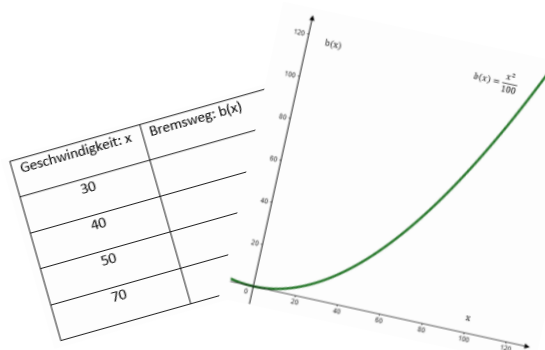


Förderbaustein

Quadratische funktionale Zusammenhänge

Julia Niederquell, Leander Kempen,
Carina Zindel und Nima Khazaei

Mai 2022



Dieses Material wurde von Julia Niederquell, Leander Kempen, Carina Zindel und Nima Khazaei konzipiert. Es kann unter der Creative Commons Lizenz BY-SA (Namensnennung – Weitergabe unter gleichen Bedingungen) 4.0 International weiterverwendet werden.

Zitierbar als

Niederquell, J., Kempen, L., Zindel, C. & Khazaei, N. (2022). Quadratische funktionale Zusammenhänge – Förderbaustein. Open Educational Ressource, zugänglich unter maco.dzlm.de.

Projektherkunft

Dieses fach- und sprachintegrierte Diagnose- und Fördermaterial ist entstanden im Rahmen des Projekts Mathematik aufholen nach Corona und wird auch im Projekt QuaMath weiter genutzt (beide Projekte werden gemeinsam von 14 Bundesländern finanziert).

Hinweis zu verwandtem Material

Förder- und Diagnosematerial zu diesen Themen:

- Funktionale Zusammenhänge erkennen und beschreiben
- Lineare funktionale Zusammenhänge
- Quadratische funktionale Zusammenhänge
- Textaufgaben lesen und bearbeiten (vor. Juli 2022)

1 Quadratische Funktionen im Alltag



Polizei-Azubi Tim beschäftigt sich in der Polizeischule aktuell damit, wie der Bremsweg eines Autos (in Metern) von der Geschwindigkeit (km/h) abhängt. Um einfach ausrechnen zu können, wie schnell eine Person gefahren ist oder wie lang der Bremsweg wird, nutzt die Polizei die Formel: $b(x) = \frac{x^2}{100}$.

- a) Tim hat die Formel noch nicht ganz verstanden. Erklärt ihm, wofür die Variablen x und $b(x)$ stehen! Notiert eure Erklärung.

- b) Tim will die Formel an zwei Beispielen testen: Wie lang sind die Bremswege, wenn er 35 km/h und 65 km/h schnell fährt? Schreibt jeweils einen Antwortsatz.

Berechnet die Länge der Bremswege.

	Rechnung	Antwortsatz
35 km/h		
65 km/h		

Findet ein eigenes Beispiel.

- c) Beim Vergleich der Ergebnisse der Berechnungen aus Aufgabe 1b fragt sich Tim, ob es richtig sein kann, dass die Bremswege unterschiedlich lang sind. Was antwortet ihr? Notiert eure Antwort.

Nutzt z. B. diese Satzbausteine:

Je höher ... desto

Je schneller ... desto

... ist abhängig von ...

2 Quadratische Funktionen darstellen

Kommissarin Daube hat Tim den Auftrag gegeben, eine Übersicht mit den häufigsten Geschwindigkeitsbegrenzungen und entsprechenden Bremswegen zu erstellen, damit er diese nicht immer nachrechnen muss. Dazu findet er im Polizeihandbuch zwei Abbildungen.

- a) Die erste Abbildung ist eine Tabelle, in der die häufigsten Geschwindigkeitsbegrenzungen eingetragen sind. Berechnet die zugehörigen Bremswege.

Nutzt dann die Satzbausteine, um die Ergebnisse zu beschreiben.

