

Förderbaustein 4

Einfache Subtraktion – konkrete Auseinandersetzung mit einfachen Aufgaben

Samira Cormann, Alissa Werner, Marcus Nührenbörger
unter Beratung von Lara Marie Graf, Uta Häsel-Weide,
Karina Höveler, Lena Maiß, Franziska Tilke, Inga Wienhues

Juni 2022



Dieses Material wurde von Samira Cormann, Alissa Werner und Marcus Nührenbörger unter Beratung von Lara Marie Graf, Uta Häsel-Weide, Karina Höveler, Lena Maiß, Franziska Tilke und Inga Wienhues entwickelt. Es kann unter der Creative Commons Lizenz BY-SA (Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen) 4.0 International weiterverwendet werden.

Zitierbar als

Cormann, S., Werner, A. & Nührenbörger, M. (2022). Einfache Subtraktion – konkrete Auseinandersetzung mit einfachen Aufgaben. Open Educational Resources.

Projektherkunft

Dieser Förderbaustein wurde für das Projekt Mathematik aufholen nach Corona aufbereitet und wird auch im Projekt QuaMath weiter genutzt (beide Projekte gemeinsam von den Ländern finanziert).

Hinweis zu verwandtem Material

Förder- und Diagnosematerial zu diesen Themen:

- (1) Grundvorstellungen an Kontexten entwickeln: Addition und Subtraktion
- (2) Grundvorstellungen darstellungsbasiert vertiefen: Addition und Subtraktion
- (3) Einfache Aufgaben Addition – konkrete Auseinandersetzung mit einfachen Aufgaben
- (4) Einfache Aufgaben Subtraktion – konkrete Auseinandersetzung mit einfachen Aufgaben
- (5) Schwierige Additionsaufgaben mit einfachen Aufgaben flexibel rechnen
- (6) Schwierige Subtraktionsaufgaben mit einfachen Aufgaben flexibel rechnen
- (7) Rechnen in Beziehungen: Addition und Subtraktion produktiv üben

1 Förderbaustein Einfache Subtraktion



Ziel des Bausteins ist es, dass die Lernenden einfache Aufgabengruppen der Subtraktion unter strukturorientierter Perspektive erkunden, dabei mentale Vorstellungsbilder aufbauen und ein Verständnis dafür entwickeln, warum diese Aufgaben tatsächlich einfacher sind als andere Aufgaben. Auf diese Weise wird eine wichtige Grundlage für das flexible Rechnen im Zahlenraum bis 20 und darüber hinaus geschaffen.

Einfache Aufgaben der Subtraktion

- **Subtraktion von 0 (z. B. $17 - 0$)**
- **Subtraktion von 1 (z. B. $6 - 1$)**
- **Subtraktion von 5 (z. B. $13 - 5$)**
- **Subtraktion von 10 (z. B. $17 - 10$)**
- **Zehnerzerlegung (z. B. $10 - 6$)**
- **Umkehrung von Verdopplungsaufgaben (z. B. $14 - 7$)**

Die einfachen Aufgaben stellen die Grundlage zu Berechnungen von schwierigen Aufgaben dar, die mittels einfacher Aufgaben hergeleitet werden können (z. B. $9 - 5$ ist 4. Wenn ich jetzt einen eins mehr wegnehme, also $9 - 6$, dann muss das Ergebnis um eins kleiner sein). Gelingt es den Lernenden, diese Beziehungen zu sehen, müssen sie die Aufgaben nicht erneut berechnen oder mühsam abzählen. Wichtig ist es daher, zu-nächst den Blick für einfache Aufgaben zu schulen!

Für viele Kinder ist es im Mathematikunterricht leicht, diese Aufgaben als einfache Aufgaben zu erkennen. Lernende, die zählend rechnen, erkennen die „Einfachheit“ dieser Aufgaben vielfach nicht sofort und berechnen auch diese Aufgaben zählend.

Gleichzeitig ist es wichtig, mit den Kindern zu besprechen, dass es sich bei diesen „einfachen Aufgaben“ um ein Aufgabenkriterium handelt und nicht darum, ob die Kinder diese Aufgaben individuell als einfach oder schwierig empfinden. Gruppen für einfache Aufgaben werden in dem vorliegenden Förderbaustein gemeinsam mit den Lernenden erarbeitet.

Um ein Verständnis für einfache Aufgaben zu entwickeln, sollten diese den Kindern nicht vorgegeben werden, sondern die Auswirkungen der Veränderung (z. B. „Was passiert mit dem Ergebnis, wenn ich eins addiere?“) am Material oder bildlichen Darstellungen handelnd erarbeitet und beschrieben werden. Der vorliegende Baustein kann Sie dabei unterstützen, Ihre Schülerinnen und Schüler zu derartigen Entdeckungen anzuleiten.

Um auf dieser Basis langfristig flexible Rechenstrategien entwickeln zu können, ist darüber hinaus eine Automatisierung einfacher Aufgaben unumgänglich, welche jedoch explizit nicht mit diesem Baustein angestrebt wird. Zur Vertiefung, Automatisierung und Anwendung einfacher Aufgaben finden Sie weitere Anregungen im Modul „Ablösung vom zählenden Rechnen“, Diagnose- und Förderbaustein 3 „Einfache Aufgaben der Addition und Subtraktion“.

Lernvoraussetzungen für die Arbeit mit dem Diagnose- und Förderbaustein „Einfache Subtraktion: konkrete Auseinandersetzung mit einfachen Aufgaben“

Das Kind:

- kennt die Zahlen bis 20 und hat entsprechende Zahlvorstellungen aufgebaut
- ist mit der Darstellung von Zahlen und Aufgaben mit Wendeplättchen, Fünfer- und Zehnerstreifen am Zwanzigerfeld vertraut
- kann die Fünfer- und Zehnerstruktur des Zwanzigerfeldes sowohl zur strukturierten Anzahlerfassung als auch -darstellung nutzen (Anregungen hierzu finden Sie im Modul „Ablösung vom zählenden Rechnen“, Baustein 2)
- hat tragfähige Grundvorstellungen zur Subtraktion aufgebaut (sowohl kontext- als auch strukturorientiert) (Anregungen hierzu finden Sie im Modul „Verständig und sicher im Einspluseins und Einsminuseins“, Baustein 1 und 2)
- kennt die Zerlegungen der 10 (Anregungen hierzu finden Sie im Modul „Ablösung vom zählenden Rechnen“, Baustein 1)
- hat tragfähige Vorstellungen zu den einfachen Aufgaben der Addition entwickelt (insbesondere Gleich-10-Aufgaben und Verdopplungsaufgaben) und kann erklären, warum diese Aufgaben einfach sind (Anregungen hierzu finden Sie im Modul „Verständig und sicher im Einspluseins und Einsminuseins“, Baustein 3)

Hinweis zur Darstellung von Subtraktionsaufgaben: Es gibt verschiedene Möglichkeiten die Subtraktion bildlich und handelnd darzustellen. In diesem Baustein wird mit Abdeckstreifen gearbeitet, die beispielsweise durch in Streifen geschnittenes Transparenzpapier selbst hergestellt werden können. Für bildliche Darstellungen können die Kinder dazu angeleitet werden, den Subtrahenden zu schattieren, was jedoch explizit eingeführt und geübt werden sollte.

Wenn im Mathematikunterricht bereits eine andere Darstellung (wie z. B. das Hochschieben oder das Durchstreichen von Plättchen) eingeführt wurde, kann diese selbstverständlich beibehalten werden. In diesem Fall sollten die Kinder jedoch explizit darauf hingewiesen werden, dass die Darstellung zwar eine andere ist als gewohnt, aber dennoch das gleiche zum Ausdruck bringt.

Leitideen zur verständnisbasierten mathematischen Förderung:**diagnosegeleitet & differenzsensibel**

Um die Lernenden gezielt zu unterstützen, sollte die Förderung an die Lernvoraussetzungen und -entwicklungen der Kinder adaptiv angepasst werden. Hierzu ist es wichtig, spezifische Fördermaßnahmen kontinuierlich mit diagnostischen Prozessen zu verbinden. Um während der Förderung Einblicke in die mathematischen Entwicklungen, Denkweisen und Schwierigkeiten der Lernenden zu erhalten, bieten die sieben Bausteine zu Diagnose-Förderideen verschiedene Gesprächsanlässe und Beobachtungsmöglichkeiten. Die prozessbegleitenden Erkenntnisse ermöglichen die Festlegung und Adaption von Förderzielen sowie die differenzsensible Anpassung der Fördermaßnahmen an die individuellen Lernprozesse und -entwicklungen. Bei der Arbeit mit den Diagnose-Förder-Bausteinen ist es daher nicht notwendig und zielführend, alle Aufgaben nacheinander zu bearbeiten. Es ist vielmehr so gedacht, dass Aufgaben gezielt ausgewählt und adaptiert werden.

