.; Nührenbörger, M.; Schwarzkopf, R., & Tubach, D. (2018). *1+1 Karten. Das Zahlenbuch*. Klett.

# Literatur

- Kaufmann, S., & Wessolowski, S. (2006). *Rechenstörungen: Diagnose und Förderbausteine*. Klett Kallmeyer.
- KMK (2005). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss vom 15.10.2004*. Wolters Kluwer.
- Kuhnke, K. (2013). *Vorgehensweisen von Grundschulkindern beim Darstellungswechsel: Eine Untersuchung am Beispiel der Multiplikation im 2. Schuljahr*. Springer Spektrum.
- Lorenz, J. H. (1998). *Anschauung und Veranschaulichungsmittel im Mathematikunterricht* (2. unveränderte Aufl.). Hogrefe, Verl. für Psychologie.
- Lorenz, J. H. (2003). *Lernschwache Rechner fördern*. Cornelsen.
- Mahiko (o. J. ). *Sicher im 1+1. Übungen*. <https://mahiko.dzlm.de/node/113>
- Mathe inklusiv mit PIKAS (o. J. a). *Zahlvorstellungen. Anzahlen strukturieren*. <https://pikas-mi.dzlm.de/node/122>
- Mathe inklusiv mit PIKAS (o. J. b). *Zahlvorstellungen. Aufgabenstellung kompakt Zahlen zerlegen*. <https://pikas-mi.dzlm.de/node/634>
- Mathe inklusiv mit PIKAS (o. J. c). *Zahlvorstellungen. Beziehungen herstellen*. <https://pikas-mi.dzlm.de/node/123>
- Mathe inklusiv mit PIKAS (o. J. d). *Zahlvorstellungen. Unterrichtssequenz ‚Muster legen im 10er-Feld‘*. <https://pikas-mi.dzlm.de/node/630>
- Mathe inklusiv mit PIKAS (o. J. e). *Zahlvorstellungen. Material ‚Muster legen im 10er-Feld‘*. <https://pikas-mi.dzlm.de/node/364>
- Nührenbörger, M., Schwarzkopf, R., & Tubach, D. (2016). *Mit Zahlen spielen*. Klett.
- Rechtsteiner, C. (2013). *Flexibles Rechnen und Zahlenblickschulung: Entwicklung und Förderung von Rechenkompetenzen bei Erstklässlern, die Schwierigkeiten beim Rechnenlernen zeigen*. Waxmann.
- Resnick, L. B. (1983). A developmental theory of number understanding. In: H. P. Ginsburg (Hg.), *The development of mathematical thinking* (S. 109-151). Academic Press.

# Literatur

- Scherer, P., & Moser Opitz, E. (2010). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe*. Spektrum Akademischer Verlag.
- Schipper, W. (2008). *Rechenstörungen als schulische Herausforderung. Handreichung zur Förderung von Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnen*. Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg (LISUM). <https://www.uni-bielefeld.de/idm/serv/handreichung-schipper.pdf>
- Schipper, W. (2009). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Schroedel, Westermann.
- Schipper, W. & Hülshoff, A. (1984). Wie anschaulich sind Veranschaulichungshilfen? Zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 10. *Grundschule* 16/4, 54-56.
- Schulz, A., & Wartha, S. (2021). *Zahlen und Operationen am Übergang Primar-/ Sekundarstufe: Grundvorstellungen aufbauen, festigen, vernetzen*. Springer Spektrum.
- Sundermann, B., & Selter, C. (2006). *Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht: Gute Aufgaben, differenzierte Arbeiten, ermutigende Rückmeldungen* (3. Aufl.). Cornelsen Scriptor.
- Wartha, S., & Schulz, A. (2017). *Rechenproblemen vorbeugen* (4. Aufl.). Cornelsen.
- Wittmann, E. Ch. (1995). Aktiv-entdeckendes und soziales Lernen im Rechenunterricht—Vom Kind und vom Fach aus. In G. N. Müller, & E. Ch. Wittmann (Hrsg.), *Mit Kindern rechnen* (S. 10–41). Arbeitskreis Grundschule – Der Grundschulverband e. V.
- Wittmann, E. C., & Müller, G. (2009). *Das Zahlenbuch. Handbuch zum Frühförderprogramm*. Klett.
- Wittmann, E. C., Müller, G., Nührenbörger, M., Schwarzkopf, R., Bischoff, M., Götze, D., & Heß, B. (2017). *Das Zahlenbuch 1. Schülerbuch*. Klett.
- WWU QLB Einzelprojektprojekt Mathematik (2021). *Maja und Fine sortieren das Entdeckerpäckchen 16 – 9* [Film]. Unveröffentlichtes Video, Institut für grundlegende und inklusive mathematische Bildung an der WWU Münster.
- Wynn, K. (1992). Addition and Subtraction by Human Infants. *Nature*, 358, 749-750.

# Ablösung vom zählenden Rechnen

(Jhg. 2–3)



Karina Höveler, Franziska Tilke, Lena Maiß, Sophie Mense, Uta Häsel-Weide und Marcus Nührenböcker

Unter Mitarbeit von Samira Cormann, Lara Graf, Anna Nothofer, Alissa Werner und Inga Wienues

Aus der Reihe

**Diagnose und Förderung von Verstehensgrundlagen**