Geschwindigkeit: x	Bremsweg: b(x)
30	
40	
50	
70	

Nutzt z. B. diese Satzbausteine:

ist der Bremsweg ... lang

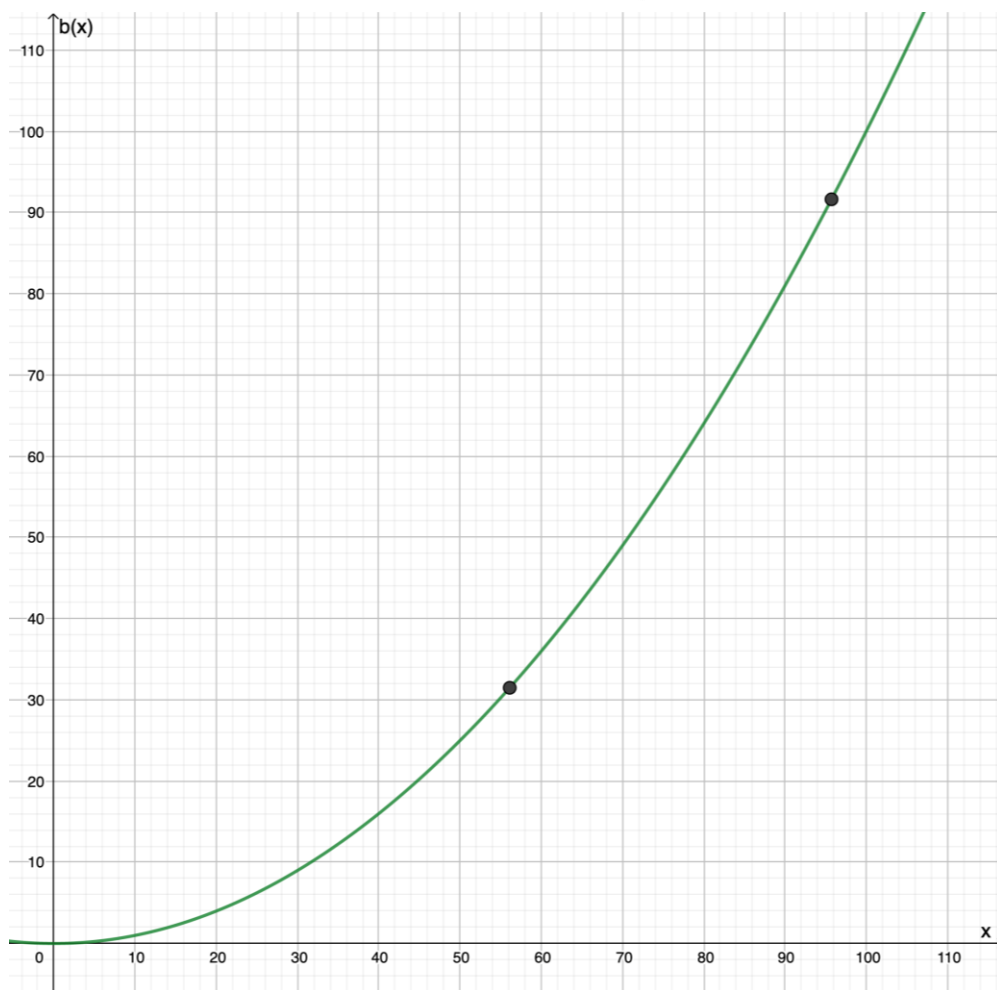
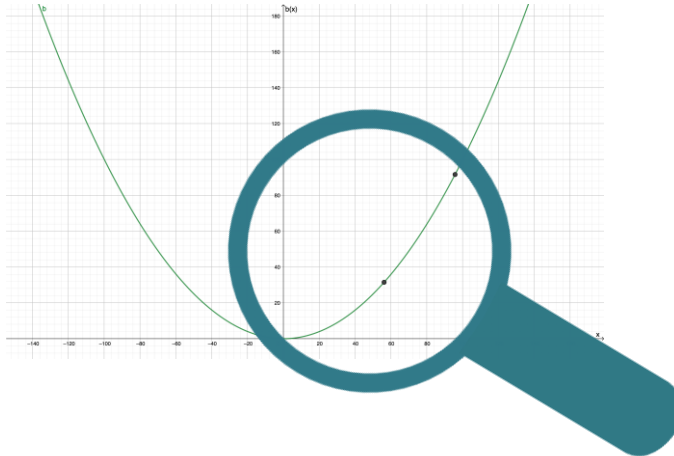
von ... km/h von ... Metern

hat der Bremsweg eine Länge

Bei einer Geschwindigkeit ...

Bei einer Geschwindigkeit ...

- b) Zusätzlich ist im Polizeihandbuch dieser Graph abgebildet. Zeichnet die Werte im Graphen ein. Passen eure Berechnungen mit dem Graphen zusammen?



Im Graph sind bereits zwei Punkte markiert. Was bedeuten diese Punkte im Sachkontext?

3 Darstellungen von quadratischen Funktionen nutzen und vergleichen



Bei einem Unfall hat Herr Krug eine Fahrradfahrerin angefahren. Auf der Straße ist eine Bremsspur von 18 Metern zu sehen. Polizistin Daube und ihr Azubi Tim sollen nun prüfen, wie schnell Herr Krug gefahren ist und ob er sich an das Tempolimit von 30 km/h gehalten hat.