verstehensorientiert & beziehungsreich

Das reine Auswendiglernen von (unverstandenen) Inhalten ist keine tragfähige Grundlage für den weiteren Mathematikunterricht, da Lerninhalte im Fach Mathematik konsequent aufeinander aufbauen. Daher ist es zentral, die Vorstellungen der Lernenden aufzugreifen und (weiter) zu entwickeln, um auf diese Weise ein langfristiges, nachhaltiges mathematisches Lernen und Denken zu unterstützen. Im Zentrum der Diagnose-Förder-Bausteine stehen die zentralen mathematischen Inhalte zu Zahlen und Operationen, die den Aufbau eines inhaltlichen Verständnisses fördern. Um Inhalte zu verstehen, sind Einsichten in operative Beziehungen und deren Nutzen fundamental. Hierzu ist es wichtig, dass die Kinder immer wieder angeleitet werden, die Beziehungen zwischen den Zahlen und Aufgaben in den Blick zu nehmen und nicht Aufgabe für Aufgabe isoliert nebeneinander zu betrachten. Erst wenn das inhaltliche Verständnis gesichert ist, sollten Inhalte automatisiert werden.

kooperativ & sprachsensibel

Mathematisches Verständnis entwickelt sich im Gespräch. Daher sind die Diagnose-Förder-Bausteine nicht zur Einzelarbeit (im Wochenplan) geeignet, sondern benötigen den Austausch der Lernenden untereinander und gezielte Impulse der Lehrkräfte. Die Diagnose-Förderideen bieten kooperative Aufgaben und verschiedene Impulse als Gesprächsanlässe. In mathematischen Gesprächen über Entdeckungen, Darstellungen, Lösungsprozesse und Begründungen lernen die Kinder nicht nur andere Sichtweisen oder auch alternative Wege zum zählenden Rechnen kennen, sondern sie vertiefen auch ihr eigenes Verständnis, indem sie versuchen, dieses zu artikulieren. Die Diagnose-Förderideen bieten die für viele Kinder benötigte sprachensible Unterstützung zum Beschreiben von Zusammenhängen und Beziehungen zwischen Zahlen und Aufgaben. Sprachliche Handlungen der Lehrkraft, Forschungsmittel und Wortspeicher mit Mathe-Wörtern und Sprachmitteln können die Lernenden hierbei unterstützen.

darstellungssensibel & nachhaltig

Zum Aufbau von grundlegenden, tragfähigen Vorstellungen über Zahlen, Operationen und mathematische Zusammenhänge ist der Einsatz und die Vernetzung von Darstellungen zentral. Das bedeutet, dass bei der Förderung die Handlung mit Material, die bildliche Darstellung, die Sprache und die mathematischen Symbole zueinander in Beziehung gesetzt werden müssen. Dafür reicht es nicht aus, wenn die Kinder in den Bausteinen Diagnose-Förderideen nur am Material handeln, sondern die Handlung muss auch mit der bildlichen, sprachlichen und/oder symbolischen Aufgaben verbunden werden. Zum Vorstellungsaufbau sind die in den Diagnose-Förderideen angesprochenen Materialien und Darstellungen mathematisch strukturiert (z. B. 5er-, 10er-Bündelung), fortsetzbar und in verschiedenen Zahlräumen einsetzbar. Die Strukturnutzung der Materialien (z. B. beim Zwanzigerfeld) und die Vernetzung der Darstellungen geschehen nicht automatisch, sondern bedürfen der gezielten Anregung durch die Lehrkraft – hierzu bieten die Diagnose-Förder-Bausteine verschiedene Anlässe.

2 Diagnose und Förderideen

Subtraktion von 0, 1, 5 und 10

Vorab zur Umsetzung dieser Diagnose- und Förderideen:

Im Folgenden wird eine Auswahl einfacher Aufgaben gezielt thematisiert. Hierzu werden verschiedene Aktivitäten zur Erkundung von Subtraktionsaufgaben mit den Subtrahenden 0, 1, 5 und 10 vorgestellt, die nach den jeweiligen Subtrahenden getrennt, aber strukturell identisch sind. Sie als Lehrperson können hier wählen, ob Sie die Aktivitäten parallel oder nacheinander einsetzen. Je nach Leistungsstand der Kinder/der Lern-gruppe ist es auch denkbar, nur gezielt die Aktivitäten zur Erkundung der vier Gruppen (Subtraktion von 0, 1, 5 oder 10) zu nutzen, bei denen sich noch Unsicherheiten zeigen. Die Einführung und das weiterführende Unterrichtsgespräch können entsprechend der individuellen Auswahl- und/oder Kombinationsentscheidung adaptiert werden.

Hinweis: Bei der Auseinandersetzung mit einfachen und schwierigen Aufgaben ist es wichtig, explizit und regelmäßig wiederholend zu betonen, dass sich die Adjektive „einfach“ und „schwierig“ nicht auf die subjektiv wahrgenommene Komplexität einer Aufgabe beziehen, sondern objektive Gruppen zur Einordnung von Aufgaben darstellen, die uns beim Rechnen helfen können.

Einführung

Die Lehrperson präsentiert den Kindern ein leeres Zwanzigerfeld und gibt die Transparenz für die Lerneinheit, indem sie sich mit den Schülerinnen und Schülern an die einfachen Plusaufgaben erinnert (beispielhaft wiederholen: Welche waren das nochmal? Warum sind die einfach? Warum ist es wichtig, sich gut mit einfachen Aufgaben auszukennen?) und dann dazu überleitet, dass es auch einfache Minusaufgaben gibt (die mit den einfachen Plusaufgaben verwandt sind) und die im Fokus dieser Stunde stehen. Für eine erste Einführung legt die Lehrperson eine Beispielaufgabe am Zwanzigerfeld und verbalisiert das Vorgehen: „Ich lege 6 Plättchen. Was passiert, wenn ich ein Plättchen wegnehme? (Welche Minusaufgabe passt dazu?)“. Anschließend werden weitere Aufgaben von den Kindern gefunden („Welche Aufgaben kennst du noch mit 1 (0, 5, 10)?“) und auf Papierstreifen gesammelt.

Aufgaben mit 0					Aufgaben mit 1					Aufgaben mit 5					Aufgaben mit 10																																												
<table border="1" style="width: 100%; height: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> </tr> <tr> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> <td style="width: 20%; height: 40px;"></td> </tr> </table>																																																											

Abb. 1 Impuls Einführung

Arbeitsphase

Für die Arbeitsphase stehen zwei Diagnose- und Förderideen zur Verfügung, die strukturgleich zu den Aktivitäten der Einfachen Addition sind (Baustein 3, Themenblock „Addition von 0, 1, 5 und 10“). Auch hier kann individuell von der Lehrkraft entschieden werden, welche Aufgabengruppen von welchen Kindern zu welchem Zeitpunkt erkundet werden. Der weiterführende Gesprächsanlass kann an diese Entscheidung angepasst werden.

1 Einfache Aufgaben zeichnen und rechnen

Ziel (Subtraktion von 0): Erkennen, dass die Differenz gleich dem Minuenden ist, da keine Plättchen weggenommen werden.

Ziel (Subtraktion von 1): Erkennen, dass die Differenz immer der Vorgänger des Minuenden ist, da immer genau ein Plättchen weggenommen wird.

Ziel (Subtraktion von 5/10): Erkennen, dass mit einem Fünfer bzw. mit einem Zehner Aufgaben einfach dargestellt und gerechnet werden können (Kraft der 5 / Kraft der 10).

Die Kinder arbeiten zunächst für sich. Sie bearbeiten die Aufgaben mit 0, indem sie diese zunächst am Zwanzigerfeld legen und anschließend auf die grafische Darstellung übertragen (das ist wichtig, um die Flüchtigkeit der Handlung zu relativieren und den Kindern eine Grundlage zu bieten, an denen sie ihre Begründungen vollziehen können). Beim Legen und Zeichnen, kann erkundet werden, dass bei diesem Aufgabentyp ausschließlich der Minuend gezeichnet wird. Im nächsten Schritt sammeln die Kinder eigene Aufgaben mit 0 und notieren diese. Ebenso werden weitere Aufgaben-gruppen (mit 1, mit 5, mit 10) bearbeitet. Die Lehrkraft kann dabei selbst entscheiden, ob sich verschiedene Kinder, je nach Bedarf, zeitgleich mit unterschiedlichen Aufgabengruppen beschäftigen oder alle Kinder an der gleichen Gruppe arbeiten und danach gemeinsam zur nächsten wechseln.

Nachdem eine Reihe von Aufgaben dargestellt und gelöst wurde, erklären die Kinder ihrem Partnerkind, warum es sich bei den bearbeiteten Aufgaben um einfache Aufgaben handelt. Denkbar ist hier, dass sich auch Kinder mit unterschiedlichen Aufgabekarten gegenseitig ihre Gruppen erklären (z. B. erklärt Kind A Kind B, warum Aufgaben mit 0 einfach zu rechnen sind, anschließend erklärt Kind B Kind A, warum auch Aufgaben mit 10 einfache Aufgaben sind).

1.1 Einfache Aufgaben zeichnen und rechnen (1)

a) Zeichne die Aufgaben im Zwanzigerfeld ein. Rechne.

$$10 - 0 = \underline{\quad}$$

$$7 - 0 = \underline{\quad}$$

$$14 - 0 = \underline{\quad}$$

$$3 - 0 = \underline{\quad}$$

Abb. 2 Aufgaben mit 0

1.1 Einfache Aufgaben zeichnen und rechnen (2)

a) Zeichne die Aufgaben im Zwanzigerfeld ein. Rechne.

$$10 - 1 = \underline{\quad}$$

$$7 - 1 = \underline{\quad}$$

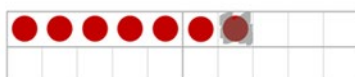
$$14 - 1 = \underline{\quad}$$

$$3 - 1 = \underline{\quad}$$

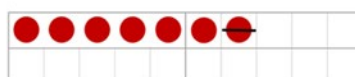
Abb. 3 Aufgaben mit 1

Möglichkeiten der grafischen Darstellung von Subtraktionsaufgaben

Schattieren:



Durchstreichen:



Einkreisen:

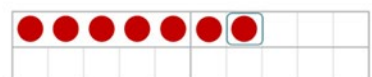


Abb. 4 Grafische Darstellungen der Aufgabe 7 - 1

2 Einfach Aufgaben darstellen und strukturieren

Ziel: Vertiefung des Operationsverständnisses im Kontext einfacher Aufgaben durch Vernetzung der Darstellungsebenen (hier sprachlich-symbolisch, mathematisch-symbolisch, ikonisch) und Untersuchung von Aufgabenbeziehungen.

Die Kinder arbeiten in Teamarbeit. Jedes Paar bekommt zwei Sets mit Karten. Auf dem einen Stapel mit symbolisch dargestellten Aufgaben sind verschiedene Subtraktionsaufgaben der Gruppe von Aufgaben mit 1 (mit 0, mit 5 oder mit 10) abgebildet. Diese Karten werden verdeckt auf dem Tisch ausgebreitet. Auf dem zweiten Kartenset sind Zwanzigerfelder sowie Platz zur Notation der Aufgabe abgebildet. Diese Karten werden auf einem Stapel abgelegt. Abwechselnd ziehen die Kinder nun eine der verdeckten Aufgabenkarten und beschreiben ihrem Partnerkind, was dieses in das Zwanzigerfeld einzeichnen muss. Zur Umsetzung dieser Diagnose- und Förderidee sollte im Voraus mit den Kindern geklärt werden, wie man eine Aufgabe beschreibt (z. B. „Als erstes zeichnest du oben fünf rote Plättchen ein und dann streichst du das letzte Plättchen durch/kreist die ersten vier ein/o. Ä.“ anstelle von „Mal die Aufgabe 5-1“). Anschließend sagt das zeichnende Kind, welche Aufgabe das andere Kind aufgedeckt hat und notiert sie samt Ergebnis neben dem Zwanzigerfeld. Wenn alle Karten mit Zwanzigerfeldern ausgefüllt sind, bekommen die Kinder den Arbeitsauftrag: „Bringt die Zwanzigerfelder in eine Reihenfolge. Warum sind diese Aufgaben einfach? Tipp: Schaut euch die Zwanzigerfelder genau an. Was passiert mit dem Ergebnis, wenn du 0/1/5/10 weg nimmst?“. Als Erweiterung können den Kindern leere Karten angeboten werden, um eigene Aufgaben zu finden.

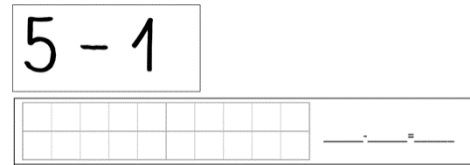


Abb. 5 Aufgaben beschreiben und ordnen

Impulse

- Wo sieht man in deinem Zwanzigerfeld die 10 (7, 14, etc.)? Wo die 0 (1, 5, 10)?/Wie viele Plättchen hast du gezeichnet? Warum? Wie viele musst du durchstreichen/einkreisen? Warum?
- Was ist bei allen Aufgaben gleich?
- Vergleiche das Ergebnis mit der ersten Zahl. Was fällt dir auf? Warum ist das so?
- Welche Zahl beschreibst du deiner Partnerin/deinem Partner als zuerst?
- Worauf musst du beim Beschreiben achten?/Wie kannst du eine Aufgabe beschreiben, ohne sie direkt zu nennen?
- Erinnere dich: Wie kann man Minusaufgaben gut darstellen?
- Warum passt die Aufgabe zu dem Zwanzigerfeld?

Beobachtungsmöglichkeiten

- Welche Aufgaben findet das Kind?
- Wie begründet das Kind die Einfachheit der Aufgaben?
- Wie beschreiben die Kinder sich gegenseitig die Aufgaben? Wie setzt das Partnerkind die Beschreibung um?
- Wie ermitteln die Kinder die Ergebnisse?
- Wie ordnen die Kinder die Aufgaben?

Weiterführender Gesprächsanlass

Den Kindern werden verschiedene Aufgabenkarten präsentiert, die im ersten Schritt nach den behandelten Aufgabengruppen sortiert werden sollen. Zu jeder Aufgabengruppe gibt es drei Aufgaben, die in einem operativen Zusammenhang stehen und entweder direkt oder aber im Nachhinein in die richtige Reihenfolge gebracht werden sollen.

Die Kinder vergleichen die verschiedenen Aufgabengruppen und erklären sich gegenseitig, warum die Gruppe, mit der sie sich heute hauptsächlich beschäftigt haben, einfach zu rechnen ist. Die Erklärungen werden durch die Darstellung am bereitliegenden Zwanzigerfeld gestützt. Die Ergebnisse dieser Reflexion sollten festgehalten werden, sodass sie für die Kinder jederzeit einsehbar sind (bspw. auf einem Plakat, in einem Dokument auf dem Tablet, Smartboard, etc. → Beispiel s. unten). Auch hier ist die bildliche Unterstützung durch das Zwanzigerfeld unerlässlich für den langfristigen Aufbau mentaler Vorstellungsbilder. Zudem sollte hier aktiv der Bezug zu den einfachen Aufgaben der Addition hergestellt werden („Bei den Plusaufgaben mit eins, wird das Ergebnis immer eins größer, weil ich ein Plättchen dazu lege. Bei den Minusaufgaben mit 1, wird das Ergebnis immer eins kleiner, weil ich ein Plättchen wegnehme.“, „Bei der Null ist es egal, ob ich Minus oder Plus rechne. Das Ergebnis ist immer gleich der ersten Zahl, weil ich nichts dazu tue und auch nichts wegnehme“, etc.).

Aufgaben mit 0

$$2 - 0 = 2$$

$$3 - 0 = 3$$

$$4 - 0 = 4$$

Aufgaben mit 1

$$2 - 1 = 1$$

$$3 - 1 = 2$$

$$4 - 1 = 3$$

Aufgaben mit 1

Es wird immer ein Plättchen weggenommen.
Das Ergebnis ist immer um 1 kleiner als die erste Zahl.

Abb. 6 Impuls weiterführender Gesprächsanlass

Material

Einführung	Arbeitsphase		Weiterführender Gesprächsanlass
<ul style="list-style-type: none"> großes Zwanzigerfeld, Wendepfättchen, Fünfer- und Zehnerstreifen, ggf. Abdeckstreifen leere Papierstreifen 	<ul style="list-style-type: none"> „Einfache Aufgaben zeichnen und rechnen“ 	<ul style="list-style-type: none"> Unterrichtsmaterial 1.1 (1-4) 	<ul style="list-style-type: none"> Unterrichtsmaterial „Reflexion“ Plakat oder digitale Entsprechung am Smartboard leere Zwanzigerfelder)
	<ul style="list-style-type: none"> „Einfache Aufgaben darstellen und strukturieren“ 	<ul style="list-style-type: none"> Unterrichtsmaterial 1.2 	

Weitere Förderideen

- Schöne Päckchen zur vertiefenden Auseinandersetzung mit einfachen Aufgaben
- Aufgabenpaare oder -tripel aus einfachen Aufgaben und deren Nachbargaufgaben finden und die Beziehung mit Forschermitteln erklären

Zehnerzerlegungen

Vorab zur Umsetzung dieses Themenblocks

Die im Folgenden beschriebenen Ideen zur Diagnose und Förderung dienen ausdrücklich nicht der Einführung der Zehnerzerlegungen. Vielmehr wird davon ausgegangen, dass die Kinder diese bereits kennen und für die Arbeit mit Zehnerergänzungsaufgaben nutzen können. Ist dies noch nicht der Fall, finden Sie entsprechende Anregungen in Baustein 3 „Einfache Addition – konkrete Auseinandersetzung mit einfachen Aufgaben“, Themenblock „Aufgaben gleich 10“.