- a) Nutzt die Tabelle aus Aufgabe 2a, um die Geschwindigkeit zu schätzen:

Herr Krug ist ca. _____ km/h gefahren.

- b) Um Zeit zu sparen, hat Tim die Idee, den Wert stattdessen aus dem Graphen im Polizei-Handbuch abzulesen. Findet durch Ablesen am Graphen die ungefähre Geschwindigkeit heraus, die Herr Krug gefahren ist und korrigiert (wenn nötig) den Wert aus Aufgabe 3a).

Herr Krug ist ca. _____ km/h gefahren.

- c) Doch Kommissarin Daube ist nicht zufrieden! Sie braucht den genauen Wert, um den Unfallbericht ausfüllen zu können. Deshalb bittet sie Tim, mit der Formel nachzurechnen. Berechnet den genauen Wert und füllt dann den Unfallbericht aus.

UNFALLBERICHT

Herr Krug hat am 10.01.2022 bei einer Geschwindigkeit von _____ eine Fahrradfahrerin angefahren. Dies wurde anhand eines Bremsweges von _____ bestimmt.

Er hat sich an das Tempolimit von _____ gehalten. ☐ ja ☐ nein

Er ist _____ km/h zu schnell gefahren.

- d) Zu welcher Methode würdet ihr Tim beim Ermitteln der Geschwindigkeit in Zukunft raten? Welche würdet ihr eher nicht anwenden?
Diskutiert die Vor- und Nachteile und notiert sie in der Tabelle.

	Vorteile	Nachteile
Graph		
Tabelle		
Funktions- gleichung		

4 Änderungsverhalten von quadratischen Funktionen erklären

- a) Tim erhält für die Gleichung $x^2 = 1800$ zwei Lösungen: $x_1 \approx 42,43$ und $x_2 \approx -42,43$. Warum gibt es zwei Lösungen für die Gleichung? Welche davon hilft, den Fall zu lösen?

Lara, Karim und Julius haben dazu eine Antwort aufgeschrieben. Haben Lara, Karim und Julius recht? Begründet eure Entscheidung.

(1) Lara

beim Wurzelziehen entstehen immer 2 Lösungen
einmal positiv und einmal negativ

(2) Karim

Wenn man mit „sich selbst“ multipliziert
kommt bei beiden Lösungen 1800 raus.
Nur das positive Ergebnis ergibt Sinn,
da man keine negative Geschwindigkeit
haben kann.

(3) Julius

Es gibt zwei Lösungen, weil der
Graph eine Parabel ist und an
der y-Achse gespiegelt ist. Der
positive Wert ist korrekt, weil
man nicht rückwärts fahren
und einen Fahrradfahrer nach
vorne schleudern kann

- b) Währenddessen ermahnt Kommissarin Daube Herrn Krug: „Passen Sie demnächst besser auf, dass Sie die Länge des Bremsweges richtig einschätzen. Stellen Sie sich mal vor, Sie wären doppelt so schnell gefahren!“. Herr Krug ist skeptisch: „Wenn ich doppelt so schnell fahre, verdoppelt sich doch auch der Bremsweg!“

x	f(x)
0	0
5	0,25
10	1
15	2,25
20	4
25	6,25
30	9
35	12,25
40	16
45	20,25
50	25
55	30,25
60	36
65	42,25
70	49

Untersucht die Tabelle!
Wie ändert sich der Funktionswert, wenn sich der x-Wert verdoppelt/verdreifacht/vervieracht?

Notiert eure Überlegungen und Beispiele:

Tipp:
Zeichnet Pfeile an die Tabelle und beschriftet sie!

Tragt eure Vermutungen hier ein:

Wenn sich der x-Wert verdoppelt, dann _____ der Funktionswert.

Wenn sich der x-Wert verdreifacht, dann _____ der Funktionswert.

Wenn sich der x-Wert vervieracht, dann _____ der Funktionswert.

Wenn sich der x-Wert _____, dann _____ der Funktionswert.

Allgemein gilt:

Wenn sich der x-Wert _____, dann _____ der Funktionswert.

- c) Begründet eure Vermutung mithilfe der Formel: $b(x) = \frac{x^2}{100}$.



Stellt euch gegenseitig eure Ergebnisse vor:

- Welche Vermutungen habt ihr formuliert? Welche Vermutungen stimmen?
- Welche Begründungen habt ihr gefunden?



Herr Krug hatte oben gesagt:

„Wenn ich doppelt so schnell fahre, verdoppelt sich doch auch der Bremsweg!“

Was würdet ihr Herrn Krug antworten? Diskutiert zu zweit und notiert eure Antwort.