Einführung

Zur gemeinsamen Einführung treffen sich die Kinder im Kreis. Die Lehrkraft macht transparent, dass es heute um Minusaufgaben geht, bei denen die erste Zahl 10 ist und dass diese ebenfalls zu den einfachen Aufgaben gehören. Dazu wird den Kindern ein gefüllter Zehnerstreifen präsentiert und es werden verschiedene Ideen gesammelt, wie viele eigentlich davon wieder wegnehmen kann. Jede Idee wird mit einer Materialhandlung und sprachlich sensibel begleitet (die Lehrkraft kann das einmal vormachen „Ich habe zehn Plättchen hier liegen, jetzt nehme ich 4 weg (schiebt vier Plättchen nach oben). Es bleiben noch sechs Plättchen übrig (zeigt auf die verbleibenden Plättchen).“ oder aber die Kinder in der sprachlichen Begleitung ihrer Handlung unterstützen). Zudem wird die passende Minusaufgabe notiert. Das Vorgehen wird einige Mal wiederholt. Dabei sollte auch nochmal wiederholt werden, warum die Differenzmenge am Zehnerstreifen leicht zu erkennen ist (z. B. „Ich sehe schnell, dass noch sechs übrig sind, weil es bis hier hin (deutet auf den hervorgehobenen Streifen in der Mitte) fünf sind und dann noch einer dazu“). Bevor die Kinder in die Arbeitsphase starten, sollte ein erstes Bewusstsein dafür angeregt werden, warum diese Aufgaben zu den einfachen Aufgaben gehören. Dazu werden Vermutungen in der Lerngruppe gesammelt (mögliche Antworten können z. B. sein „Die Aufgaben sind einfach, weil wir schon die Zehnerpartner/verliebten Zahlen kennen und man mit denen Minusaufgaben machen kann.“/„Weil wir schon die Gleich-10-Aufgaben kennen und das sind die Umkehraufgaben davon“).

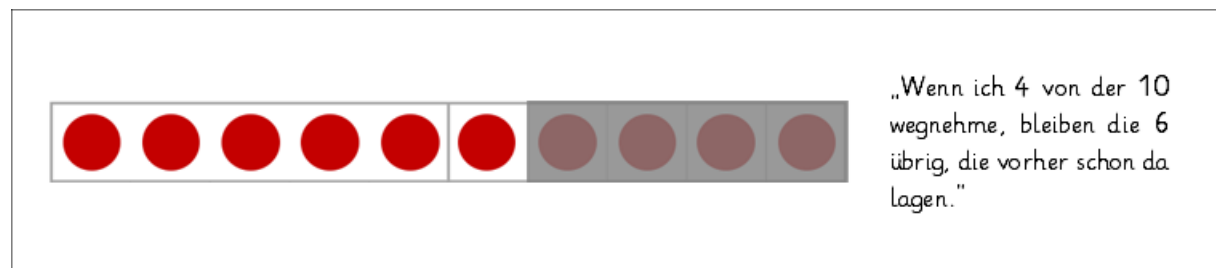


Abb. 7 Impuls Einführung

Arbeitsphase

Für die Erarbeitung der Subtraktionsaufgaben mit dem Minuenden 10 werden drei Diagnose- und Förderideen vorgestellt. Diese greifen die Aufgaben der einfachen Addition auf oder haben die gleiche Aufgabenstruktur wie die in Baustein 3 vorgeschlagenen Aktivitäten. Wann immer den Kindern derartige Ähnlichkeiten auffallen, können diese Entdeckungen genutzt werden, um über Beziehungen zwischen Addition und Subtraktion ins Gespräch zu kommen.

3 Wie viele bleiben übrig?

Ziel: Aufgaben mit dem Minuenden 10 darstellungs- vernetzt erkunden.

Die Kinder zeichnen die gegebenen Aufgaben am Zehnerstreifen ein, notieren das Ergebnis und setzen anschließend das Muster fort, indem sie die 5 übrigen Aufgaben ergänzen. Der übergeordnete Erklärauftrag lautet: „Warum wird das Ergebnis immer um 1 kleiner?“. Dieser soll von den Kindern gemeinsam bearbeitet werden. Weiterhin kann die Darstellung auch auf Fingerbilder übertragen werden. Die Lehrperson kann dafür entscheiden, ob sie die Teilaufgabe c) mit anbietet oder nicht. Die Darstellung mit Fingern kann insbesondere für Kinder, die mit der Darstellung am Zehnerfeld noch Schwierigkeiten haben, unterstützend wirken, da sie einen intuitiveren Zugang darstellt. Es ist daher auch möglich, sie vor der Arbeit mit den Zehnerfeldern einzusetzen. Die Lehrkraft sollte hier genau hinschauen und sensibel entscheiden, ob und wenn ja, wann sie die Teilaufgabe anbietet. Falls sie zum Einsatz kommt, ist darauf zu achten, dass die Finger nicht zum Zählen genutzt werden, sondern mit statischen Fingerbildern gearbeitet wird (Wenn ich $10 - 5$ rechnen will, kann ich also direkt eine ganze Hand wegziehen und muss die Finger nicht einzeln abzählen. Wenn ich $10 - 6$ rechnen möchte, muss ich noch einen Finger mehr umklappen). Die Kinder können anschließend dazu angeregt werden, sich gegenseitig Aufgaben mit den Händen zu zeigen und das jeweils andere Kind bestimmen zu lassen, um welche Aufgabe es sich handelt. Während der Arbeitsphase werden die Kinder von der Lehrkraft dazu angeregt zu reflektieren, warum Aufgaben mit einer 10 vorne einfache Aufgaben sind.

2.1 Wie viele bleiben übrig?

a) Zeichne die Aufgabe und schreibe das Ergebnis.
Welche Aufgaben fehlen noch?

$10 - 0 =$	
$10 - 1 =$	
$10 - 2 =$	
$10 - 3 =$	
$10 - 4 =$	
$10 - 5 =$	
$10 - \underline{\quad} =$	
$10 - \underline{\quad} =$	
$10 - \underline{\quad} =$	
$10 - \underline{\quad} =$	
$10 - \underline{\quad} =$	

b) Warum wird das Ergebnis immer um 1 kleiner? Erklärt zusammen?

Muad sagt:

Die Aufgabe $10 - 5$ kann ich blitzschnell mit meinen Händen zeigen!

Wie kann Muad vorgehen? Zeigt die Bewegung mit euren Händen.
Wie kann man die anderen Aufgaben schnell zeigen?

Abb. 8 Wie viele bleiben übrig?

(Bild: M.Bischoff)

Impulse

- Schaue dir die erste/die zweite Zahl/ das Ergebnis an. Was fällt dir auf?
- Warum ist das so?
- Lege die Aufgabe $10 - 2$ am Zehnerstreifen. Wie kannst du daraus die Aufgabe $10 - 3$ machen?
- Wie viele Finger hast du an einer Hand?
- Wie viele Finger hast du an beiden Händen?
- Was passiert, wenn du eine Hand wegnimmst?
- Was passiert, wenn du eine Hand und noch 2 Finger wegnimmst?
- Etc.

Beobachtungsmöglichkeiten

- Wie stellt das Kind die Aufgaben am Zwanzigerfeld dar?
- Wie ermittelt es das Ergebnis? (zählend, quasi-simultane Erfassung, Nutzung der Beziehung zur vorherigen Aufgabe, etc.?)
- Welche Auffälligkeiten beschreibt das Kind?
- Wie begründet es diese?
- Wie werden Aufgaben mit den Händen dargestellt?
- Wie werden die Veränderungen zwischen den Zahlen mit den Händen dargestellt?

4 Immer vier Aufgaben

Ziel: Erkennen der Beziehungen und des Nutzens von Umkehraufgaben

Für diese Aktivität werden die Kinder in Lerntandems eingeteilt. Kind A bearbeitet AB 1 und Kind B bearbeitet AB 2. Beiden Kindern werden unterschiedliche Zehnerzerlegungen am Zehnerstreifen präsentiert, zu denen sie jeweils die beiden möglichen Additionsaufgaben (die den Kindern zu diesem Zeitpunkt also schon vertraut sein sollten) sowie die zwei zugehörigen Umkehraufgaben bestimmen sollen. Wenn beide Kinder ihre Aufgabenfelder ausgefüllt haben, schneiden sie die Karten aus (um Zeit zu sparen, bietet es sich eventuell auch an, alle Arbeitsblätter vorher einmal gesammelt unter die Schneidemaschine zu legen). Kind A beginnt und verdeckt zwei der gefundenen Aufgaben mit einem Papierschnipsel. Es erklärt Kind B, warum die beiden nicht abgedeckten Aufgaben zu dem Bild passen. Anschließend überlegt Kind B, welche zwei Aufgaben noch dazu passen und begründet diese Einschätzung. Durch Anheben der Schnipsel wird die Antwort überprüft. Stimmen die Vermutung von Kind B und die Aufgabe von Kind A nicht überein, muss gemeinsam überlegt werden, welche Idee die richtige ist. Dann wird gewechselt. Abschließend sollen alle Kinder in ihren Tandems erklären, warum Subtraktionsaufgaben mit dem Minuenden 10 einfache Aufgaben sind.

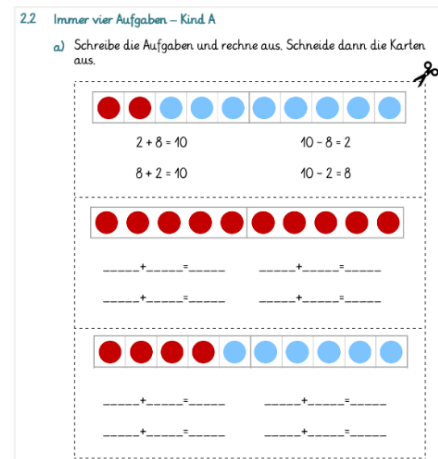


Abb. 9 Immer vier Aufgaben

Impulse

- Worauf kannst du achten, wenn du eine Aufgabe in dem Bild suchst?
- Wie viele rote/blaue Plättchen siehst du?
- Woran kann man das schnell erkennen?

Beobachtungsmöglichkeiten

- Welche Aufgaben findet das Kind?
- Inwiefern kann es die Zusammenhänge zwischen den Aufgaben erklären? (Hat es die Beziehung wirklich verstanden oder überträgt es die Vertauschung der Zahlen algorithmisch?)
- Warum hilft es dir, dass du die Gleich-10-Aufgabe schon kennst?

5 Subtrahieren mit dem Würfel

Ziel: Schrittweise Ablösung von der Materialhandlung

1. Zwei Kinder setzen sich zusammen und bekommen einen Zehnerwürfel sowie einen ausgefüllten Zehnerstreifen samt Abdeckstreifen (aus Transparenzpapier). Kind A beginnt zu würfeln. Passend zur gefallen Zahl verdeckt es die entsprechende Menge an Plättchen. Kind B muss nun die Anzahl der noch sichtbaren Plättchen ermitteln und die dazu gehörige Subtraktionsaufgabe nennen („Es bleiben noch 4 übrig, also $10 - 6 = 4$ “).
2. Sind beide Kinder in dieser Handlung sicher, können sie dazu angeregt werden, sich das Abdecken im Kopf vorzustellen und die Differenz mental, aber mit Blick auf das Material zu bestimmen. (Achtung: Einige Kinder behaupten von sich aus, den Abdeckstreifen nicht zu brauchen und subtrahieren direkt im Kopf. Die Lehrperson sollte diese Einschätzung in der Rolle als Beobachterin oder Beobachter kritisch hinterfragen und bei Anzeichen von Schwierigkeiten unbedingt zur Hinzunahme des Materials ermutigen, da sich anderenfalls keine tragfähige Vorstellung entwickeln kann).
3. Wenn beide Kinder die Anzahlen sicher im Kopf ergänzen können, geht es einen Schritt weiter. Nun würfelt Kind A und verdeckt die gefallene Anzahl am Zehnerstreifen, allerdings ohne dass Kind B diesen sehen kann (kann z. B. mit einem Buch/einem aufgestellten Etui verdeckt werden). Kind B soll nun beschreiben, wie viele Plättchen abgedeckt sind und wie viele dementsprechend noch „offen“ sind.
4. Wenn auch das sicher beherrscht wird, wird der Zehnerstreifen weggelegt. Die Kinder würfeln abwechselnd. Würfelt Kind A beispielsweise eine 4, muss Kind B diese gedanklich vom Minuenden 10 abziehen und die passende Aufgabe auf rein sprachlicher Ebene nennen („Zehn minus vier gleich sechs“).



Abb. 10 Ablösung von der Materialhandlung (Bild: M. Bischoff)

Hinweis 1: Die Ablösung vom Material ist ein sensibler Prozess, für den ausreichend Zeit eingeplant werden sollte. Nach einer Spielrunde mit Blick auf das Material, werden viele Kinder noch nicht so weit sein, in der nächsten Runde schon ohne Blick auf das Material zu subtrahieren. Das ist vollkommen normal und sollte nicht erzwungen werden. Zudem ist es jederzeit möglich, wieder einen Schritt zurück zu gehen. Arbeiten die Kinder bereits ohne Material, wobei sich jedoch noch Schwierigkeiten zeigen, sollten sie dazu ermutigt werden, den Zehnerstreifen nochmal zur Hilfe zu nehmen.

Hinweis 2: Da gängige Würfel i. d. R. entweder von 0 – 9 oder aber von 1 – 10 gehen, sollte kurz mit den Kindern besprochen werden, dass eine Aufgabe (entweder $10 - 10$ oder $10 - 0$) nicht vom Würfel vorgesehen ist, dass aber ausschließlich daran liegt, dass dieser nur 10 Seiten hat und die Kinder das natürlich besser wissen als der Würfel.

Alternativ kann auch mit den Aufgabenkarten gearbeitet werden, die sich im Unterrichtsmaterial zu Baustein 2 befinden.

Impulse

- Woher wusstest du so schnell, wie viele Plättchen übrig bleiben?
- Wie kannst du schnell die Nachbaraufgabe finden?
- Zeig mir das nochmal an den Plättchen.

Beobachtungsmöglichkeiten

- Kann das Kind erklären, wie man den zweiten Summanden ermittelt kann?
- (wenn nicht: Materialhinzunahme!)

Weiterführender Gesprächsanlass

Den Kindern wird ein ausgefüllter Zehnerstreifen präsentiert. Ein Kind nennt eine Aufgabe mit dem Minuenden 10 und wählt ein anderes Kind aus, das die Aufgabe lösen und seinen Lösungsweg erklären soll (z. B. „Ich wusste das sofort, weil 3 und 7 Zehnerpartner sind und wenn ich 3 von 10 wegnehme, bleiben 7 übrig.“ Oder „Ich kann hier am Zehnerstreifen 3 Plättchen wegnehmen und dann bleiben diese hier übrig. Da kann ich schnell sehen, dass es 7 sind.“). Das Vorgehen wird einige Male wiederholt, anschließend wird eine der genannten Aufgaben aufgegriffen und gefragt, wie man schnell das Ergebnis der Nachbaraufgabe ermitteln kann („Du hattest ja gesagt, wenn ich 6 Plättchen wegnehme, bleiben noch 4 übrig, also $10 - 6 = 4$. Wie kann ich jetzt schnell rausfinden, was $10 - 7$ ergibt?“). Wie in Themenblock A wird auch hier auf einem Plakat/in einem Dokument auf dem Smartboard

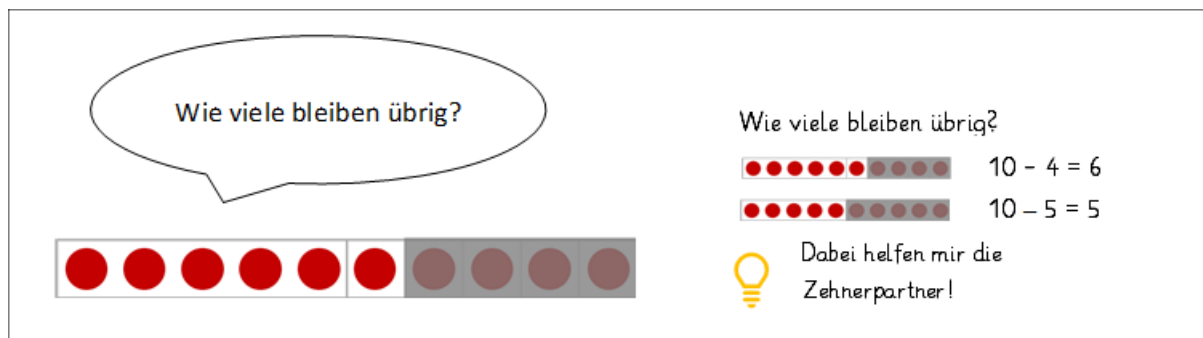


Abb. 11 Impuls weiterführender Gesprächsanlass

Material

Einführung	Arbeitsphase		Weiterführender Gesprächsanlass
<ul style="list-style-type: none"> großer Zehnerstreifen, Wendeplättchen, Fünferstreifen, ggf. Abdeckstreifen leere Papierstreifen 	„Wie viele bleiben übrig?“	„Wie viele bleiben übrig?“	<ul style="list-style-type: none"> „Wie viele bleiben übrig?“ „Immer vier Aufgaben“ „Subtrahieren mit dem Würfel“
	„Immer vier Aufgaben“	„Immer vier Aufgaben“	
	„Subtrahieren mit dem Würfel“	„Subtrahieren mit dem Würfel“	

Weitere Förderideen

- Weiterentwicklung des Verständnisses durch Ergänzung des ordinalen Zahlaspekts (z. B. Aufgaben am Rechenstrich bearbeiten und erklären)

Umkehrungen von Verdopplungsaufgaben

Einführung

Hinweis zur Darstellung: Zur Arbeit mit Verdopplungs- und Halbierungsaufgaben bietet es sich an, Anzahlen als Blockdarstellung im Zwanzigerfeld zu präsentieren, d. h. die Zahl in zwei gleich mächtigen Reihen untereinander (wie im Bild) darzustellen, anstatt alle Plättchen nebeneinander zu legen. Auf diese Weise kann sofort erfasst werden, dass die Zahl in zwei gleich große Teilmengen zerlegbar ist und das Kriterium der Einfachheit kann besser untersucht werden.

Zu Beginn der Einführung gibt die Lehrperson die Stundentransparenz (z. B. „Heute lernt ihr eine weitere Gruppe von einfachen Aufgaben kennen. Ihr kennt schon ähnliche Aufgaben vom Plusrechnen.“). Es werden verschiedene Aufgaben auf Aufgabenstreifen oder an der Tafel gezeigt ($12 - 6$, $18 - 9$, $6 - 3$ und $10 - 5$). Die Schülerinnen und Schüler sollen beschreiben, was bei allen Aufgaben gleich ist. Dadurch wird die Halbierungsidee herausgearbeitet: Die Differenz ist immer genau so groß wie die Zahl, die abgezogen wird. Anschließend wird gemeinsam überlegt, wie man solche Aufgaben geschickt am Zwanzigerfeld legen kann, so dass man schnell erkennen kann, dass halbiert wird. Dabei sollte die Handlung sensibel sprachlich begleitet werden (z. B. „Im Zwanzigerfeld liegen 8 Plättchen. Wenn ich 4 abdecke (deckt die untere Reihe mit einem Abdeckstreifen ab), dann bleiben nochmal 4 Plättchen übrig (streicht über die vier Plättchen in der oberen Reihe). Es bleiben genauso viele übrig, wie ich weggenommen habe.“). An dieser Stelle ist zu beachten, dass nur wenige Kinder von sich aus die Blockdarstellung wählen werden. Um für diese Art der Darstellung zu sensibilisieren, sollten die Vorschläge der Kinder explizit aufgegriffen werden und Vor- und Nachteile der verschiedenen Darstellungen bewusst reflektiert werden. Auch dieses Vorgehen wird einige Male wiederholt. Bevor die Kinder in die Arbeitsphase starten, erfolgt eine erste, bewusste Sensibilisierung dafür, warum es sich bei diesen Aufgaben um einfache Aufgaben handelt (z. B. „Bei diesen Aufgaben bleibt immer genauso viel übrig, wie ich weggenommen habe.“, „Am Zwanzigerfeld sehe ich sofort, dass oben und unten gleich viele Plättchen liegen. Dann kann ich einfach eine Reihe abdecken.“, „Das sind die Umkehraufgaben von Verdopplungsaufgaben. Die kenne ich schon.“).

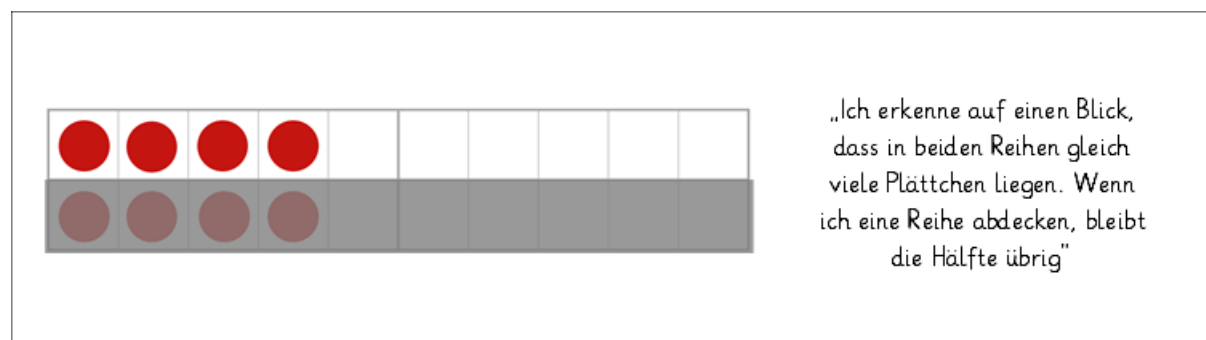


Abb. 12 Impuls Einführung

Arbeitsphase

Für diese Arbeitsphase werden drei Ideen zur Diagnose und Förderung präsentiert. Ähnlich wie in Themenblock „Zehnerzerlegungen“ stehen sie in Zusammenhang mit den Aufgaben zur einfachen Addition (Baustein 3) und können daher genutzt werden, um über die Beziehungen zwischen Addition und Subtraktion aktiv ins Gespräch zu kommen.

6 Immer zwei Hälften

Ziel: Die Struktur von Halbierungsaufgaben erkunden und beim Finden weiterer Aufgaben anwenden.

Die Kinder sollen erkennen, dass sich zu geraden Zahlen Halbierungsaufgaben finden lassen, bei denen die Differenz dem Subtrahenden entspricht. Dazu werden ihnen hier zunächst einige Zahlen vorgegeben, die sie auf symbolischer und ikonischer Ebene in zwei gleich große Hälften zerlegen sollen. Anschließend sollen sie selbst weitere Umkehrungen von Verdopplungsaufgaben finden und auf die gleiche Weise darstellen. Die selbst gefundenen Aufgaben dienen als Basis in der darauffolgenden Partnerarbeit. Kind A nennt eine Zahl, zu der es eine Halbierungsaufgabe gefunden hat (z. B. „Ich habe eine Aufgabe zur 8 gefunden.“), ohne dass Kind B auf das Arbeitsblatt von Kind A schauen kann. Kind B soll nun mithilfe des Zwanzigerfeldes herausfinden, in welche Hälften sich diese Zahl zerlegen lässt und die dazugehörige Aufgabe nennen. Die Darstellung am Zwanzigerfeld wird nun mit der Zeichnung von Kind A abgeglichen. Danach werden die Rollen gewechselt.

Wichtig bei dieser Diagnose- und Förderidee ist, dass die bildliche Darstellung mit den Plättchen sensibel mit der mathematisch-symbolischen Darstellung im Haus vernetzt wird. Es sollte bewusst mit den Kindern her-ausgestellt werden, dass die symbolischen Hälften im Haus nebeneinander dargestellt sind, im Zwanzigerfeld jedoch untereinander. Helfen kann dabei auch farbliche Markierung der Zahlsymbole, die jedoch nicht zwingend von allen Kindern eingefordert werden muss.

Hinweis: Einige Kinder werden versuchen, Halbierungsaufgaben zu ungeraden Zahlen zu finden. Derartige Versuche sollten nicht von der Lehrkraft unterbunden werden, um vermeintlich nicht zielführendes Handeln zu vermeiden, sondern können gut aufgegriffen werden, um die zu erkundenden Strukturen noch tiefer zu durchdringen. Wichtig ist auch hier die Zuhilfenahme des Zwanzigerfeldes, an dem diese sichtbar gemacht werden kann sowie die sprachliche Begleitung der Handlung (Beispiel zur Zahl 5: „Ich habe oben 3 Plättchen und unten 2 Plättchen. Dieses Plättchen (das dritte in der oberen Reihe) hat keinen Partner in der unteren Reihe. Wenn ich noch eins dazu legen würde, wären es schon 6. Ich kann die 5 nicht in zwei gleich große Hälften zerlegen, also gibt es auch keine Halbierungsaufgabe zur 5.“). Sollten die Kinder nicht von selbst ein mit ungeraden Zahlen arbeiten, können sie von der Lehrkraft explizit dazu angeregt werden, über diese nach-zudenken („Kannst du auch eine Aufgabe zur 5 finden?“, später „Warum geht das nicht?“).

Hintergrund (für Sie als Lehrperson)

Warum gehören die Aufgaben in den Häusern zur einfachen Subtraktion, obwohl ein Pluszeichen in der Mitte steht?

Zahlen lassen sich in Teilmengen zerlegen. In der Grundschule werden dabei besonders häufig Zerlegungen in zwei Teilmengen betrachtet, beispielsweise kann die 8 in 5 und 3 zerlegt werden und daraus kann man die Additionsaufgabe $5 + 3 = 8$ erzeugen. Die Zahlen 8, 5 und 3 bilden dabei ein sogenanntes Zahlen-tripel. Während bei der Addition stets die größte Zahl dieses Tripels gesucht wird (also die 8 als Summe von 5 und 3), wird bei der Subtraktion immer eine der beiden Teilmengen gesucht (dementsprechend eine der beiden kleineren Zahlen, die 5 oder die 3). Wenn man nun fragt „Sieben plus was ist 14?“ wird ebenfalls ein Teil des Ganzen gesucht und die Aufgabe gehört folglich zur Subtraktion.

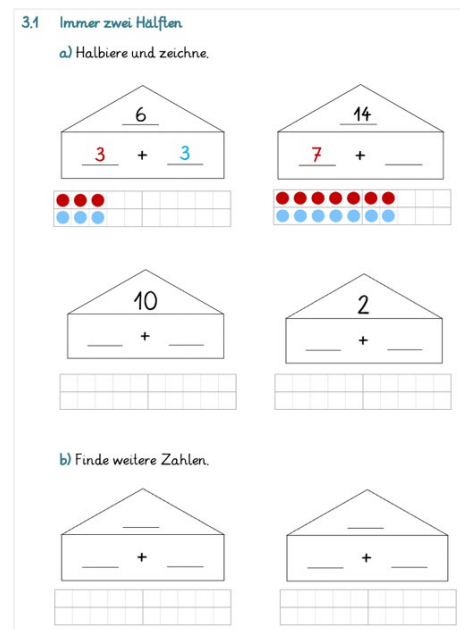


Abb. 13 Immer zwei Hälften

Impulse

- Wie viele Punkte musst du insgesamt zeichnen?
- Wie kannst du die geschickt ins Zwanzigerfeld zeichnen?
- Wo sehe ich in dem Zwanzigerfeld die 6? Wo die 3?
- Wie viele bleiben übrig, wenn ich die untere Reihe abdecke?
- Wie viele bleiben übrig, wenn ich die obere Reihe abdecke?

Beobachtungsmöglichkeiten

- Wie zeichnet das Kind die Gesamtmenge am Zwanzigerfeld ein?
- Wie findet es die Teilmengen?
- Inwiefern gelingt der Wechsel zwischen der Darstellung am Zwanzigerfeld und den Zahlsymbolen?
- Wie geht damit das Kind damit um, wenn es eine ungerade Zahl ins Dach schreibt?
- Wie begründet es, dass es zu ungeraden Zahlen keine Halbierungsaufgabe gibt?

7 Verdoppeln und halbieren

Ziel: Den Zusammenhang zwischen Verdopplungsaufgaben und deren Umkehrungen erkennen und nutzen.

Für diese Aktivität werden die Kinder in Lerntandems eingeteilt. Sie ist strukturgleich zur Aktivität „Immer vier Aufgaben“ (hier sind es allerdings immer nur zwei Aufgaben). Kind A bearbeitet AB 1 und Kind B bearbeitet AB 2. Beiden Kindern werden unterschiedliche gerade Zahlen in Block-darstellung am Zehnerstreifen präsentiert, zu denen sie jeweils die mögliche Additionsaufgabe (die den Kindern zu diesem Zeitpunkt also schon vertraut sein sollten) sowie die zugehörige Umkehraufgabe bestimmen sollen. Wenn beide Kinder ihre Aufgabenfelder ausgefüllt haben, schneiden sie die Karten aus (um Zeit zu sparen, kann dieser Schritt auch im Voraus von der Lehrkraft übernommen werden). Kind A beginnt und verdeckt eine der gefundenen Aufgaben mit einem Papierschnipsel. Es erklärt Kind B, warum die nicht abgedeckte Aufgabe zu dem Bild passen. Anschließend überlegt Kind B, welche Aufgabe noch dazu passt und begründet diese Einschätzung. Durch Anheben des Schnipsels wird die Antwort überprüft. Stimmen die Vermutung von Kind B und die Aufgabe von Kind A nicht überein, muss gemeinsam überlegt werden, welche Idee die richtige ist. Dann wird gewechselt.

Abschließend sollen alle Kinder in ihren Tandems erklären, warum Halbierungsaufgaben einfache Aufgaben sind.

3.2 Verdoppeln und Halbieren – Kind A und B

 Spielt genauso.



 Erklärt: Warum sind Halbierungsaufgaben einfache Aufgaben? (Tipp: Sucht euch eine Aufgabenkarte aus und erklärt daran.)

Abb. 14 Verdoppeln und halbieren (Bild: M.Bischoff)

Impulse

- Worauf kannst du achten, wenn du eine Aufgabe in dem Bild suchst?
- Wie viele Plättchen sind es oben/unten?
- Woran kann man das schnell erkennen?
- Wie viele Plättchen sind es insgesamt?
- Wie kommst du von der Plus- auf die Minusaufgabe?
- Wie kann dir die Verdopplungsaufgabe beim Rechnen helfen?

Beobachtungsmöglichkeiten

- Welche Aufgaben findet das Kind?
- Inwiefern kann es die Zusammenhänge zwischen den Aufgaben erklären? (Hat es die Beziehung wirklich verstanden oder überträgt es die Vertauschung der Zahlen algorithmisch?)
- Wie erklären die Kinder, warum die Aufgaben einfach sind?

8 Halbiere!

Ziel: Schrittweise Ablösung von der Materialhandlung

Die Kinder arbeiten in Lerntandems:

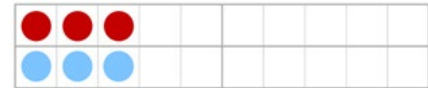


Abb. 15 Halbiere

1. Jedes Zweierteam bekommt einen Stapel Ziffernkarten mit den geraden Zahlen bis 20 und ein Zwanzigerfeld samt Wendeplättchen, Fünfer- und Zehnerstreifen und einem Abdeckstreifen. Die Karten werden verdeckt auf dem Tisch verteilt. Kind A zieht die erste Karte und legt die gezogene Zahl in Blockdarstellung ins Zwanzigerfeld. Kind B muss nun sagen, wie viele Plättchen abgedeckt werden müssen und welche Halbierungsaufgabe sich daraus ergibt. Es kann die Plättchen dazu entweder konkret mit dem Abdeckstreifen abdecken oder sich diese Handlung rein mental vorstellen (Achtung: Einige Kinder behaupten von sich aus, das Material nicht zu brauchen und lösen die Aufgabe direkt im Kopf. Die Lehrperson sollte diese Einschätzung in der Rolle als Beobachterin oder Beobachter kritisch hinterfragen und bei Anzeichen von Schwierigkeiten unbedingt zur Hinzunahme des Materials ermutigen, da sich anderenfalls keine tragfähige Vorstellung entwickeln kann).
2. Wenn beide Kinder sicher die zweite Reihe rein mental abdecken und die zugehörige Aufgabe bestimmen können, wird der Blick auf das Material verdeckt. Kind A zieht eine Karte (ohne dass Kind B diese sieht), stellt sie am Zwanzigerfeld dar und beschreibt dabei seine Handlung („Erst lege ich vier Plättchen nach oben und direkt darunter nochmal vier. Die untere Reihe decke ich ab.“). Kind B nennt die passende Aufgabe samt Ergebnis und überprüft seine Antwort gemeinsam mit Kind A durch Wegnehmen des Sichtschutzes.
3. Wird auch dieses Vorgehen sicher beherrscht, wird das Zwanzigerfeld weggelegt. Kind A zieht eine Karte, Kind B nennt die zur gezogenen Zahl gehörige Halbierungsaufgabe.

Impulse

- Woher wusstest du die Aufgabe so schnell?
- Zeig mir das nochmal an den Plättchen.
- Wie kannst du schnell die Nachbaraufgabe finden?

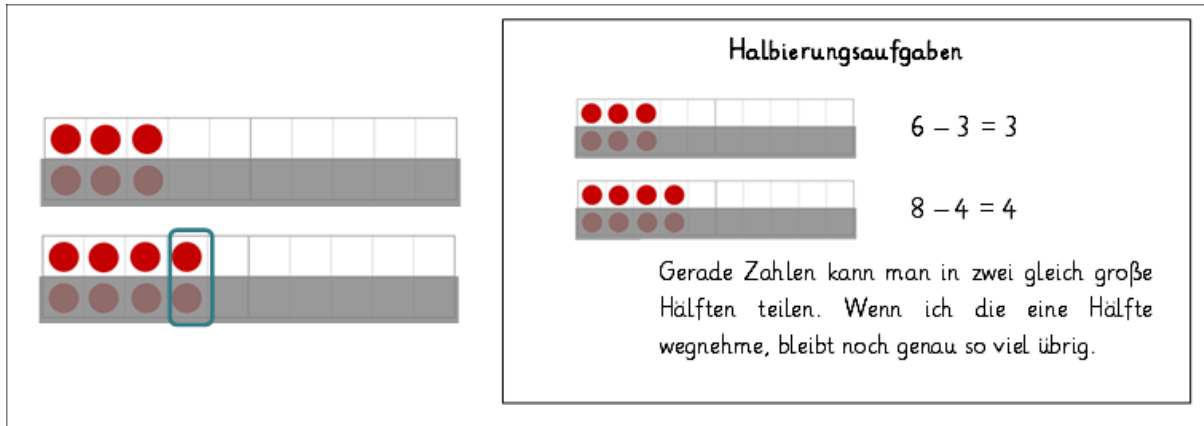
Beobachtungsmöglichkeiten

- Kann das Kind erklären, wie man Minuenden, Subtrahenden und Differenz ermittelt kann?
- (wenn nicht: Materialhinzunahme!)

Weiterführender Gesprächsanlass

Im gemeinsamen Abschluss werden den Kindern drei Zwanzigerfelder mit den Zahlen 6 und 8 in Blockdarstellung präsentiert. Die Kinder sollen sagen, wie sie die Zahlen halbieren. Nach individueller Einschätzung der Lehrperson kann hier auch thematisiert werden, warum man z. B. die 7 nicht halbieren kann. Anschließend werden die Zwanzigerfelder mit der 6 und der 8 herausgegriffen und untereinander platziert. Es wird begründet, warum die Hälfte der 6 um eins kleiner ist als die Hälfte der 8.

Wie in den vorangegangenen Themenblöcken soll auch hier auf einem Plakat o. Ä. festgehalten, warum es sich bei Halbierungsaufgaben um einfache Aufgaben handelt, damit die gewonnene Erkenntnis langfristig für alle Kinder sichtbar bleibt.



Halbierungsaufgaben

$6 - 3 = 3$

$8 - 4 = 4$

Gerade Zahlen kann man in zwei gleich große Hälften teilen. Wenn ich die eine Hälfte wegnehme, bleibt noch genau so viel übrig.

Abb. 16 Impuls weiterführender Gesprächsanlass

Material

Einführung	Arbeitsphase		Weiterführender Gesprächsanlass
<ul style="list-style-type: none"> großer Zehnerstreifen, Wendeplättchen, Fünfer- und Zehnerstreifen, Abdeckstreifen 	<ul style="list-style-type: none"> „Immer zwei Hälften“ 	<ul style="list-style-type: none"> Unterrichtsmaterial 3.1 Zwanzigerfeld samt Material 	<ul style="list-style-type: none"> großer Zehnerstreifen, Wendeplättchen, Fünfer und Zehnerstreifen, Abdeckstreifen Plakat oder digitale Entsprechung am Smartboard leere Zehnerstreifen zum Aufkleben
	<ul style="list-style-type: none"> „Verdoppeln und halbieren“ 	<ul style="list-style-type: none"> Unterrichtsmaterial 3.2 (Variante A, B und AB) 	
	<ul style="list-style-type: none"> „Halbiere!“ 	<ul style="list-style-type: none"> ein Stapel Ziffernkarten pro Tandem einen Zwanzigerfeld samt Material pro Tandem Sichtschutz (z. B. Etui) 	

Weitere Förderideen

- großer Zehnerstreifen, Wendeplättchen, Fünfer und Zehnerstreifen, Abdeckstreifen
- Plakat oder digitale Entsprechung am Smartboard
- leere Zehnerstreifen zum Aufkleben

Aktivität zur Vernetzung

Hinweis: Die nachfolgenden Aktivitäten dienen der beginnenden Vernetzung der vorangegangenen Themenblöcke. Sie können sowohl in Kleingruppen, wie auch mit der gesamten Lerngruppe während des weiterführenden Gesprächs durchgeführt werden. Es ist dabei wichtig zu beachten, dass sie nur einen ersten Schritt im langfristigen Prozess der Vernetzung darstellen können. Weitere Anregungen finden Sie im Modul „Ablösung vom zählenden Rechnen“, Baustein 3.

10 Einfache Aufgaben erkennen

Ziel: Anbahnung der Vernetzung der Gruppen einfacher Aufgaben

Die Kinder finden sich in ihrer Gruppe zusammen und erhalten einen Stapel mit Aufgabenkarten. Diese werden verdeckt auf dem Tisch ausgebreitet und gut gemischt. Ein Kind beginnt und zieht eine Karte. Nun soll es begründen, warum die gezogene Aufgabe leicht ist und was das Ergebnis der Aufgabe ist. Die Kinder ziehen reihum, bis keine Karte mehr auf dem Tisch liegt. Unter die Karten können wahlweise auch Aufgaben gemischt werden, die sich entweder mehreren oder aber keiner der zuvor kennengelernten Gruppen zuordnen lassen. Die Kinder können nun selbst entscheiden, ob sie diese erst einmal nur der Kategorie „schwierig“ zuordnen oder gemeinsam überlegen, ob sie diese womöglich mit einer einfachen Aufgabe rechnen können.

Impulse

- Schau dir die erste Zahl/zweite Zahl/das Ergebnis an. Was fällt dir auf?
- Warum sind Aufgaben aus dieser Gruppe nochmal einfach?
- Wie kann ich geschickt rechnen?
- Nimm dir das Zwanzigerfeld zu Hilfe.

Beobachtungsmöglichkeiten

- Welche Aufgaben ordnen die Kinder mühelos ein? Bei welchen zeigen sich Schwierigkeiten?
- Wie begründen die Kinder die Einfachheit der Aufgabe?
- Wie gehen die Kinder mit den Aufgaben um, die sich a Gruppe zuordnen lassen?

Benötigtes Material

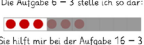
- Unterrichtsmaterial 4.1
- Zwanzigerfelder, Wendeplättchen, Fünfer- und Zehnerstreifen

11 Verwandte Aufgaben

Ziel: Erkunden der Beziehungen zwischen verschiedenen Aufgaben und Darstellungen


In den vorangegangenen Aktivitäten zur Diagnose und Förderung haben die Kinder die Blockdarstellung als hilfreiche Darstellung zur Arbeit mit Halbierungsaufgaben kennengelernt. Nun soll gemeinsam erarbeitet werden, dass die Struktur von Halbierungsaufgaben (wie z. B. $6 - 3$) auf verwandte Aufgaben ($16 - 3$) übertragen werden kann, bei denen jedoch die lineare Darstellung am Zwanzigerfeld intuitiver erscheint. Mit dieser werden die Kinder zu Beginn der Diagnose- und Förderidee konfrontiert und sollen zunächst überlegen, inwiefern die Aufgaben $6 - 3$ und $16 - 3$ zusammenhängen. Daraufhin werden die Kinder dazu angeleitet, diese Beziehung an weiteren Aufgabenpaaren zu erkunden, indem sie immer zwei verwandte Aufgaben am Zwanzigerfeld darstellen und ausrechnen. An dieser Stelle ist eine sensible sprachliche Begleitung der bildlichen Darstellung unerlässlich, da für viele Kinder nicht sofort ersichtlich sein wird, warum man für die Darstellung von zwei Aufgaben nur ein Zwanzigerfeld braucht. Durch Impulse wie „Wo siehst du die Aufgabe $14 - 2$? Wo siehst du die Aufgabe $4 - 2$?“, o. ä. wird versucht, die Kinder dafür zu sensibilisieren, dass die kleine Aufgabe in der großen enthalten ist und diese lediglich um einen Zehner ergänzt ist (zur Unterstützung kann die kleine Aufgabe zusätzlich eingekreist werden). Da der Subtrahend sich im Unterschied zur kleinen Aufgabe jedoch nicht unterscheidet, bleibt der ergänzte Zehnerstreifen in der Differenz bestehen. Das Ergebnis ist also immer um zehn größer als das der kleinen Aufgabe. Die gewonnene Erkenntnis soll von den Kindern bewusst festgehalten werden. Abschließend soll die Darstellung am Zwanzigerfeld reflektiert werden. Während die Kinder zuvor feststellen konnten, dass sich bei Umkehrungen von Verdopplungsaufgaben die Darstellung im Block besonders gut eignet, kann bei der Ausnutzung dieser Aufgabenstruktur zur Berechnung von verwandten Aufgaben die lineare Darstellung den intuitiveren Zugang darstellen, weil sie den Zehnerstreifen beinhaltet. Eine Darstellung im Block ist hierbei jedoch genauso möglich. Welche Darstellung die Kinder für sich nutzen möchten, sollte ihnen demnach selbst überlassen bleiben. Wichtig ist jedoch, dass bewusst herausgearbeitet wird, dass beide Darstellungen möglich sind und dasselbe darstellen.

4 Verwandte Aufgabe

a) Lilav sagt: Die Aufgabe $6 - 3$ stelle ich so dar:

 Sie hilft mir bei der Aufgabe $16 - 3$.

Wie rechnet Lilav? Überlegt und erklärt am Zwanzigerfeld.

b) Zeichne und rechne:

$2 - 1 =$	
$12 - 1 =$	
$4 - 2 =$	
$14 - 2 =$	
$6 - 3 =$	
$16 - 3 =$	
$8 - 4 =$	
$18 - 4 =$	
$10 - 5 =$	
$20 - 5 =$	

c) Warum hilft die kleine Aufgabe bei der großen Aufgabe? Erkläre.

Abb. 17: Verwandte Aufgaben

Impulse

- Wo siehst du die 6? Wo die 3?
- Wie kannst du die Aufgabe $6 - 3$ so verändern, dass daraus $16 - 3$ wird? Zeig mir das am Zwanzigerfeld.
- Wie viele sind dazu gekommen? Wie viele nimmst du jetzt weg?
- Wo siehst du die Aufgabe $6 - 3$ in der $16 - 3$?

Beobachtungsmöglichkeiten

- Wie stellt das Kind die Aufgaben am Zwanzigerfeld dar?
- Wie beschreibt es die Beziehung zwischen den Aufgaben?
- Wie begründet es die Differenzen zwischen den Ergebnissen?
- Inwiefern kann das Kind die Vorteile der verschiedenen Darstellungen mit den verschiedenen Aufgaben in Verbindung bringen?

Benötigtes Material

- Unterrichtsmaterial 4.2
- Zwanzigerfelder, Wendeplättchen, Fünfer- und Zehnerstreifen